39413 | B

N IX. 2
18

Digitized by the Internet Archive
in 2019 with funding from
Wellcome Library

https://archive.org/details/b30531688_0002

2882

RECREATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES,

QUI CONTIENNENT

PLUSIEURS PROBLEMES D'ARITHME'TIQUE, de Géométrie, de Muſique, d'Optique, de Gnomonique, de Coſmographie, de Mécanique, de Pyrotechnie, & de Phyſique. Avec un Traité des Horloges Elementaires.

Par feu M. OZANAM, de l'Academie Royale des Sciences, & Profeſſeur en Mathématique.

NOUVELLE EDITION.

Revûe, corrigée & augmentée.

TOME SECOND.

A PARIS,

Chez C. A. JOMBERT ruë S. Jacques, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXVI.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

Remarques sur les Crepuscules à Paris.

I.

LE Soleil entrant en ♑, sa distance au Méridien au commencement du Crepuscule du matin est de 89 d. $8^{l}\,31^{ll}$, lesquels réduits en tems, font 5 h. $56^{l}\,34^{ll}\,4^{lll}$. Cela étant, le Crepuscule commence en Caper à cinq heures $56^{l}\,34^{ll}\,4^{lll}$. Cette distance ôtée de l'arc semi-nocturne, qui est de 119 d. $47^{l}\,36^{ll}$, il reste 30 d. $29^{l}\,5^{ll}$, lesquels réduits en tems, font 2 h. $2^{l}\,56^{ll}$ pour la durée du Crepuscule en ♑. Ainsi le Soleil devroit se lever à 7 h. $59^{l}\,10^{ll}\,24^{lll}$; mais à cause de la réfraction qui avance de $4^{l}\,5^{ll}\,36^{lll}$ l'heure de son lever, cet Astre se leve à 7 h. $55^{l}\,4^{ll}\,48^{lll}$.

II.

Le Soleil entrant dans ♈, sa distance au Méridien au commencement du Crepuscule du matin est de 62 d. $0^{l}\,4^{ll}$, lesquels réduits en tems, font 4 h. $8^{l}\,0^{ll}\,16^{lll}$. Cela étant, le Crepuscule du matin en Aries commence à quatre heures $8^{l}\,0^{ll}\,16^{lll}$. Cette distance ôtée de l'arc semi-nocturne, qui est alors de 6 heures ou 90 d. il reste 27 d. $59^{l}\,56^{ll}$, lesquels réduits en tems, font 1 h. $51^{l}\,59^{ll}\,44^{lll}$ pour la durée du Crepuscule en ♈. Ainsi le Soleil devroit paroître à l'horison à 6 heures; mais à cause de la réfraction qui avance son lever de $3^{l}\,18^{ll}\,32^{lll}$, on le voit se lever à 5 heures $56^{l}\,41^{ll}\,28^{lll}$.

III.

Le Soleil entrant en ♋, le Crepuscule dure toute la nuit, parce que sous la latitude de Paris (48 d. 50^{l}) la dépression Méridienne du Soleil qui est de 17 d. 41^{l}, est moindre que l'arc Crepusculaire, qui est de 18 d. L'arc semi-diurne vrai est de 119 d. $47^{l}\,35^{ll}$, l'arc semi-nocturne est de 60 d. $12^{l}\,25^{ll}$, lesquels réduits en tems font 4 h. $0^{l}\,49^{ll}\,40^{lll}$, qui est la vraye heure à laquelle le Soleil se leve à son entrée en Cancer; mais la réfraction avance le lever de cet Astre de $4^{l}\,8^{ll}\,12^{lll}$ de

tems ; car elle fait l'arc ſemi-diurne apparent de 120 d. 49′ 38″, qui ſurpaſſe l'arc ſemi-diurne vrai de 1 d. 2′ 3″, comme on le connoîtra en ôtant 119 d. 47′ 35″, de 120 d. 49′ 38″. Ainſi le lever apparent du Soleil eſt à 3 h. 56′ 41″ 28‴. L'amplitude Orientale vraie du Soleil en Cancer eſt de 37 d. 15′ 18″ ; l'amplitude apparente eſt de 38 d. 24′ 17″.

IV.

Le plus court Crepuſcule de l'année arrive au 17ᵉ d. 24′ 20″ de ♎, & au 12 d. 35′ 40″ de ♈ (ces deux points de l'Ecliptique ayant même déclinaiſon Auſtrale de 6 d. 50′ 45″) ce qui arrive vers le 11 d'Octobre, & vers le 3 de Mars ; la diſtance du Soleil au Méridien au commencement du Crepuſcule du matin eſt de 70 d. 23′ 38″, leſquels réduits en tems font 4 h. 41′ 34″ 32‴, qui eſt l'heure que commence le Crepuſcule ; l'arc ſemi-nocturne eſt de 97 d. 53′ 44″, leſquels réduits en tems font 6 h. 31′ 34″ 56‴ ; partant ſi on ôte 4 h. 41′ 34″ 32‴, de 6 h. 31′ 34″ 56‴, il reſtera 1 h. 50′ 0″ 24‴ pour la durée du plus court Crepuſcule, qui ſera encore racourci par la réfraction.

V.

Le Crepuſcule égal à celui des Equinoxes arrive au 6ᵉ d. 47′ 48″ du ♏, & au 23ᵉ d. 12′ 12″ de ♒ (ces deux points de l'Ecliptique ayant même déclinaiſon Auſtrale de 13 d. 48″ 32‴) ce qui arrive environ le 30 Octobre, & environ le 12 Février ; la diſtance du Soleil au Méridien au commencement du Crepuſcule du matin, eſt de 78 d. 19′ 36″, l'arc ſemi-nocturne eſt de 106 d. 17′ 54″ ; leur différence 27 d. 58′ 18″ étant réduite en tems, donne 1 h. 51′ 53″ 12‴ pour la durée du Crepuſcule égal à celui des Equinoxes, ou du moins qui n'en eſt différent que de 6″ 32‴, comme on le connoîtra, en ôtant 1 h. 51′ 53″ 12‴, de 1 h. 51′ 59″ 44‴, qui eſt la quantité du Crepuſcule Equinoctial déterminée en la II. Remarque.

RECREATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES.

Problemes de Gnomonique.

LA Gnomonique eſt la partie la plus agréable des Mathematiques. Comme j'en ai aſſez amplement traité dans mon Cours de Mathematique, & qu'elle dépend d'une théorie profonde, quand on veut la poſſeder à fonds, ce qui ne convient pas à des Recreations Mathematiques, je me ſuis propoſé de mettre ſeulement ici les Problêmes qui me ſembleront les plus divertiſſans & les plus faciles à pratiquer & à comprendre.

PROBLEME I.

Tracer une ligne meridienne.

SUr un plan horiſontal fermement arrêté, piquez une éguille on une pointe de fer, de maniére qu'elle ſoit oblique à ce plan. Prenez un

équerre, qui peut être fait d'un quarré de papier plié en plusieurs doubles à angle droit : cherchés avec cet équerre sur le plan horisontal le point qui répondra à l'extrêmité de l'éguille. Vous prendrez ce point pour le centre de quelques cercles, que vous décrirez sur le plan horisontal. Remarquez quelques heures avant midi, comme vers les dix heures, & dans quelque intervale de temps, les points d'ombre de l'extrêmité de l'éguille qui tomberont sur la circonférence des cercles : observez encore quelques heures après midi, comme vers les déux heures, le point d'ombre de l'extrêmité de l'éguille qui tombera sur la circonférence d'un de ces cercles. Divisez l'arc compris entre ces deux points trouvés avant & après midi, en deux parties égales par une ligne qui passera par le centre du cercle. Cette ligne sera la méridienne.

REMARQUE.

On a soin de décrire plusieurs cercles, & d'observer avant midi les points d'ombre sur chacun, afin de pouvoir remarquer un point d'ombre sur un de ces cercles après midi ; car les nuages pourroient empêcher de l'observer, si on ne faisoit qu'un cercle.

PROBLEME II.

Construire des Cadrans réguliers par deux ouvertures de Compas.

I.

Planche 1. Fig. 1.

ON mene la méridienne SM, & du point C pris vers le milieu, comme centre, on dé-

crit à discretion le cercle ETOP, qui sera la premiere ouverture de Compas ; puis on décrira quatre grands cercles d'une même grandeur EO, qui sera la seconde ouverture de Compas ; sçavoir, du point O, & de l'intervale OE, on décrira le cercle EAMB; ensuite du point E, & du même intervale E O, on décrira le cercle AOBS. Ces deux cercles se couperont aux points A & B. De ces points comme centre, & de la même ouverture de Compas, on fait les deux derniers cercles, sçavoir du point A le cercle XIEF, & du point B le cercle ZLEG. Observez les intersections F, G, afin de tirer par les lignes EG, EF. Cela étant fait, par les intersections A, B, des deux premiers cercles, vous menerez la ligne XACBZ, qui sera l'équinoctiale, laquelle se trouvera coupée aux points des heures requises. C'est pourquoi on y marquera les heures 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, aux points des sections faites par les cercles, & par lignes menées du point E aux points F & G.

II.

Pour avoir le centre de chaque Cadran en particulier, & premierement de l'horisontal, on divisera CO en trois parties égales, pour en transporter une de O en H, qui sera le centre du Cadran horisontal.

III.

Pour avoir le centre du Cadran vertical, divisez CE en deux parties ; & portant une de ces parties en V, on aura le centre du Cadran vertical.

IV.

Le point E est le centre du Cadran équinoctial.

V.

On achevera le Cadran horiſontal en menant du point H ſon centre des lignes aux points des heures qui ſont marquées ſur la ligne XCZ ; la ligne de 6 heures paſſera par le centre H ; on la fera parallele à l'équinoctiale XCZ. Les 7 & 8 heures du matin prolongées au-delà du centre H, donneront les 7 & 8 heures du ſoir, comme les 4, & 5 heures du ſoir prolongées par le centre, donneront les 4 & 5 heures du matin. Du point H, ou de quelqu'autre point pris à diſcretion, on décrira une ou deux circonferences de cercles, qui ſerviront à terminer les lignes horaires.

Voyez les Remarques.

On aura la hauteur du ſtile du Cadran horiſontal, en portant CV ſur l'équinoctiale de C en R, & l'on tracera HR, qui ſera l'axe, de ſorte que HRC ſera l'éguille du Cadran horiſontal, qu'il faut élever ſur la ligne de 12 heures, on la prolongera, ſi l'on veut.

VI.

On achevera le Cadran vertical, en décrivant du point V, ou de quelque autre point, une ou deux circonférences, pour terminer les lignes horaires menées du centre V par les points des heures marquées ſur la ligne XCZ. La ligne de 6 heures ſe tracera par le centre V parallele à la ligne XCZ.

On aura l'éguille en prenant la diſtance CH, que l'on tranſportera de C en Q ſur la ligne XCZ, afin de tracer l'éguille VQC, que l'on pourra prolonger à diſcretion, & on élevera à plomb cette éguille VQC ſur la ligne de 12 heures.

VII.

Pour faire un Cadran équinoctial, décrivez de ſon centre E une ou deux circonférences pour terminer les lignes horaires, que vous menerez du point E par les points des heures marquées ſur la ligne XCZ. Vous tracerez la ligne de 6 heures, & les autres heures qui ſont au-deſſus en la maniére que nous avons dit ci-devant

L'éguille eſt un ſtile ou bâton placé à plomb ſur le plan au point E.

VIII.

Pour faire un Cadran polaire, faites tomber à l'équerre des lignes horaires à tous les points marquez ſur la ligne XCZ. Ces lignes doivent étre paralleles entr'elles & à la méridienne SM. On les prolonge de part & d'autre de l'équinoctiale, & on les termine haut & bas par deux autres lignes, entre leſquelles on trace les heures.

L'éguille s'éleve à plomb ſur le plan du Cadran, de la grandeur de 12 à 3 heures, on la place au point C.

IX.

Pour les Cadrans orientaux & occidentaux, voici de quelle maniere on s'y prend. On mene pour l'oriental à main droite, & pour l'occidental à main gauche du plan, une ligne verticale AB, par le moyen d'un fil chargé de plomb, en prenant vers le bas le point I : on décrit une circonférence, ſur laquelle on prend de la ligne AB l'élévation du pole, qui eſt ici à Paris de 49 dégrez, pour y faire paſſer la ligne I L : on la coupe vers le haut à l'équerre de la ligne SFM ; puis on ap- Planche 2 & 3. Fig. 2.

plique ſur IFL du Cadran, tous les points des heures priſes à la Figure 1. mais ſeulement deux au deſſus de F. Enſuite on fait tomber des lignes à l'equerre de tous ces points des heures, qui ſeront paralleles entr'elles, & on les prolongera autant d'une part que d'autre. On terminera ces lignes haut & bas de deux lignes ; pour y renfermer le nombre des heures qui ſont changées en ces Cadrans ; car la ligne qui paſſe par F eſt 6 heures, les deux au deſſus de F dans l'oriental ſont 5 & 4 ; & au deſſous vers bas ſont 7, 8, 9, 10, 11. Aux occidentaux les deux au deſſus de F ſont 7, 8, & au deſſous vers bas ſont 5, 4, 3, 2, 1.

L'éguille ou le ſtile s'y fait de la hauteur de 6 à 3 ou 9 heures, élevée préciſement ſur la ligne de 6 heures.

REMARQUES.

On remarquera que ces centres & axes ne ſont que pour les élevations du pole de 49. dégrez, comme Paris : mais pour les avoir pour tout Pays, on comptera au quart de cercle EP, qu'on ſçait être de 90 degrés de E vers P en K, pareil nombre de degrez que ſera l'élevation du pole du lieu, afin qu'en menant du centre C à ce point déterminé K la ligne CKD, on la coupe perpendiculairement en K, point d'interſection en la circonférence. Cette perpendiculaire prolongée juſqu'à la méridienne, y déterminera le centre du Cadran vertical en V, dont elle ſera l'axe : elle déterminera encore ſur l'équinoctiale le centre du Cadran horiſontal en A ; mais il faudra tranſporter CA de C en H, qui ſera le vrai centre du Cadran horiſontal. Pour avoir l'axe du Cadran ho-

Planche 4. Fig. 3.

risontal, on transportera sur l'équinoctiale la distance CV de C en R, & l'on tirera HR, qui sera l'axe du Cadran horisontal.

Le point K sera le centre du Cadran équinoctial, mais au lieu du point K, on se servira du centre E.

Exemple.

Si l'élevation du pole étoit de 55 degrez, faites l'arc EK de 55 degrez; au point K élevez la perpendiculaire VKA qui coupera la méridienne & l'équinoctiale: V sera le centre du Cadran vertical, & A le centre du Cadran horisontal, &c. Planch. 4. Fig. 4.

PROBLEME III.

Construire les mêmes Cadrans par une seul ouverture de Compas.

MEnez par un point C deux lignes SM, 75, perpendiculaires l'une à l'autre; de ce même point C, decrivez le cercle ETOP, de quelque ouverture de Compas que ce soit; puis l'ouverture de Compas étant la même, portez une pointe sur O, & l'autre sur Q; de Q détournez au point 4, & de 4 par deux tours sur 5; de 5 revenez par quatre tours sur 11. Planche 4. Fig. 3.

Mettez encore le Compas sur O & sur N; de N detournez sur 8, & de 8 par deux tours sur 7; de 7 revenez par quatre tours sur 1. Ensuite vous tirerez les lignes EN, EQ, qui donneront sur la ligne 75, 2 heures & 10 heures, & le Cadran sera fait. Le Centre de ces Cadrans se trouvera, comme on a dit dans le Probléme précedent.

REMARQUE.

Planche 4. Fig. 3. Si vous ne voulez pas mener perpendiculairement les deux lignes SM, 75, tirez seulement la ligne VH, & faites le cercle ETOP : divisez ce cercle en six parties égales aux points O, Q, G, E, F, N. Du point Q faites l'arc 4 de la même ouverture de Compas, & du point G vous couperez cet arc, puis faisant de même des points F & N, vous aurez le point 8. Enfin par ces deux intersections 4, 8, vous menerez la ligne RA qui sera perpendiculaire à la ligne VH.

PROBLEME IV.

Décrire un Cadran horisontal par le moyen d'une Ellipse, sans avoir besoin de trouver les points horaires sur la ligne équinoctiale.

DE quelque méthode qu'on se serve pour décrire un Cadran horisontal, on tombera toûjours dans un inconvenient, qui est, qu'on ne peut tirer avec justesse les lignes horaires qui sont proche la ligne de six heures, à cause qu'elles coupent l'équinoctiale en des points très-éloignés. La pratique que l'on va enseigner paroît la meilleure de toutes. Voici ce qu'il faut faire.

Planche 5. Fig. 5. Tracez sur un plan horisontal la méridienne AB, & la ligne de 6 heures DE, qui se coupent à angles droits en C, qui est le centre du Cadran, la ligne de l'axe CH, faisant avec la méridienne AB l'angle GCH de 49 degrez, & la ligne IH perpendiculaire sur CH, qui donne le point I sur la méridienne, par lequel l'équinoctiale doit passer

perpendiculairement, qu'il n'eſt pas néceſſaire de décrire, lorſque la ligne CI a une longueur conſiderable ; ce qui arrivera toutes les fois que le point H pris ſur l'axe eſt aſſez éloigné du centre C du Cadran, ou que le ſtile GH a été donné ou pris d'une bonne grandeur. Décrivez du centre C deux cercles ; l'un avec le rayon CI, & l'autre avec le rayon HI, qui ſeront diviſez chacun en quatre arcs égaux par la meridienne AB, & par la ligne de 6 heures DE.

Mais ſi le point I ſe trouve trop proche du centre du Cadran, comme dans cette Figure, pour avoir pris le ſtile GH trop petit, ou bien pour avoir pris le point H trop proche du même centre ; prenez à volonté dans l'axe prolongé CH un point F, le plus éloigné que vous pourrez du centre C, afin que le Cadran en ſoit plus juſte, & menez FB perpendiculaire à l'axe ; puis décrivez du centre C deux cercles, l'un comme ADBE, avec le rayon CB, & l'autre comme NPMQ, avec le rayon CM, égale à la perpendiculaire FB, qui ſeront diviſez chacun en quatre quarts égaux par la Méridienne AB, & par la ligne de 6 heures DE.

Diviſez chacun de ces quarts de cercle en ſix arcs égaux, comme ceux du cercle extérieur ADBE aux points O, O, O, & ceux du cercle intérieur, NPMQ aux points R, R, R ; mais les diviſions du cercle extérieur ſuffiſent pour avoir celles de l'intérieur, que l'on trouve en tirant des lignes droites du centre du Cadran par les diviſions du cercle extérieur, qui donneront celles de l'intérieur.

Il faut enſuite joindre tous les points O, O par des lignes qui ſeront paralleles entr'elles, & à la

ligne de 6 heures DE, & qui par conſéquent ſeront toutes perpendiculaires à la méridienne AB. Il en eſt de même des points R, R, que l'on joint par des lignes paralleles entr'elles, & à la méridienne AB, qui ſont toutes perpendiculaires ſur la ligne de ſix heures DE. Ces dernieres paralleles couperont les premieres dans les points S, S, S; qui ſeront tous dans la circonference d'une Ellipſe; dont le grand axe eſt le diametre A B du grand cercle extérieur, & le petit axe eſt le diametre NM du petit cercle interieur. Il ne reſte préſentement; qu'à tirer des lignes droites du centre C du Cadran par tous les points de l'Ellipſe S, S, ce ſeront les lignes horaires qu'il falloit décrire ſur le Cadran horiſontal, dont l'axe du monde eſt CF, que l'on dreſſe perpendiculairement ſur la méridienne AB du plan horiſontal.

REMARQUES.

I.

On vient de décrire un Cadran horiſontal; mais on peut décrire le vertical en faiſant l'angle ICH de 41. degrez.

II.

Le grand axe AB, & le petit axe NM de l'ovale étant donnez, on peut décrire l'ovale ſelon la méthode qu'on a enſeigné dans le Problême XLVI. de Geometrie, Tom. I. pag. 329.

III.

Il n'eſt pas néceſſaire de marquer ſur le Cadran les points des heures marquées au-deſſus de la courbe 8, 4.

IV.

On marquera les heures entre la circonference du grand cercle, & un autre qu'on décrira au-delà à volonté.

V.

Il eſt inutile d'avertir qu'on fera l'angle ICH pour telle élevation de pole qu'on voudra.

PROBLEME V.

Tracer un Cadran équinoctial.

D'Un point C comme centre, décrivez un cercle AEDB ; menez les deux diametres AD, EB, qui ſe coupent à angles droits au centre C, diviſez enſuite chaque quart de cercle en ſix parties égales, & menez les rayons C1, C2, C3, & les autres que vous voyez dans la Figure. Ces rayons ſeront les lignes qui marqueront les heures par le moyen d'un ſtile qu'on plantera à plomb ſur le plan du Cadran qui ſera placé dans le plan de l'Equateur. La ligne AD doit concourir avec le plan de la méridienne, & le point A doit être tourné du côté du midi. Planche 6. * Fig. 6.

REMARQUES.

I.

Ce Cadran équinoctial étant placé, ſi les lignes horaires regardent le ciel, il eſt appellé *ſupérieur* ; mais ſi elles regardent la terre, il eſt nommé *inférieur*.

II.

Le Cadran équinoctial ſupérieur ne montre les

heures du jour que dans le Printems & l'Eſté ; & le Cadran inférieur ne les montre que pendant l'Automne & l'Hyver ; mais dans les Equinoxes, lorſque le Soleil eſt dans l'équateur, ou qu'il en eſt fort près, les Cadrans équinoctiaux ne ſont d'aucun uſage, puiſqu'ils ne ſont point éclairés du Soleil.

III.

On ſçait qu'à Paris l'élevation du plan de l'Equateur eſt de 41 degrez, qui eſt le complement de l'élevation du pole.

IV.

D'où l'on voit qu'il eſt aiſé de conſtruire un Cadran équinoctial univerſel, que l'on ajuſtera à telle élevation de pole que l'on voudra. Il ne faut que joindre deux piéces d'yvoire ou de cuivre ABCD, & CDEF, qui s'ouvriront à diſcretion par une charniere miſe en CD, décrite ſur les deux ſurfaces de la piéce ABCD deux Cadrans équinoctiaux, dont l'un ſera ſuperieur ſur la ſurface ſuperieure, & l'autre inferieur ſur la ſurface inferieure, & mettre un ſtile qui traverſera à plomb par le centre I la piece ABCD. On menagera au milieu G de la piece CDEF une petite boête pour y placer une aiguille aimantée, que l'on couvrira d'un verre : on attachera à cette même piéce un quart de cercle HL diviſé en degrés que l'on ſera paſſer par une ouverture faite en H dans la piece ABCD. Les degrez & minutes doivent commencer à ſe compter en L.

Planche 6. Fig. 7.

Quand on voudra ſe ſervir de ce Cadran pour quelque lieu que ce ſoit, on mettra l'éguille aimantée dans la méridienne, ayant pourtant égard à ſa déclinaiſon dans ce lieu, & l'on fera faire

aux deux piéces ABCD , & CDEF un angle BCF , qui ſoit égal à l'élevation de l'Equateur du lieu où l'on ſe trouve. On obſervera de tourner le quart de cercle du côté du Midi. L'un & l'autre des Cadrans équinoctiaux montrera l'heure de ce lieu.

PROBLEME VI.

Tracer un Cadran ſur quelque plan vertical que ce ſoit ſans Bouſſole pendant la nuit , avec une bougie.

APrès avoir échafaudé , s'il eſt néceſſaire , tracez une méridienne ſur une table de la maniere qu'on l'a enſeigné dans le Problême premier. Poſez le long de cette méridienne un Cadran horiſontal , qu'il eſt aiſé de faire. Ajuſtez le long de l'axe un fil ou ficelle , qui étant tenduë aille rencontrer le plan ſur lequel on a propoſé de conſtruire le Cadran. Le point où la ficelle rencontrera le plan , ſera l'endroit où il faudra mettre l'axe , de maniere qu'il ſoit en ligne droite avec la ficelle , ou plûtôt qu'il ne faſſe qu'une ligne avec elle. La méridienne ſe tracera en laiſſant tomber un plomb du centre du Cadran. *

Pour tracer les lignes des autres heures , comme celle d'un heure, par exemple, aïant arrêté la ficelle, ſuivant l'axe des deux Cadrans , ſervez vous d'une bougie, avec laquelle vous ferés enſorte que l'ombre de l'axe du Cadran horiſontal tombe ſur la ligne d'une heure de ce Cadran. La ficelle jettera une ombre ſur le plan vertical. Vous prendrez un point ſur

* Le Centre du Cadran eſt le point où l'axe eſt planté dans le plan du Cadran , lorſque l'axe rencontre ce plan.

cette ombre. Par ce point & par le centre du Cadran, vous menerez une ligne droite, qui marquera la ligne d'une heure ſur le plan vertical. Vous ferez la même choſe pour les autres heures, & vous aurez un Cadran exactement tracé ſans l'embarras qu'on a ordinairement.

REMARQUES.

I.

Si vous le voulez tracer pendant le jour, il faut attendre que le Soleil luiſe, & vous ſervir d'un Miroir avec lequel vous ferez la même choſe que vous avez fait avec la bougie.

II.

Si le plan vertical étoit tellement ſitué, que la ficelle ne pût le rencontrer, alors vous attacherez au plan deux ſoûtiens, pour arrêter une verge de fer, qui fera une même ligne avec la ficelle, & vous opererés le reſte de la même maniere qu'on vient de dire.

III.

Comme le Cadran équinoctial eſt le plus aiſé de tous à conſtruire, on pourra s'en ſervir utilement à tracer toutes ſortes de Cadrans par le moyen de ſon ſtile, qu'on prolongera autant qu'on le jugera à propos.

PROBLEME VII.

Connoître l'heure qu'il eſt par le moyen de la main gauche.

QUoique cette maniere ne ſoit point préciſe, elle peut neamoins être de quelque utilité, lorſqu'on ſe trouve à la Campagne, ou qu'on eſt en voyage.

Il faut d'abord étendre la main gauche, & la poſer horiſontalement, enſorte que le dedans ſoit tourné vers le ciel, puis on prendra un brin de paille ou de bois qu'on placera à angles droits à la jointure entre le pouce & le doigt indice, & qu'on tiendra élevé au-deſſus de la main de la longueur qui eſt depuis cette jointure juſqu'à l'extrêmité du doigt indice, comme on le voit repreſenté dans la figure en A : ce brin de paille ſert de ſtile. Enſuite on tournera la racine du pouce vers le Soleil, la main étant toujours étenduë, juſqu'à ce que l'ombre du muſcle, qui eſt au-deſſous du pouce, ſe termine à la ligne de vie marquée C. Alors l'extrêmité de l'ombre du brin de paille montrera l'heure, en tournant le poignet ou la racine de la main vers le Soleil, & tenant les doigts également étendus. L'ombre tombant au bout du doigt indice marquera 5 heures du matin ou 7 heures du ſoir : au bout du doigt du milieu, 6 heures du matin & du ſoir : au bout du doigt ſuivant, 7 heures du matin & 5 heures du ſoir : au bout du petit doigt, 8 heures avant midi & 4 heures du ſoir : à la jointure prochaine du même petit doigt, 9 heures du matin & 3 heures après midi : à la jointure ſuivante du petit doigt, 10 heures avant midi, & 2 heures après midi : à la racine du même doigt, 11 heures du matin & 1 heure après midi : Enfin l'ombre tombant ſur la ligne de la main marquée D, dite *ligne de la table*, marquera 12 heures ou midi. Planche 6. Fig. 8.

PROBLEME VIII.

Décrire dans un parterre un Cadran horiſontal avec des herbes.

ON peut décrire par les méthodes ordinaires un Cadran horiſontal dans un parterre, en

marquant les lignes des heures avec du buis, ou autrement, & en faisant servir de stile quelque arbre planté bien droit sur la ligne meridienne, qui par l'extrêmité de son ombre marquera les heures au Soleil, comme dans les Cadrans ordinaires qui se font sur les murailles. Mais au lieu d'un arbre une personne pourra se servir de sa propre hauteur pour stile, en se plaçant bien droit au pied du stile, qui doit avoir été marqué sur la meridienne conformement à cette hauteur; ce qui sera facile à celui qui entendra la Gnomonique.

On peut aussi tracer un semblable Cadran par le moyen d'une table des hauteurs du Soleil, ou bien par le moyen d'une table des verticaux du Soleil, comme nous avons enseigné dans notre Gnomonique, ou bien encore de cette sorte.

Planche 7. Fig. 90. Ayant tiré par le point A, pris à discrétion sur le plan horisontal, la ligne meridienne BC, & ayant décrit à volonté du même point A, le cercle 6B6C, divisez sa circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés pour les 24 heures du jour naturel, en commençant depuis la meridienne BC. Joignez les deux points opposés & également éloignés de la méridienne BC, par des lignes droites, qui seront paralleles entr'elles & à la meridienne BC, ou perpendiculaires au diametre 6, 6, qui détermine sur le cercle les points de 6 heures du matin, & de 6 heures du soir.

On marquera sur chacune de ces lignes paralleles les points des heures qui se trouveront sur la circonference d'une Ellipse en cette sorte. Ayant fait au centre A, avec la ligne A6 l'angle 6AD égal à l'élevation du pole, qui est de 49 degrez à Paris, portés la distance perpendiculaire du point 6 à la ligne AD sur la meridienne BC, de part & d'autre

depuis le centre A, aux points 12, 12, la distance perpendiculaire du point I, à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles, les plus proches de la ligne BC, depuis E & K de part & d'autre aux points 1, 11; la distance perpendiculaire du point H, à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles suivantes, également éloignées, & plus proches des deux précedentes, depuis F, & L, de part & d'autre, aux points 2, 10, & ainsi des autres. Planche 7. Fig. 90.

Il faut ensuite marquer le commencement de chaque Signe du Zodiaque, qui répond environ au 20 jour de chaque mois, deçà & delà depuis le centre A, qui represente le commencement de ♈, & de ♎, sur la ligne meridienne BC, en cette sorte.

Ayant fait au centre A, avec la meridienne AB, l'angle BAM égal à l'élevation du pole, par la ligne AM perpendiculaire à la ligne AD, & ayant pris l'arc DN égal à la déclinaison du Signe que vous voulez marquer, comme de 23 dégrez & demi pour ♋, & ♑, de 20 degrez & un quart pour ♊, ♌, & pour ♒, ♓, & de 11 degrez & demi pour ♉, ♍, & pour ♐, ♏, tirez par le point N, la ligne NP, parallele à la ligne AD, & la ligne NQ parallele à la ligne A6. Portez la partie A12 de P sur la ligne NQ en R; de sorte que la ligne PR soit égale à la partie A12, ou a la distance perpendiculaire du point 6, à la ligne AD. La partie OP terminée par les deux lignes A6, AM, sera la distance du Signe proposé depuis le centre A, qui represente les deux points équinoctiaux.

Ce Cadran étant ainsi décrit avec ses ornemens, on pourra connoître les heures aux rayons du So-

leil comme dans les precedens, pourvû qu'on ſe place environ au dégré du Signe courant du Soleil, avec cette difference, qu'au lieu que dans l'horiſontal le ſtile ne peut être que d'une certaine grandeur, ici il peut être de telle grandeur que l'on voudra. Il eſt bon même de le faire un peu long, parce que s'il étoit bien petit, ſon ombre pourroit en été devenir ſi petite, qu'elle ne parviendroit pas aux points horaires marqués ſur les paralleles, & ne pourroit par conſequent faire connoître les heures. Ainſi quand on voudra ſe ſervir de ſa propre hauteur pour connoître les heures dans un ſemblable Cadran, il ne faudra pas décrire du centre A un cercle d'une grandeur énorme, de peur que les points des heures ne s'éloignent trop de ce centre.

PROBLEME IX.

Décrire un Cadran horiſontal, dont on a le centre & la ligne équinoctiale.

Planche 7 Fig. 91. SI le centre donné eſt A, & la ligne équinoctiale BC, tirez à cette ligne BC, par le centre A la perpendiculaire AD, qui ſera la ligne méridienne. Ayant décrit autour de la ligne AE le demicercle AFE, prenez l'arc EF, égal au double de l'élevation du pole, comme de 98 degrez à Paris, où le pole eſt élevé ſur l'horiſon à peu près de 49 degrez. Décrivez du point E par le point F, une circonférence de cercle qu'on donnera ſur l'équinoctiale BC, les points G, H, de 3 & de 9 heures, & ſur la meridienne AD, les deux points I, D, dont chacun peut être pris pour le centre diviſeur de l'équinoctiale BC, ſur laquelle on marquera

les points des autres heures en cette ſorte.

Portez la même ouverture de compas EF ſur la circonference du cercle décrit du centre E, de G & H aux points K, L, & de I, de part & d'autre, aux points M, N. Tirez du point D, par les points K, L, M, N, des lignes droites, qui donneront ſur l'équinoctiale BC, les points O, P, Q, R, de 1, 11, 2, & 10 heures. Si vous portez la même ouverture de compas EF, de M, & N, ſur l'équinoctiale BC, aux points S, T, vous aurez en S le point de 4 heures, & en T le point de 8 heures. Enfin ſi vous portez la même ouverture de compas EF, deux fois à droit & à gauche, des points S, T, ſur la même ligne équinoctiale B C, vous aurez les points de 5 & de 7 heures qui ſe rencontreront ici au dehors du plan du Cadran, &c.

PROBLEME X.

Décrire un Cadran horiſontal par le moyen d'un quart de cercle.

JE ſuppoſe que le quart de cercle eſt diviſé en ſes 90 degrez, comme ABC, au dedans duquel il faudra tirer la ligne DE perpendiculaire au demi-diametre AB, ou parallele à l'autre demi-diametre AC, plus ou moins éloigné du centre A du quart de cercle, ſelon que l'on voudra faire un Cadran plus grand ou plus petit. Cette ligne DE ſera diviſée inégalement par les lignes droites tirées du centre A de 15 en 15 degrez en des points qui repreſenteront les points horaires de la ligne équinoctiale du Cadran horiſontal, que l'on décrira en cette ſorte. Planche 8. Fig. 92.

Planche 8. Fig. 92. Ayant tiré ſur le plan horiſontal la ligne meridienne FG, & y ayant pris à volonté le point F pour le centre du Cadran, prenez depuis ce centre ſur la meridienne FG, la partie FH, égale à la partie AI, terminée par la ligne DE ſur la ligne de l'élevation du pole, que nous avons ici ſuppoſé de 30 degrez, en la comptant depuis C. Menez par le point H la ligne KL perpendiculaire à la meridienne FG, cette ligne KL ſera priſe pour la ligne équinoctiale ſur laquelle on tranſportera depuis H de part & d'autre les diviſions de la ligne DE, en les prenant depuis D, pour avoir les points des heures, par leſquels on tirera du centre F les lignes horaires, &c.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du ſtile, tirés dans le quart de cercle du point D, qui repreſente le bout du ſtile, la ligne DO perpendiculaire à la ligne AI de l'elevation du pole, qui repreſente la ligne meridienne du Cadran horiſontal, & faites HM égale à AO, ou FM, égale à IO, pour avoir en M le pied du ſtile, dont la longueur eſt égale à la perpendiculaire DO, parce que le point I repreſente le centre du Cadran, comme il eſt évident à ceux qui entendent la Gnomonique.

PROBLEME XI.

Décrire un Cadran horiſontal, & un Cadran vertical meridional, par le moyen d'un Cadran Polaire.

Planche 9. Fig. 93. SI le Cadran polaire eſt ſuppoſé dans un plan parallele au cercle de ſix heures, en ſorte que la ligne équinoctiale AB ſoit perpendiculaire à la

ligne meridienne CD, & à toutes les autres lignes horaires qui ſont paralleles entr'elles, & à la meridienne : faites au point E de 9 heures ſur l'équinoctiale, avec la même équinoctiale AE, l'angle AEF égale au complement de l'élevation du pole. Par le point F, où la ligne EF coupe la meridienne CD ; tirés à cette meridienne CD, la perpendiculaire GH, qui ſe trouvera coupée par les lignes horaires du Cadran polaire en des points, par où vous tirerés au centre C les lignes horaires du Cadran horiſontal. On trouvera ce centre C ſur la meridienne CD, en prenant la ligne FC égale à la ligne EF. Planche 9. Fig. 23.

Si par le même point E vous tirez la ligne EI, perpendiculaire à la ligne EF, ou, ce qui eſt la même choſe, ſi au point E on fait l'angle AEI égal à la hauteur du pole ſur l'horiſon, & que par le point I, ou la ligne EI coupe la meridienne CD, on tire la ligne KL perpendiculaire à la meridienne, ou parallele à l'équinoctiale ; cette ligne KL, qui repreſente le premier vertical, ſera coupée par les lignes horaires du Cadran polaire en des points, par où l'on tirera au centre D les lignes horaires du Cadran vertical meridional. Ce centre D ſe trouvera ſur la meridienne CD, en faiſant la ligne ID égale à la ligne IE.

REMARQUE.

L'axe CM du Cadran horiſontal eſt parallele à la ligne EF, & l'axe DN du Cadran vertical eſt parallele à la ligne EI.

PROBLEME XII.

Décrire un Cadran horisontal, & un Cadran vertical meridional, par le moyen d'un Cadran équinoctial.

Planche 9. Fig. SI le Cadran équinoctial est supposé décrit sur un plan parallele à l'Equateur, en sorte que la ligne de six heures AB soit perpendiculaire à la ligne meridienne CD, faites au point E pris à discrétion sur la ligne de six heures AB, l'angle AEF égal à l'élevation du pole. Par le point F, où la ligne EF coupe la meridienne CD, tirez à cette meridienne CD, la perpendiculaire GH, qui se trouvera coupée par les lignes horaires du Cadran équinoctial, en des points par où vous tirerez les lignes horaires du Cadran horisontal de son centre C, que vous trouverez en portant la ligne EF sur la meridienne CD, de F en C.

Pour le Cadran vertical, il faut tirer par le même point E, la ligne EI perpendiculaire à la ligne EF, ou bien ce qui est la même chose, il faut faire au point E l'angle AEI, égal au complement de la hauteur du pole sur l'horison. Par le point I, où la ligne EI coupe la meridienne CD, tirez à la ligne de six heures AB, la parallele KL, qui se trouvera coupée par les lignes horaires du Cadran équinoctial, qui partent du centre O, en des points, par où l'on tirera les lignes horaires du Cadran vertical de son centre D, qu'on trouvera en portant sur la meridienne CD la longueur de la ligne EI, de I en D.

REMARQUE.

L'Axe CM du Cadran horisontal est parallele à

la ligne EI, & l'axe DN du Cadran vertical, eſt parallele à la ligne EF.

PROBLEME XIII.

Décrire un Cadran vertical ſur un quarreau de vitre, où l'on puiſſe connoître les heures aux rayons du Soleil, ſans aucun ſtile.

JE fis autrefois un Cadran vertical déclinant ſur un quarreau de vitre d'une fenêtre, où l'on pouvoit ſans aucun ſtile connoître facilement les heures au Soleil. Je m'y pris de cette ſorte.

Je détachai un quarreau de vitre qui étoit colé en dehors contre le chaſſis de la fenêtre : j'y traçai un Cadran vertical, ſelon la déclinaiſon de la fenêtre, & la hauteur du pole ſur l'horiſon, ayant pris pour longueur du ſtile l'épaiſſeur du chaſſis de la même fenêtre. Je fis enſuite recoler ce quarreau de vitre en dedans contre le chaſſis, ayant donné à la ligne meridienne une ſituation perpendiculaïre à l'horiſon, telle qu'elle doit être dans les Cadrans verticaux. Je fis coler en dehors contre le même chaſſis, vis-à-vis du Cadran un papier fort, qui n'étoit point huilé, afin que les rayons du Soleil le penetrant moins, la ſurface du Cadran en fût plus obſcure. Et pour pouvoir connoître les heures au Soleil ſans l'ombre d'un ſtile, je fis un petit trou avec une épingle dans le papier, vis-à-vis le pied du ſtile, que j'avois marqué dans le Cadran. Le trou repreſentant le bout du ſtile, & les rayons du Soleil paſſant au travers, faiſoient ſur la vitre une petite lumiere, qui montroit agréablement les heures dans l'obſcurité du Cadran.

PROBLEME XIV.

Décrire trois Cadrans sur trois plans differens, où l'on pourra connoître les heures au Soleil par l'ombre d'un seul l'axe.

Planche 10. Fig. 95.

PRéparez deux plans rectangulaires ABCD, BEFC, d'une largeur égale BC. Joignez-les ensemble selon cette ligne BC, qui representera leur commune section, ensorte qu'ils fassent un angle droit; ce qui fera que l'un, comme ABCD, étant pris pour un plan horisontal, l'autre BEFC sera pris pour un plan vertical.

Cette préparation étant faite, ou plutôt avant que de joindre ensemble ces deux plans, divisez leur commune largeur BC en deux également au point I, & tirez par ce point I, dans le plan ABCD, la ligne GI perpendiculaire à la ligne BC, & dans le plan BEFC, la ligne HI perpendiculaire à la même ligne BC. Chacune des deux lignes HI, GI sera prise pour la meridienne de son plan.

Si on prend le plan ABCD pour horisontal, on y fera un Cadran horisontal, dont le centre G sera pris à volonté sur la meridienne GI : & sur l'autre plan BEFC, on fera un Cadran vertical meridional, dont le centre H se trouvera sur la meridienne HI, par le moyen du Triangle rectangle GIH, dont l'angle IGH doit être égal à l'élevation du pole. Ce Triangle GIH rectangle en I, doit être d'une matiere forte, pour pouvoir être appliquée contre ces deux plans, & les maintenir dans l'angle droit, comme vous voyez dans la Figure. Alors l'hypoteneuse GH servira d'axe pour le Ca-

dran horiſontal du plan ABCD, & pour le vertical du plan BEFC. Planche 10. Fig. 95.

Ces deux plans ABCD, BEFC, étant ainſi attachez & arrêtés par le troiſiéme plan triangulaire GIH, tirez dans ce troiſiéme plan GIH, du ſommet I de ſon angle droit, la ligne IO perpendiculaire à l'axe GH, & vous ſervant de cette ligne IO, comme de rayon, faites un quatriéme plan coupé en rond KLMN, dont le demi-diametre ſoit égal à la ligne IO, & la circonference KLMN ſoit diviſé en 24 parties égales, pour y faire un Cadran équinoctial, tant le ſuperieur que l'inférieur en ſorte que les lignes horaires de l'un répondent aux lignes horaires de l'autre.

Ce plan KLMN doit être coupé en dedans comme un cercle de Sphere, & il doit être fendu le long de la meridienne, afin qu'il puiſſe s'ajuſter par cette fente au plan triangulaire GIH, ſelon la ligne IO, enſorte que le point K du midi touche le point I. En ce cas l'axe GH paſſera par le centre P du Cadran équinoctial, & ſera perpendiculaire à ſon plan, ce qui fait qu'il ſera auſſi l'axe de ce Cadran, dont le plan étant tourné droit au Midi, enſorte que le centre G regarde directement le Midi, ſera parallele à l'Equateur; & alors l'ombre de cet axe commun GH montrera les heures aux rayons du Soleil ſur chacun de ces trois Cadrans, excepté au temps des Equinoxes, où il ne montrera les heures que dans le Cadran horiſontal & dans le vertical.

Pour tourner le centre G du Cadran horiſontal directement au Midi, en ſorte que la ligne meridienne de chacun de ces trois Cadrans ſoit dans le plan du Meridien, & que l'axe GH convienne avec l'axe du Monde, on ſe ſervira d'une Bouſſo-

le où la déclinaiſon de l'Aimant ſoit marquée ;
* 1722. laquelle eſt preſentement à Paris * d'environ 13 degrez Nord-Oueſt. Ou bien on marquera les points du commencement de chaque Signe du Zodiaque, qui répond environ au 20 de chaque mois, ſur l'axe GH de part & d'autre depuis le point O, qui repreſente les points équinoctiaux, ou les commencemens de ♈ & de ♎, ſelon la déclinaiſon des Signes, en faiſant au point I, avec la ligne IO, de côté & d'autre des angles égaux à cette déclinaiſon. En donnant ainſi au plan ABCD une ſituation horiſontale, & en le tournant juſqu'à ce que l'ombre de la circonference KLMN tombe ſur le degré du Signe courant du Soleil, le centre G ſe trouvera tourné directement au Midi, & chaque ligne meridienne ſe trouvera dans le plan du cercle meridien. Je ne dis pas que les Signes ſeptentrionaux ſe doivent marquer depuis O vers G, parce que ceux qui entendent la Sphere, ſçavent bien que dans cette Zone que nous habitons, le point G repreſente le pole ſeptentrional.

PROBLEME XV.

Tracer un Cadran ſur un plan horiſontal par le moyen des deux points d'ombre marquez ſur ce plan au temps des Equinoxes.

Planche 10. Fig. 96. SI les deux points d'ombre ſont B, C, on les joindra par la ligne droite BC, qui repreſentera la ligne équinoctiale. Afin que l'erreur ſoit moins ſenſible, il ne faudra pas que les deux points d'ombre B, C, ſoient beaucoup éloignez entre eux, parce qu'autour des Equinoxes la déclinaiſon du Soleil change ſenſiblement, mais ils ne doi-

vent pas auſſi être trop proches, parce qu'il eſt difficile de tirer exactement une ligne droite par deux points extrêmement proches. Planche 10. Fig. 96.

Ayant ainſi tiré la ligne équinoctiale BC, menez par le pied du ſtile A la perpendiculaire GD qui ſera la ligne meridienne ſur laquelle on marquera le centre D de l'Equateur, & le centre G du Cadran, en cette ſorte. Ayant tiré par le même pied du ſtile A, la ligne AF perpendiculaire à la ligne meridienne, ou parallele à la ligne équinoctiale, & égale au ſtile, joignez le rayon de l'Equateur EF. Portez-en la longueur de E pris ſur la meridienne au point D, qui ſera le centre de l'Equateur. Si vous tirez au même rayon l'Equateur EF, par le point F, la perpendiculaire FG, vous aurez en G ſur la meridienne le centre du Cadran.

Il ne reſte plus qu'à marquer les points horaires ſur l'équinoctiale BC, ce qui pourra ſe faire *par le Probl. IX.* ou bien en cette ſorte. Ayant décrit du centre de l'Equateur D, avec une ouverture de compas priſe à volonté, le demi-cercle HEI, & ayant diviſé ſa circonférence en 12 parties égales ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez du même centre D par les points de diviſion, autant de lignes droites, qui étant prolongées, donneront ſur la ligne équinoctiale BC, les points des heures qu'on cherche.

Ou bien plus facilement, portez la longueur du rayon de l'Equateur EF, depuis E de part & d'autre ſur la ligne équinoctiale BC, pour avoir les points de 3 & de 9 heures. Du centre D, & de la diſtance de ces deux points trouvez de 3 & 9 heures priſes ſur l'équinoctiale, faites un arc de cercle, qui coupera l'équinoctiale en deux

Planche 10, Fig. 96.

points, qui ſeront les poins de 4 & de 8 heures. De chacun de ces points de 4 & de 8 heures ſur l'équinoctiale portez de côté & d'autre la même diſtance de 3 & de 9 heures, pour avoir d'une part les points de 5 & de 11 heures, & de l'autre les points de 1 & de 7 heures. De cette maniere, vous aurez tous les points horaires ſur l'équinoctiale, excepté ceux de 2 & de 10 heures, que vous trouverez en diviſant en trois parties égales la diſtance des points de 4 & de 8 heures.

REMARQUES.

Vous remarquerez que la diſtance du point E de Midi au point de 4 ou de 8 heures ſur la ligne équinoctiale, eſt la moitié de la diſtance des points de 1 à 5 heures, ou des points de 11 à 7 heures; que la diſtance des points de 2 à 9 heures, ou de 10 à 3 heures eſt égale à la moitié de la diſtance du point de 2 à 5 heures, ou du point de 10 à 7 heures, & que par conſéquent la diſtance des points de 2 & de 9 heures, ou de 10 & de 3 heures eſt égale au tiers de la diſtance des points de 5 & de 9 heures, ou de 3 & de 7 heures. D'où il ſuit qu'on peut trouver autrement qu'auparavant, les points de 2 & de 10 heures, ſçavoir, en diviſant en trois parties égales la diſtance des points de 5 & de 9 heures, & la diſtance des points de 3 & de 7 heures.

Si outre les points horaires de la ligne équinoctiale BC, vous voulez avoir les points des demi-heures, il faut diviſer le demi-cercle HEI en deux fois plus de parties égales, c'eſt-à-dire, en 24 parties égales, & 48 parties égales, ſi vous voulez avoir les quarts-d'heures, & ainſi de ſuite. Ou bien

pour avoir les points des demi-heures, on mettra une des pointes du compas sur les points horaires de la ligne équinoctiale BC, qui sont en nombre impair, sçavoir, sur les points de 1, 11, 3, 9, 5 & 7 heures, & on étendra l'autre pointe jusqu'au centre de l'Equateur D, pour avoir des ouvertures, qui étant portées depuis les mêmes points horaires de part & d'autre sur l'équinoctiale, donneront les points des demi-heures, par le moyen desquels on trouvera de la même façon les points des quarts-d'heures, & ainsi de suite.

PROBLEME XVI.

Tracer un Cadran sur un plan horisontal, où les points de 5 & de 7 heures sont donnez sur la ligne équinoctiale.

COmme il arrive souvent que les points de 5 & de 7 heures de la ligne équinoctiale se trouvent hors du plan, pour avoir pris un stile trop long par rapport à la largeur du plan; ce qui empêche de marquer ces deux points de 5 & de 7 heures sur la ligne équinoctiale, & d'achever le Cadran : il sera bon de déterminer ces deux points sur l'équinoctiale, comme A, B, dont le milieu O sera le point de midi, & l'on achevera le Cadran en cette sorte. Planche 11. Fig. 97.

Ayant tiré par le point de midi O, la ligne meridienne DE perpendiculaire à l'équinoctiale BC, on trouvera en premier lieu sur cette méridienne DE, le centre de l'Equateur D, & par son moyen le centre du Cadran I, d'où l'on tirera les lignes horaires par les points des heures, qu'on marquera sur la ligne équinoctiale AB, comme il a été en-

Planche 11. Fig. 97. seigné au problême precedent par le moyen du centre de l'Equateur D, que nous trouverons ici en trois manieres differentes, comme vous allez voir.

Premiere méthode.

Ayant décrit du point de midi O, par les points A, B, de 5 & de 7 heures, le demi-cercle AFB, & ayant décrit du point A, par le même point O l'arc de cercle OF, diviſez en deux également l'arc AF au point G, & menez la droite BG, qui donnera ſur la ligne meridienne DE, le centre de l'Equateur D.

Seconde méthode.

Ayant décrit, comme auparavant, le demi-cercle AFB, & l'arc de cercle OF, décrivez du point B, par le point F, l'arc de cercle FH, & faites la ligne OD égale à la partie AH, pour avoir en D le centre de l'Equateur qu'on cherche.

Troiſiéme méthode.

Decrivez des deux points A, B, de 5 & de 7 heures avec une ouverture de compas égale à la diſtance AB deux arcs de cercle, qui ſe coupent ici ſur la meridienne au point E. Decrivez de ce point E avec la même ouverture de compas l'arc de cercle ADB, qui donnera ſur la meridienne DE le centre de l'Equater D.

Pour trouver le centre du Cadran, faites au centre de l'équateur l'angle ODC égal au complement de la hauteur du pole ſur l'horiſon, & portez la longueur de la ligne CD ſur la meridienne DE, & de O en I. Le point I ſera le centre du Cadran où toutes les lignes horaires iront aboutir.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du ſtile, ayant décrit au tour de la ligne IO le demi cercle OKI, portez ſur ſa circonférence la longueur de la ligne OD, de O en K, & tirez du point K, la ligne KL perpendiculaire au diametre OI, pour avoir en L le pied du ſtile, dont la longueur ſera la perpnediculaire KL.

Il eſt évident que la ligne OK eſt le rayon de l'Equateur, & que la ligne IK repreſente l'axe du Cadran, de ſorte que l'angle LIK eſt égal à l'élevation du pole.

PROBLEME XVII.

Un Cadran horiſontal ou vertical étant donné; trouver pour quelle latitude il a été fait, lorſque l'on connoît la longueur & le pied du ſtile.

I.

SI le Cadran eſt horiſontal, on tirera par le pied du ſtile A, la ligne AF égale au ſtile, & perpendiculaire à la meridienne, & l'on tirera du centre G du Cadran par le point F, la droite FG, qui repreſentera l'axe du Cadran, & qui fera avec la méridienne l'angle FGA égal à la latitude qu'on cherche. Planche 10. Fig. 96.

II.

On travaillera de la même façon pour un Cadran vertical meridional, ou ſeptentrional, qui ne déclinera point ce que l'on connoîtra lorſque la ligne méridienne paſſera par le pied du ſtile. Alors l'angle que fera l'axe du Cadran avec la meridienne ſera le complement, ou le reſte à 90 degrez de l'élevation du pole, pour laquelle le Cadran aura été fait.

III.

Si le Cadran vértical regarde directement l'Orient ou l'Occident, en ſorte qu'il ſoit méridien, ce que l'on connoîtra, lorſque les lignes horaires ſeront paralleles entr'elles, on meſurera l'angle que fait l'une de ces lignes horaires avec la ligne horiſontale, ou avec quelqu'autre ligne parallele à l'horiſontale, & cet angle ſera l'élevation du pole qu'on cherche.

IV.

Planche 12. Fig. 98. Si le Cadran vertical eſt déclinant, ce que l'on connoîtra, lorſque la ligne méridienne ne paſſera pas par le pied du ſtile, comme AH, qui ne paſſe pas par le pied du ſtile C; tirez par ce point C, la ligne horiſontale FD perpendiculaire à la meridienne AH, qui ſe tire à plomb dans tous les Cadrans verticaux, & la ligne CE parallele à la meridienne AH, ou perpendiculaire à l'horiſontale FD, & égale au ſtile. Portez la longueur de l'hypotenuſe EB (qu'on peut appeller *Ligne de declinaiſon*, parce que l'angle CEB eſt la déclinaiſon du plan) ſur l'horiſontale de B en D. Par ce point D, & par le centre du Cadran A, menez la droite DA, qui fera au point D, avec l'horiſontale FD, l'angle BDA, dont la quantité fera connoître la latitude qu'on cherche, c'eſt-à-dire, l'élevation du pole ſur l'horiſon, pour laquelle le Cadran a été fait.

REMARQUES.

Si vous voulez ſçavoir l'élevation du pole ſur le plan du Cadran, c'eſt-à-dire, de combien de dégrez eſt élevé le pole ſur l'horiſon, auquel le plan du

du Cadran eſt parallele, tirez la ſouſtilaire AC. Du pied du ſtile C, & du rayon CE, décrivez vers G un arc de cercle. Du centre du Cadran A & du rayon AD, décrivez un autre arc, qui coupera le premier en G. Par ce point G, menez au centre A l'axe du Cadran AG, qui fera avec la ſouſtilaire AC, l'angle CAG, égal à la hauteur du pole ſur le plan. Planche 12. Fig. 98.

Si vous voulez auſſi ſçavoir la difference des maridiens de l'horiſon du lieu, & de l'horiſon du plan, c'eſt-à-dire la difference des longitudes entre celle de l'horiſon, pour lequel le Cadran a été fait, & celle de l'horiſon parallele au plan du Cadran; prolongez la ligne ſouſtilaire AC vers L. Du point F, ſection de la ligne de ſix heures & de l'horiſontale, menez à AC la perpendiculaire FK, qui ſera la ligne équinoctiale. Portez la longueur du rayon de l'Equateur IG, ſous la ſouſtilaire, de I en L, où ſera le centre de l'Equateur. Par ce point L, & par le point M, ſection de la meridienne & de l'équinoctiale, tirez la droite LM, qui fera avec la ſouſtilaire AL, l'Angle CLM, dont la quantité fera connoître la difference des longitudes qu'on cherche.

Parce que le centre du Cadran A ſe trouve ici au-deſſus de la ligne horiſontale, on connoît, 1°, que le plan du Cadran décline du Midi; 2°, qu'il décline à l'Orient, parce que le pied du ſtile C ſe trouve entre la ligne meridienne & les lignes des heures du matin ou avant midi. On connoît auſſi qu'au temps des Equinoxes, le Cadran ne ſera pas éclairé du Soleil à trois heures aprés midi, parce que la ligne de trois heures étant prolongée, ne coupe point la ligne équinoctiale du côté des heures après midi. Enfin on connoît qu'en tout

temps le plan du Cadran, n'eſt point éclairé des rayons du Soleil aux heures dont les lignes dans le Cadran, ne coupent point du côté des mêmes heures la ligne horiſontale.

PROBLEME XVIII.

Trouver le pied & la longueur du ſtile dans un Cadran vertical déclinant.

Planche 12. Fig. 98.

S'Il arrive qu'un Cadran vertical déclinant ſe trouve décrit ſur une muraille ſans aucun ſtile, & ſans aucune marque du lieu où il avoit été planté ; ou du point où l'on a ſuppoſé ſon pied, quand on a tracé le Cadran, on pourra trouver ce pied, & déterminer la longueur du ſtile en cette ſorte.

Si ayant prolongé la méridienne AH, on prolonge quelqu'autre ligne horaire, elles ſe couperont en un point A, qui ſera le centre du Cadran. De ce point A menez une ligne indéfinie AD, qui doit faire avec la meridienne AH un angle BAD, égal au complement de l'élevation du pole. Par quelque point D pris à diſcrétion ſur la ligne AD, menez à la meridienne AH une perpendiculaire DF, qui ſera la ligne horiſontale.

Cela étant fait, tirez par le point D, à la ligne AD la perpendiculaire DM, qui donnera ſur la meridienne AH, le point M. Par ce point M, & par le point F de ſix heures pris ſur l'horiſontale, vous tirerez la ligne équinoctiale FK, à laquelle vous menerez du centre A la perpendiculaire AL, qui repreſentera la ligne ſouſtilaire, & donnera par conſequent ſur l'horiſontale FD, le pied du ſtile au point C.

Pour trouver la longueur du ſtile, tirez de ſon

pied trouvé C, la ligne indéfinie CE perpendiculaire à l'horisontale FD. Du point B, & du rayon BD, décrivez un arc de cercle, qui déterminera sur la perpendiculaire CE la longeur du stile qu'on cherche. Cette ligne CE servira à faire connoître la déclinaison du plan, qui est représenté par l'angle CEB; l'elevation du pole sur le plan, que l'angle CAG represente, & la difference des longitudes, qui est représentée par l'angle ILM, comme il a été enseigné au probleme précedent. Planche 12. Fig. 98.

REMARQUES.

Quand la déclinaison du plan est fort petite, on ne peut avoir le point F de six heures sur l'horisontal, parce qu'il est trop éloigné. Alors ne pouvant mener la ligne équinoctiale FK par le point F, on la menera par le point M, en lui faisant faire avec la méridienne AH, l'angle BMF, qu'on trouvera par le moyen de la déclinaison du plan, & de l'élevation du pole, en faisant cette Analogie.

Comme le Sinus total,
Au Sinus de la déclinaison du plan;
Ainsi la tangente du complement de l'élevation du pole,
A la tangente du complement de l'angle qu'on cherche.

Je parle à ceux qui entendent la Trigonometrie, & qui par le moyen de la même déclinaison du plan & de l'élevation du pole, pourront trouver l'angle de la ligne de six heures avec la meridienne, la difference des longitudes, & l'éleva-

Planche 12. Fig. 98.

tion du pole sur le plan, par ces trois Analogies ;

1.

Comme le Sinus total,
Au Sinus de la déclinaison du plan ;
Ainsi la tangente de l'élevation du pole sur l'horison,
A la tangente du complement de l'angle de la ligne de six heures avec la meridienne.

2.

Comme le sinus total,
Au Sinus de la hauteur du pole sur l'horison ;
Ainsi la tangente du complement de la déclinaison du plan,
A la tangente du complement de la difference des longitudes.

3.

Comme le Sinus total,
Au Sinus du complement de la déclinaison du plan ;
Ainsi le Sinus du complement de l'élevation du pole sur l'horison.
Au Sinus de la hauteur du pole sur le plan.

Il arrive qu'on ne peut avoir le centre du Cadran, lorsque l'élévation du pole est fort grande, ou que le plan décline beaucoup ; comme on ne peut alors ni connoître la déclinaison du plan, ni déterminer le pied & la longueur du stile par la méthode précedente ; on mesurera l'angle de la ligne de six heures avec l'horisontale. Par le moyen de cet angle, & de l'élevation du pole, on connoîtra la déclinaison du plan, en faisant cette Analogie.

Comme le Sinus total,

A la tangente du complement de l'élevation du pole. Planche 12. Fig. 96.

Ainſi la tangente de l'angle de la ligne de ſix heures avec l'horiſontale,

Au Sinus de la déclinaiſon du plan.

La déclinaiſon du plan ayant été ainſi connue, on décrira autour de la partie FB, terminée par la ligne de ſix heures, & la meridienne, le demi-cercle FEB. On prendra depuis F, l'arc EF égal au double du complement de la déclinaiſon du plan, & l'on tirera du point E, à l'horiſontale FD, la perpendiculaire EC, qui donnera la longeur du ſtile, & déterminera ſon pied au point C.

Si vous voulez tirer par le pied du ſtile trouvé C, la ligne ſouſtilaire, tirez auparavant la ligne équinoctiale FK, par le point de ſix heures F, en lui faiſant faire à ce point F, avec l'horiſontale FD, un angle qu'on trouvera par cette Analogie,

Comme le Sinus total,
Au Sinus de la déclinaiſon du plan;
Ainſi la tangente du complement de l'élévation du pole,
A la tangente de l'angle qu'on cherche.

Si à la ligne équinoctiale FK, on tire par le pied du ſtile C, la perpendiculaire CL, Elle repréſentera la ligne ſouſtilaire, qu'on pourra auſſi tirer, en lui faiſant faire au point C avec l'horiſontale FD, un angle qu'on trouvera par cette Analogie,

Comme le Sinus total,
Au Sinus de la déclinaiſon du plan;

Ainſi la tangente du complement de l'élevation du pole,
A la tangente du complement de l'angle qu'on cherche.

Ou bien portez la diſtance BE ſur l'horiſontale FD de B en D. Faites au point D, l'angle BDM égal au complement de la hauteur du pole ſur l'horiſon, pour avoir le point M, ſur la meridienne. Par ce point M, & par le point F de ſix heures, on tirera la ligne équinoctiale FM, à laquelle on menera par le point C la ligne perpendiculaire CL, qui ſera la ligne ſouſtilaire qu'on cherche.

PROBLEME XIX.

Décrire un Cadran portatif dans un quart de cercle.

Planche 12 Fig. 99.

POur décrire un Cadran portatif dans le quart de cercle ABC, dont le centre eſt A, & dont la circonférence BC eſt diviſée en ſes 90 degrez, décrivez autour du demi-diametre AC, une demi-circonférence de cercle, qui ſera priſe pour la ligne meridienne. Par le moyen de cette meridienne A 12 C, & de la Table ſuivante, qui montre la hauteur du Soleil à chaque heure du jour, de 10 degrez en 10 degrez des Signes du Zodiaque, pour la latitude de 49 degrez, telle qu'eſt à peu près celle de Paris, vous décrirez premiérement les paralleles des Signes, & par leur moyen les autres lignes horaires par des cercles, en cette ſorte.

Pour décrire, par exemple, le Tropique de ♋, connoiſſant par la Table ſuivante ; que le Soeil

étant en ♋ est à midi élevé sur l'horison de 64 degrez & demi, vous appliquerez une regle sur le centre A, & sur le 64. degré & demi du quart

Table des hauteurs du Soleil.

Heur.	XII.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	*du M.*
Sign.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	*Sign.*
♋	64.32	61.56	55.19	46.36	37. 1	27.12	17.32	8.22	♋
10	64. 9	61.33	55. 1	46.18	36.44	26.36	7.12	8. 4	20
20	63. 2	60.31	54. 4	45.28	35.39	26. 8	16.22	7.12	10
♌	61.13	58.49	52.54	44. 7	34.40	24.51	15. 7	5.50	♊
10	58.48	56.30	50.29	42.14	32.54	23. 7	13.21	3.57	20
20	55.52	53.42	47.57	39.55	30.42	20.58	11.12	1.40	10
♍	52.31	50.30	45. 1	37.14	28.10	18.29	8.40		♉
10	48.51	46.58	41.44	34.13	25.19	15.43	5.54		20
20	44.58	43.12	38.15	31. 0	22.18	12.48	2.59		10
♎	41. 0	39.20	34.37	27.28	19. 9	9.47			♈
10	37. 2	35.26	30.58	24.12	15.58	6.42			20
20	33. 9	31.40	27.24	20.55	12.51	3.44			10
♏	29.29	28. 4	23.58	17.42	9.10	0.54			♓
10	26. 8	24.46	20.51	14.45	7. 5				20
20	23.12	21.52	18. 5	22.12	4.42				10
♐	20.47	19.30	15.48	10. 3	2.42				♒
10	18.58	17.42	14. 6	8.27	1.12				20
20	17.51	16.30	13. 3	7.27	0.18				10
♑	17.29	16.19	12.44	7. 8	0. 2				♑
Heur.	XII.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	*du S.*

de cercle BC, en comptant depuis B vers C. Par le point où la regle coupera la ligne meridienne, vous décrirez du centre A un quart de cercle, qui

Planche 12. Fig. 99. représentera le Tropique de ♋. Ainsi des autres.

Pour décrire les autres lignes horaires, on en trouvera trois points, en marquant un point de chacune sur trois paralleles de Signes differens, tels que l'on voudra, pour faire passer par ces trois points une circonférence de cercle, qui representera la ligne horaire qu'on cherche. Ces points horaires se trouveront dans l'intersection du parallele du Signe propose, & d'une ligne droite tiré du centre A par le dégré de la hauteur que le Soleil doit avoir sur l'horison à l'heure proposée lorsqu'il est dans ce Signe, telle qu'on la trouve dans la Table précedente.

Pour connoître l'heure aux rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran, ajustez au centre A un petit stile bien droit, avec un filet pendant librement par la pesanteur d'un plomb qu'il doit avoir à son extrêmité. Tournez ce centre A vers le Soleil ensorte que la ligne AC regarde directement le Soleil, ce que vous connoîtrez lorsque l'ombre du stile élevé au point A, couvrira cette ligne AC. Alors le filet pendant librement du centre A, marquera sur le parallele du Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche, & de plus sur le quart de cercle BC, les degrez de la hauteur du Soleil.

REMARQUES.

I.

Cette maniere de representer les lignes horaires par des circonférences de cercle, n'est pas bonne dans la rigueur géométrique; mais comme l'erreur est petite, on peut s'en servir très-utilement. Mais au lieu de cercles, on peut avoir des lignes droi-

tes, sans que l'erreur soit aussi beaucoup considérable. Ce sera en décrivant du centre A, avec une ouverture de compas, prise à volonté, les deux quarts de cercle ♋ ♑, ♈ ♎, dont le premier sera pris pour l'un des Tropiques, & l'autre pour l'Equateur. Après quoi on trouvera sur chacun de ces deux quarts de cercle un point de chaque heure, pour joindre deux points d'une même heure par une ligne droite, en cette sorte. Planche 13. Fig. 100.

Pour trouver par exemple, le point de midi sur l'Equateur ♈ ♎, où le Soleil étant, il est élevé sur l'horison de 41 dégrez, appliquez au centre A, & au quarante-uniéme degré du quart de cercle BC, une regle bien droite, qui donnera sur l'Equateur ♈ ♎, le point 12 de midi. De même parce que le Soleil étant dans ♋ est élevé à midi sur l'horison de 64 degrez & demi, vous appliquerez sur le centre A & sur le 64 degré & demi du quart de cercle BC, la même regle qui donnera sur le quart de cercle ♋ ♑, considéré comme le tropique de ♋, un second point de midi, lequel étant joint avec le premier, donnera la ligne meridienne, qui servira pour les six Signes septentrionaux, sçavoir, depuis l'Equinoxe du Printems, jusqu'à l'Equinoxe d'Automne.

Si l'on considere le même quart de cercle ♋ ♑, comme le tropique du ♑, on y trouvera de la même façon le point de midi, par lequel & par le premier point de midi, qui a été trouvé sur l'Equateur ♈ ♎, tirant une ligne droite ; on aura une seconde ligne meridienne, qui servira pour les six Signes méridionnaux, sçavoir, depuis l'Equinoxe d'Automne, jusqu'à l'Equinoxe du Printems.

C'est de la même maniere qu'on marquera les autres lignes horaires, tant pour les six Signes sep-

tentrionaux, que pour les ſix meridionaux, & il
Plan. 13. ne faut que regarder la Figure pour la comprendre.
Fig. 100. Les paralleles des autres Signes ſe décriront par le moyen de la ligne méridienne, comme il a été enſeigné auparavant, ſans qu'il ſoit beſoin de le repeter ici. On connoit auſſi les heures ſur ce Cadran, comme ſur le précedent ; c'eſt pourquoi nous n'en parlerons pas davantage.

II.

Fig. 101. Nous dirons cependant que la maniere la plus exacte de faire ce Cadran, eſt la ſuivante. Décrivez à volonté du centre A ſept quarts de cercle, qui ſoient, ſi vous voulez également éloignez entr'eux. Vous les prendrez pour les commencemens des douze Signes du Zodiaque, le premier & le dernier étant pris pour les deux tropiques, & celui du milieu par conſequent pour l'Equateur. Vous marquerez ſur chacun de ces paralleles des Signes les points des heures ſelon la hauteur que le Soleil doit avoir à ces heures au commencement de chaque Signe ; ce que vous connoîtrez par la Table précedente, comme il a été enſeigné auparavant. Après quoi il n'y aura plus qu'à joindre par des lignes courbes tous les points d'une même heure, pour avoir le Cadran achevé, ſur lequel on connoîtra les heures, comme il a été dit auparavant. Nous avons dit qu'il falloit ſe ſervir, d'un petit ſtile élevé droit au centre A : mais au lieu de ſtile, on pourra ſe ſervir de deux pinnules, dont les trous répondent perpendiculairement & à une hauteur égale ſur la ligne AC, ou ſur une autre qui lui ſoit parallele. De cette maniere, au lieu de l'ombre du ſtile, qui doit couvrir la ligne AC, on fera paſſer les rayons du Soleil par les trous de

chaque pinnule. Et pour connoître l'heure plus facilement, on pourra ajoûter au filet qui pend du centre A, une petite perle enfilée, qu'on avancera ſur le Signe & degré du Soleil marqué ſur la ligne AC, lorſqu'on voudra connoître l'heure. Cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lorſque les rayons du Soleil paſſeront par les trous des deux pinnules, & que le filet avec ſon plomb, pendra librement du centre A, ſans qu'il ſoit beſoin de remarquer où le filet coupe le degré du Signe courant du Soleil. Planche 13. Fig. 101.

On voit aiſément que par le moyen d'un ſemblable Cadran, on peut connoître l'heure ſans Soleil, pourvû que l'on ſçache le lieu du Soleil dans le Zodiaque, & ſa hauteur au-deſſus de l'horiſon. Comme ſi le Soleil étant au commencement de ♈ ou de ♎, eſt élevé ſur l'horiſon de 27 degrez & demi, en appliquant une regle bien droite ſur le centre A, & ſur le 27 degré & demi du quart de cercle BC, elle coupera le parallele de ♈ & de ♎, au point de 9 heures du matin, ou de 3 heures du ſoir. Ce qui fera connoître qu'il eſt 9 heures du matin, ſi la hauteur du Soleil a été obſervée avant midi, ou trois heures du ſoir, ſi la hauteur du Soleil a été priſe après midi.

III.

On peut *connoître l'heure ſans Cadran par le moyen de la hauteur du Soleil, & de la Table précedente*, en cherchant dans cette Table la hauteur trouvée du Soleil, ou ſa plus proche dans la colonne du Signe courant du Soleil, ou du 10. degré le plus proche; car on trouvera vis-à-vis de cette hauteur l'heure en haut, ſi l'obſervation a été faite le matin, ou en bas, ſi la hauteur du Soleil a été obſervée après midi.

IV.

Plan. 14. Fig. 102. On peut auſſi connoître l'heure ſans Cadran par la Geometrie, & par la Trigonometrie, comme nous enſeignerons après avoir dit que la hauteur du Soleil ſe peut prendre par le moyen d'un ſimple quart de cercle, comme vous avez vû, ou bien par le moyen de l'ombre d'un ſtile élevé à angles droits ſur le plan horiſontal ou vertical, en cette ſorte.

Premierement ſi l'ombre du ſtile AB élevé à plomb ſur un plan horiſontal eſt AC, menez à cette ombre AC par le pied du ſtile A, la perpendiculaire AD que vous ferez égale au ſtile AB, & tirez du point D, par l'extrêmité C de l'ombre AC, la droite CD, & l'angle ACD ſera l'élevation du Soleil qu'on cherche.

Fig. 103. Mais ſi vous travaillez ſur un plan vertical, tirez par l'exrémité C, de l'ombre AC, la ligne à plomb CD, & par le pied du ſtile A, la ligne horiſontale EF perpendiculaire à cette ligne CD. Tirez encore par le pied du ſtile A, la ligne à plomb AG, que vous ferez égale au ſtile AB, & ayant porté la longueur de la ligne DG ſur l'horizontale EF, de D en F, joignez la ligne CF; l'angle DFC donnera la hauteur du Soleil ſur l'horizon.

V.

Fig. 104. La hauteur du Soleil étant ainſi connuë, ou autrement, on *connoîtra l'heure du jour par la Geometrie*, en cette ſorte. Décrivez à diſcretion le demicercle ABCD, dont le centre eſt E, & le diametre AD: prenez d'un côté l'arc DC égal à l'élevation du Pole, & de l'autre côté l'arc AB égal au complement de la même élevation du Pole; joi-

gnez les droites EB, EC, qui ſeront perpendiculaires l'une à l'autre : la premiere EB repreſentera l'Equateur, & la ſeconde EC, l'axe du Monde ; parce que le point E repreſente le centre du Monde, le point C le pole élevé ſur l'horiſon, repreſenté par le diametre AD, & le cercle ABCD repreſente tout enſemble le meridien, & le colure des ſolſtices, en ſuppoſant que ce colure convient avec le meridien. Planche 14. Fig. 104.

Dans cette ſuppoſition, on prendra l'arc BL, égal à la plus grande déclinaiſon du Soleil, ou de 23 degrez & demi, depuis B vers C, ſi le Soleil eſt dans les Signes ſeptentrionaux, ou de l'autre côté vers A, ſi le Soleil eſt dans les Signes meridionaux, on tirera du cente E par le point L, la droite EL, qui repreſentera l'écliptique, ſelon les loix de la projection ortographique de la Sphere. Après cela on fera l'arc LM égal à la diſtance du Soleil au ſolſtice le plus proche. On menera du point M la ligne MI perpendiculaire à l'écliptique EL, qui ſe trouve ici coupée par cette perpendiculaire MI au point I, par où on tirera à l'Equateur EB, la parallele FG, qui repreſentera le parallele du Soleil, & qui coupe ici l'axe EC en G. De ce point G, comme centre, on décrira par le point F, l'arc de cercle FOK.

Enfin ayant pris l'arc AH égal à la hauteur du Soleil, menez par le point H, à l'horiſon AD, la parallele HN, qui repreſentera l'almicantarat du Soleil, & donnera ſur le parallele FG, ſon lieu en N, d'où l'on tirera la ligne NO perpendiculaire à la ligne FG. L'arc FO étant converti en temps, en prenant 15 degrez pour une heure, donnera l'heure qu'on cherche, avant ou après midi.

Planche 14. Fig. 104.

VI.

L'arc BF fait connoître la déclinaiſon du Soleil, que l'on peut avoir plus exactement par le moyen de ſa plus grande déclinaiſon, qui eſt de 23 degrez & demi, & de ſa diſtance au plus proche Equinoxe, en faiſant cette analogie ;

Comme le Sinus total,
Au Sinus de la plus grande déclinaiſon du Soleil ;
Ainſi le Sinus de ſa diſtance au plus proche Equinoxe,
A la déclinaiſon qu'on cherche.

VII.

Il eſt évident que quand le Soleil n'aura point de déclinaiſon, ce qui arrivera au tems des Equinoxes, au lieu de tirer la perpendiculaire NO du point N, il faudra la tirer du point P, où l'Equateur EB ſe trouve coupé par l'almicantarat HI, pour avoir en ce jour des Equinoxes l'heure qu'on cherche. Mais on pourra la trouver dans ce cas plus exactement par cette analogie ;

Comme le Sinus du complement de l'élevation du Pole,
Au Sinus de la hauteur du Soleil ;
Ainſi le Sinus total,
Au Sinus de la diſtance du Soleil à ſix heures.

VIII.

Lorſque le Soleil aura une déclinaiſon, on l'ôtera de 90 degrez ; ſi elle eſt ſeptentrionale, ou on

l'ajoûtera à 90 degréz, ſi elle eſt meridionale, pour avoir la diſtance du Soleil au pole par le moyen de laquelle, & de l'élevation du pole avec la hauteur du Soleil, on trouvera par la Trigonometrie l'heure du jour en cette ſorte.

Ajoûtez enſemble ces trois choſes, le complement de la hauteur du Soleil, le complement de l'élevation du pole, & la diſtance du Soleil au pole. Otez ſéparément de la moitié de leur ſomme le complement de l'élevation du pole, & la diſtance du Soleil au pole, pour avoir deux differences, qui avec le complement de l'élevation du pole, & la diſtance du Soleil au pole, ſerviront à faire ces deux analogies.

1.

Comme le Sinus de la diſtance du Soleil au pole,
Au Sinus de l'une des deux differences;
Ainſi le Sinus de l'autre difference,
A un quatriéme Sinus.

2.

Comme le Sinus du complement de l'élevation du pole,
Au quatriéme Sinus trouvé;
Ainſi le Sinus total,
A un ſeptiéme Sinus.

lequel étant multiplié par le Sinus total, donnera un produit, dont la racine quarrée ſera le Sinus de la moitié de la diſtance du Soleil au meridien.

PROBLEME XX.

Décrire un Cadran portatif ſur une carte.

LE Cadran que nous allons décrire, eſt ordinairement appellé *le Capucin*, parce qu'il reſſemble à la tête d'un capucin, qui a ſon capuchon renverſé. Il ſe peut décrire ſur une petite piéce de carton, ou bien ſur une carte en cette ſorte.

Planche 14. Fig. 105. Ayant décrit à volonté une circonférence de cercle, dont le centre eſt A, & le diametre B 12, diviſez cette circonference en 24 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, en commençant depuis le diametre B 12. Joignez les deux points de diviſion également éloignez du diametre B 12 par des lignes droites paralleles entr'elles, & perpendiculaires à ce diametre B 12. Ces paralleles ſeront les lignes horaires, dont celle qui paſſe par le centre A, ſera la ligne de ſix heures.

Après cela faites au point 12, avec le diametre B 12, l'angle B 12 ♈, égal à l'élevation du pole, & ayant mené par le point ♈, où la ligne 12 ♈ coupe la ligne de ſix heures, la ligne indefinie ♋ ♑, perpendiculaire à la ligne 12 ♈, vous terminerez cette ligne ♋ ♑ aux points ♋, ♑, par les lignes 12 ♋, 12 ♑, qui feront avec la ligne 12 ♈, chacune une angle de 23 degrez & demi telle qu'eſt la plus grande déclinaiſon du Soleil.

On trouvera ſur cette perpendiculaire ♋ ♑ les points des autres Signes, en décrivant du point ♈, comme centre, par les points ♋, ♑, une circonference de cercle, & en la diviſant en douze parties égales, ou de 30 degrez en 30 degrez, pour les commencemens des douze Signes du Zodiaque

diaque. Joignez deux points de diviſion oppoſés & également éloignés des points ♋, ♑, par des lignes paralleles entr'elles, & perpendiculaires au diamétre ♋ ♑, qui donneront ſur ce diamétre les commencemens des Signes, d'où comme centres, on décrira par le point 12 des arcs de cercle, qui repréſenteront les paralleles des Signes, auſquels par conſéquent on ajoûtera les mêmes caracteres, comme vous voyez dans la Figure. Plan-che 14. Fig. 105.

Ces arcs des Signes ſerviront à connoître les heures aux rayons du Soleil, en cette ſorte. Ayant tiré à volonté la ligne C ♑, parallele au diamétre B12, élevez à ſon extrêmité C, un petit ſtile bien droit, & tournez le plan du Cadran, en ſorte que le point C regardant obliquement le Soleil, l'ombre du ſtile couvre la ligne C ♑. Alors un filet pendant librement avec ſon plomb du point du degré du Signe courant du Soleil, marqué ſur la ligne ♋ ♑, montrera en bas ſur l'arc du même Signe l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Afin que le filet ſe puiſſe mettre facilement ſur le degré du Signe courant du Soleil, il faut que le plan du Cadran ſoit fendu le long de la ligne ♋ ♑. De cette maniere, on pourra facilement avancer le filet à tel point que l'on voudra de cette ligne, & l'arrêter à ce point. Si l'on enfile à ce filet une petite perle, on pourra ſe paſſer des arcs des Signes pour connoître l'heure du jour, en avançant la perle au point 12, lorſque le filet aura été arrêté au degré du Signe courant du Soleil. Cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lorſ-

Planche 14. Fig. 105.

que le point C aura été tourné droit vers le Soleil, en sorte que, comme nous avons dit, l'ombre du stile couvre la ligne C ♑.

II.

On auroit pû marquer les Signes plus exactement sur la ligne ♋ ♑, en faisant au point 12 avec la ligne 12 ♈ de part & d'autre des angles égaux à la déclinaison de ces Signes : mais comme l'erreur n'est pas considerable, lorsque le Cadran est petit, comme il arrive ordinairement, on aura plûtôt fait de suivre la méthode précedente.

III.

Ce Cadran tire son origine d'un certain Cadran rectiligne universel, qui a été autrefois publié par le P. de Saint Rigaud Jesuite, sous ce titre : *Analemma novum.* Voici la maniere qu'il nous a enseigné pour sa construction & pour son usage.

Planche 15. Fig. 106.

Décrivez, comme auparavant, les lignes horaires par le moyen d'un cercle divisé en 24 parties égales, qui a le point A pour centre, & la ligne ♈ ♎ pour diamétre, à laquelle toutes les lignes horaires sont perpendiculaires, dont celle qui passe par l'extrémité ♈, représente la ligne de midi, & celle qui passe par l'autre extrêmité ♎, représente la ligne de minuit. Prenez le diamétre ♈ ♎ pour l'Equateur, & décrivez les paralleles des autres Signes par des lignes droites, en cette sorte.

Prenant le diamétre ♈ ♎ pour l'Equateur, faites avec cette ligne au centre A un angle égal à la plus grande déclinaison du Soleil, ou de 23 degrez & demi, par la ligne droite ♋ ♑, qui sera prise pour l'écliptique, & qui se trouvera coupée

par les lignes horaires de 15 degrez en 15 degrez, en des points, par lesquels on tirera des lignes droites paralleles entr'elles & à l'Equateur ♈ ♎, qui repréſenteront les commencemens des Signes & de leurs moitiés. Planche 15. Fig. 106.

Enfin tirez du centre A, par les degrez du demi-cercle d'en bas des lignes droites de cinq en cinq, ou de dix en dix degrez. Prolongez-les juſqu'à ce qu'elles rencontrent chacune des deux lignes meridiennes ♋70, ♋20 où vous ajoûterez des chifres, de maniere que les chifres d'une ligne méridienne faſſent avec les chifres correſpondans de l'autre 90 degrez, pour avoir ainſi les degrez de latitude marquez ſur chaque ligne méridienne, qui ſerviront à connoître l'heure en cette ſorte.

Tirez du centre A au degré de la latitude du lieu où vous êtes, qui eſt marqué ſur la ligne de minuit ♋20, comme au degré 50, ſi le pole eſt élevé ſur votre horiſon de 50 degrez, la droite A50, qui repréſentant cet horiſon, fera connoître l'heure du lever & du coucher du Soleil au point, où elle coupera le parallele du degré du Signe où le Soleil ſera pour lors. Attachez à ce point un filet pendant avec ſon plomb, ayant une petite perle enfilée, afin que le filet étant étendu depuis le même point ſur le degré de la même latitude, marqué ſur la ligne de midi ♋70, cette perle ſe puiſſe avancer ſur ce degré de latitude; après quoi la perle demeurant immobile à l'endroit du filet où elle ſe trouvera, on laiſſera pendre ce filet librement avec ſon plomb & ſa perle immobile, pour pouvoir connoître l'heure du jour aux rayons du Soleil, par une méthode ſemblable à la précedente, comme vous allez voir.

Planche 15 Fig. 106.

Elevez un petit ſtile bien droit à l'extrémité ♎ de la ligne ♈ ♎, ou de quelqu'autre qui lui ſoit parallele, & le point ♎ étant tourné obliquement vers le Soleil, en ſorte que le filet pendant librement avec ſon plomb, l'ombre du ſtile couvre ſa ligne: la perle fera connoître l'heure qu'on cherche.

IV.

Voilà ce que nous avons appris du P. de S. Rigaud, & voici ce que nous avons ajoûté à ſon Analemme. On peut le faire ſervir de Cadran horiſontal univerſel, en prenant la ligne de ſix heures pour la méridienne, & le centre A pour le centre du Cadran, auquel cas la ligne ♈ ♎, ſera la ligne de ſix heures, & en portant ſur les lignes horaires depuis la ligne de ſix heures ♈ ♎, les parties des horiſons terminées par les lignes horaires, en les prenant depuis le centre A. De cette maniere on aura des points ſur les lignes horaires, qui étant joints par des lignes courbes, formeront des ellipſes, qui repréſenteront les cercles de latitude, ſur leſquelles on connoîtra les heures aux rayons du Soleil par l'ombre de l'axe qui doit faire avec la méridienne au centre A, un angle égal à l'élevation du pole.

V.

Mais on peut décrire autrement & très-facilement un Cadran horiſontal elliptique univerſel, comme nous enſeignerons après vous avoir enſeigné dans le Probleme ſuivant deux manieres différentes de décrire un Cadran horiſontal rectiligne univerſel.

Planche 16
Fig. 108.

PROBLEME XXI.

Décrire un Cadran horiſontal rectiligne univerſel.

I.

AYant tiré par le centre du Cadran A, pris à volonté ſur un plan horiſontal, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, prenez la premiere AB pour la meridienne, & la deuxiéme CD pour la ligne de ſix heures : puis décrivez a diſcretion du centre A, le quart de cercle EF : menez par le point E, la ligne GH perpendiculaire à la meridienne, qui repréſentera le 90. degré de latitude, & par le point F, la ligne FK parallele à la même meridienne, qui repréſentera la ligne de 9 heures, & le 30. cercle de latitude à l'égard des lignes horaires qui lui ſont perpendiculaires. Diviſez le quart de cercle EF, en ſix parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez. Tirez du centre A par les points de diviſion des lignes droites, qui donneront ſur la ligne GH, les points des autres heures, par où l'on tirera les autres lignes horaires paralleles à la meridienne. On omettra les lignes de 5 & de 7 heures, pour ne pas donner une trop grande largeur au Cadran. Pour le faire encore moins large, on pourroit auſſi omettre les lignes de 4 & de 8 heures, qui repréſentent le 60. degré de latitude, à l'égard des lignes horaires qui leur ſont perpendiculaires, & qui ſuppléeront au défaut des lignes horaires qui auront été negligées ; je parle de celles qui ſont paralleles à la meridienne AB.

Ces mêmes lignes droites qui partent du centre A, étant prolongées, donneront ſur la ligne FK, de 9 heures des points, par où l'on décrira du cen-

Planche 16. Fig. 108.

tre A, des arcs de cercle, qui donneront sur la méridienne AB, les points 15, 30, 45, 60, 75. Par ces points on menera autant de lignes droites paralleles entr'elles & à la ligne GH, ou perpendiculaires à la meridienne AB, qui représenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez, à l'égard des lignes horaires paralleles à la méridienne AB.

Pour avoir d'autres cercles de latitude, & d'autres lignes horaires, qui serviront au défaut de celles qui ont été negligées, décrivez du point E par le centre A, le demi-cercle AIB, & divisez sa circonference en six parties égales, ou de 30 degrez en 30 degrez. Du centre A, & par les points de division, décrivez des arcs de cercle, qui donneront sur la ligne de six heures des points, par où l'on tirera des lignes paralleles à la méridienne AB, qui représenteront des cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez.

Pour décrire les lignes horaires qui conviennent à ces cercles de latitude, & qui doivent être paralleles à la ligne de six heures, telle qu'est la ligne de 3 & de 9 heures, qui passe par le point B, & qui représente le 30. cercle de latitude à l'égard des premieres lignes horaires, tirez du point B, par les points de division du demi-cercle AIB, des lignes droites, qui étant prolongées, donneront sur la ligne de six heures les points L, M, C. Les distances AL, AM, AC, étant portées de part & d'autre du centre A, sur la ligne méridienne AB, donneront des points par lesquels on tirera des lignes paralleles à la ligne de six heures.

On connoîtra les heures dans ce Cadran universel, comme dans le précédent, en tournant le centre A droit au midi, comme aux Cadrans hori-

ſontaux ordinaires, & en mettant au même centre A, un axe élevé ſur la méridienne à un angle de la latitude du lieu où l'on eſt. L'ombre de cet axe donnera ſur la ligne de la même latitude, l'heure qu'on cherche.

II.

On peut autrement & plus facilement décrire un Cadran rectiligne univerſel ſur un plan horiſontal, en cette ſorte. Ayant mené, comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, & par le point 90 pris à diſcrétion ſur la méridienne AB, la ligne EF perpendiculaire à la même méridienne, décrivez du centre A, par le point 90, le demi-cercle C90D, qui coupe ici la ligne de ſix heures CD en C & D. Par ces points C, D, & par le point 90, tirez les droites C90, D90. Diviſez la circonférénce de ce demi-cercle en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, & tirez du centre A par les points de diviſion des lignes droites, qui donneront ſur chacune des deux lignes C90, D90, des points, par où l'on tirera les lignes horaires paralleles à la méridienne. Ces mêmes lignes, qui partent du centre A, étant prolongées, rencontreront la ligne EF en des points, par où l'on décrira du centre A, des arcs de cercle, qui donneront ſur la méridienne les points 30, 45, 60, 75. Par ces points on tirera aux deux points C, D, autant de lignes droites, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez. Le Cadran ſera achevé, & l'on connoîtra les heures aux rayons du Soleil, comme dans le précédent.

Planche 17. Fig. 109.

REMARQUES.

On peut *rendre univerſel un Cadran horiſontal décrit pour quelque latitude particuliere que ce ſoit*, en deux manieres ; l'une par le moyen des lignes horaires, l'autre ſeulement par le moyen de la ligne équinoctiale diviſée en heures, comme vous allez voir.

I.

Planche 11. Fig. 97. La premiere maniere ſe pratique en élevant le plan du Cadran horiſontal au-deſſus de l'horiſon du lieu où l'on eſt, vers le Septentrion, ſi la latitude de ce lieu eſt plus grande que celle pour laquelle le Cadran a été fait, ou vers le Midi ſi elle eſt plus petite, des degrez de la différence de ces deux latitudes. Alors l'axe de l'ombre IK montrera les heures aux rayons du Soleil, lorſque le centre I ſera tourné droit au Midi.

II.

La ſeconde maniere ſe pratique en mettant au point O, ſection de la méridienne DI, & de l'Equinoctiale AB, un petit plan perpendiculaire ſemblable au Triangle rectangle OKI, qui ſoit mobile autour de ce point O, en telle ſorte que le côté OK faſſe avec la méridienne OL, qui doit être fendue en cet endroit, un angle égal au complement de l'élevation du pole ſur l'horiſon du lieu où l'on eſt. Alors l'ombre de l'axe KI montrera ſur l'équinoctiale AB, l'heure qu'on cherche, lorſque le centre I ſera tourné directement vers le midi.

PROBLEME XXII.

Décrire un Cadran horiſontal elliptique univerſel.

AYant mené, comme dans le Problême précedent, par le centre du Cadran A pris à diſcrétion ſur un plan horiſontal, les deux perpendiculaires AB, CD, & décrit du même centre A le demi-cercle CBD d'une grandeur priſe à volonté, diviſez ſa circonference en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez. Joignez deux points de diviſion oppoſés & également éloignés de la ligne de ſix heures CD, par des lignes droites perpendiculaires à la méridienne AB, ou paralleles à la ligne de ſix heures CD, qui repréſenteront les autres lignes horaires, ſur leſquelles on marquera les points de latitude, en cette ſorte. Planche 16 Fig. 107.

Pour marquer ſur chaque ligne horaire le point, par exemple, du 60. degré de latitude, faites au centre A, avec la méridienne AB, un angle de 60 degrez par la ligne AE. Portez les diſtances perpendiculaires des points où la méridienne ſe trouve coupée par les lignes horaires à la ligne AE, ſur les lignes horaires oppoſées, depuis la méridienne AB de part & d'autre en des points, que vous joindrez par une ligne courbe, qui ſera la circonference d'une demi-Ellipſe, & qui repréſentera le 60. cercle de latitude. C'eſt ainſi que nous avons repréſenté les autres cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen deſquels on connoîtra les heures aux rayons du Soleil, comme il a été enſeigné au Problême précedent.

PROBLEME XXIII.

Décrire un Cadran horiſontal hyperbolique univerſel.

AYant mené, comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, & décrit à volonté du même centre A, le demi-cercle EFG diviſé en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez de ce centre A, par les points de diviſion des lignes indéfinies, au-dedans deſquelles, comme entre des aſymptotes, vous décrirez par le point F pris à diſcrétion ſur la méridienne AB, des hyperboles qui repréſenteront les lignes horaires.

Planche 17. Fig. 110.

Après cela, menez par le même point F, à la méridienne AB, la perpendiculaire HI, qui repréſentera le 90. cercle de latitude, & qui ſe trouvera coupée par les aſymptotes tirées du centre A, en des points, par où vous décrirez du même centre A, des arcs de cercle, qui donneront ſur la méridienne AB, les points 75, 60, 45, 30, 15. Par ces points vous menerez à la même méridienne AB, autant de perpendiculaires, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen deſquels on connoîtra les heures au Soleil, comme dans le Cadran précedent.

REMARQUE.

Ceux qui entendent les Sections coniques, ſçavent que pour décrire une hyperbole par le point F, entre les aſymptotes AK, AL, par exemple, il faut tirer à diſcrétion par le point F, la ligne

MN, terminée en M & en N, par les deux ſymptotes AK, AL, & porter la longueur de la partie FN ſur la ligne MN de M en O, qui ſera un point de l'hyperbole qu'on veut décrire, &c.

Ceux qui n'entendent pas les Sections coniques, pourront marquer les points des lignes horaires ſur chaque cercle de latitude, comme nous enſeignerons dans le Problême ſuivant, pour joindre les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui ſeront néceſſairement des hyperboles.

PROBLEME XXIV.

Décrire un Cadran horiſontal parabolique univerſel.

AYant mené, comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, tirez du point B pris à diſcrétion ſur la meridienne AB, la ligne EF, perpendiculaire à la même méridienne AB, qui repréſentera le 90. degré de latitude. Décrivez, comme dans le Problême précedent, du centre A, par le même point B, le demi-cercle CBD, qui doit être diviſé en douze parties égales, pour joindre les points de diviſion oppoſez & également éloignez de la ligne de ſix heures CD, par des lignes droites, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez. Planche 17. Fig. 111.

On marquera ſur chacun de ces cercles de latitude, par exemple, ſur la ligne GH, qui repréſente le 60. cercle de latitude, les points horaires, en cette ſorte. Du point 60, ſection de la meridienne AB, & de la ligne GH, menez une perpenciculaire à la ligne AI, qui fait au centre A,

Planche 17. Fig. III.

avec la meridienne AB, un angle de 60 degrez. Portez cette perpendiculaire sur la meridienne AB, du centre A en K. Par ce point K vous menerez la ligne KL perpendiculaire à la meridienne AB. Cette perpendiculaire KL se trouvera coupée par les lignes droites qui sont tirées du centre A par les douze divisions du demi-cercle CBD en des points, dont les distances prises depuis K, & portées sur la ligne GH, de part & d'autre depuis le point 60, donneront sur cette ligne GH (qui dans ce cas est considerée comme une ligne équinoctiale, à l'égard de l'axe AI) les points horaires qu'on cherche.

C'est de la même façon que l'on marquera sur les autres lignes de latitude, considerées comme autant de lignes équinoctiales, les points horaires, dont ceux qui appartiendront à la même heure, seront joints par des lignes courbes, qui repréſenteront les lignes horaires, & qui seront des paraboles, ayant le centre A pour sommet commun, & la ligne de six heures CD pour axe commun. On connoîtra les heures dans ce Cadran comme dans le précedent.

PROBLEME XXV.

Décrire un Cadran sur un plan horisontal, où l'on puisse connoître les heures au Soleil sans l'ombre d'aucun stile.

CE Cadran se fait ordinairement en deux manieres, par la Table des verticaux du Soleil, telle qu'est la suivante, qui montre le vertical du Soleil depuis le Meridien à chaque heure du jour au commencement de chaque Signe du Zodiaque,

pour la latitude de 49 degrez ; ou bien ſans aucune Table par la projection ſtéréographique de la Sphere, comme vous allez voir.

Table des Verticaux du Soleil depuis le Méridien, à chaque heure du jour, pour la latitude de 49 degrez.

H.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	IV.
S.	D.M.	D.M.	D.M	D.M	D.M.	D. M.	D. M.	D. M.
♋	30.17	53.40	70.30	83.57	95.20	105.56	116.28	127.26
♌ ♍	27.58	50.33	67.34	81. 6	92.45	103.35	114.56	
♎ ♉	23.30	43.52	60.29	74.17	86.21	97.36		
♏ ♈	19.33	37.25	52.58	66.57	78.34			
♐ ♓	16.42	32.25	46.30	59.28	71.12			
♑ ♒	13.56	29.11	42.23	54.56				
♑	14.19	28. 2	40.48					
H.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.

I.

Pour décrire premierement ce cadran par le moyen de la Table précédente, qui l'a fait appeller *Cadran Azimutal*, décrivez ſur le plan horiſontal, que je ſuppoſe mobile, le Parallelogramme rectangle ABCD. Diviſez chacun des deux côtez oppoſés AB, CD, en deux également aux points E, F. Joignez ces points par la droite EF, qui ſera priſe pour la méridienne. Prenez à diſcrétion ſur cette ligne EF le point G pour le pied du ſtile, & les deux points F, H, pour les points ſolſtitiaux de ♑ & de ♋, par leſquels vous décrirez du point G, comme centre, deux circonferen-

Planche 18. Fig. 112.

Planche 18. Fig. 112.

ces de cercle, qui repréſenteront les tropiques, où les commencemens du ♋ & du ♑.

Pour repréſenter les paralleles du commencement des autres Signes, diviſez l'eſpace FH en ſix parties égales. Décrivez du même point G, par les points de diviſion, d'autres arcs de cercle, qui repréſenteront les commencemens des Signes. Vous marquerez les points des heures, en prenant, de part & d'autre depuis la méridienne EF ſur ces arcs, les degrez du vertical du Soleil, tels qu'on les trouve dans la Table précédente à chaque heure du jour, pour le commencement de chaque Signe, & en joignant les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui ſeront les lignes horaires. Le Cadran ſera achevé, & l'on pourra connoître l'heure ſans ſtile, en cette ſorte.

Appliquez au centre G des arcs des Signes une éguille aimantée élevée ſur un petit pivot, autour duquel elle puiſſe tourner librement, comme dans les bouſſoles ordinaires. Tournez le point E directement vers le Soleil, en ſorte que chacun des deux côtez AD, BC, qui ſont paralleles à la ligne méridienne EF, ceſſant d'être éclairé du Soleil, ne faſſe aucun ombre. Alors l'éguille aimantée montrera ſur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche.

II.

Fig. 113. Pour décrire ce Cadran par le moyen de la projection ſtéréographique de la Sphere (lequel dans ce cas prend le nom d'*Aſtrolabe horiſontal*) tirez par le centre I du quarré ABCD, les deux lignes perpendiculaires EF, GH, dont l'une, comme EF, qui eſt parallele au côté AD, étant priſe pour

la meridienne, l'autre GH, qui eſt parallele au côté AB, repréſentera le premier vertical, parce que le point I repréſente le zenit. De ce point I, comme centre, décrivez à diſcrétion le cercle E ♈ F ♎, qui repréſentera l'horiſon. Planche 18. Fig. 113.

Prenez ſur la circonference de ce cercle, d'un côté l'arc EO égal à l'élevation du pole ſur l'horiſon, & de l'autre côté l'arc FL égal au complement de la même élevation du pole. Tirez du point ♎, par le point O, la droite ♎ O, qui donnera ſur la méridienne le pole en P; par lequel & par les deux points ♈ ♎, vous ferez paſſer une circonference de cercle, qui repréſentera le cercle de ſix heures. Tirez encore du même point ♎ par le point L la droite ♎ L, qui donnera ſur la méridienne le point M, par lequel, & par les deux mêmes points ♈, ♎, vous décrirez une circonference de cercle ♈ M ♎, qui ſera l'Equateur.

On pourroit diviſer ce cercle, ou Equateur ♈ M ♎, en heures, ou de 15 degrez en 15 degrez, par les regles de la Projection ſtéréographique, pour décrire par chaque deux points diamétralement oppoſés, & par le pole P, des circonferences de cercle, qui ſeroient les lignes horaires. Mais on aura plûtôt fait de prendre ſur l'horiſon E ♈ F ♎, de part & d'autre, depuis les deux points E, F, les arcs de l'horiſon, compris entre le cercle méridien & les cercles horaires, qui ſont égaux aux angles qui font les lignes horaires avec la méridienne au centre d'un Cadran horiſontal, & qui dans la latitude de 49 degrez, doivent être de 11. 26′ pour 1. & 11. heures, de 23. 33′. pour 2. & 10. heures, de 37 3′. pour 3. & 9. heures, de 52. 35′. pour 4. & 8. heures; & de 70. 27′. pour 5. & 7. heures, pour décrire les

Planche 18. Fig. 113.

lignes, ou cercles horaires, comme auparavant. Il ſuffira de marquer ces lignes horaires entre les deux tropiques, que l'on décrira avec les paralleles des autres Signes du Zodiaque, en cette ſorte.

Pour décrire les paralleles des Signes, on ſe ſervira de leur déclinaiſon, qui eſt de 23. 30'. pour ♋, ♑, de 20. 12'. pour ♊, ♌, ♒, ♐, & de 11. 30'. pour ♉, ♍, ♈ ♎, par le moyen de laquelle on trouvera trois points de chaque Signe, un ſur la méridienne EF, & deux ſur l'horiſon E ♈ F ♎. On décrira par ces trois points une circonference de cercle, qui ſera le parallele du Signe qu'on cherche.

Mais pour trouver ces trois points, par exemple, pour le tropique du ♑, prenez depuis L, qui répond au point équinoctial M vers F (parce que ce Signe eſt méridional; car s'il étoit ſeptentrional, il faudroit prendre depuis L vers ♈) l'arc LQ, de 23. 30'. telle qu'eſt la déclinaiſon du ♑. Tirez du point ♎, par le point Q, la droite ♎Q, qui donnera ſur la méridienne EF, le point 12 du ♑. Si par le point Q on tire à la ligne LI, la parallele QN, & par le point N, où cette ligne QN coupe la méridienne, la ligne ♑ N ♑ perpendiculaire à la même méridienne, on aura ſur l'horiſon E ♈ F ♎, les deux points ♑, ♑, par leſquels, & par le point 12, on décrira l'arc de cercle ♑ 12 ♑, qui repréſentera le tropique du ♑.

C'eſt de la même façon que l'on repréſentera les paralleles des autres Signes, & le Cadran ſera achevé, où l'on connoîtra les heures, comme dans le précédent: ou bien en élevant au point I un ſtile bien droit d'une longueur priſe à diſcrétion, & en tournant le point E directement vers

le

le Soleil ; alors l'ombre de ce ſtile montrera ſur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche : ou bien encore de la maniere qui ſuit.

Décrivez ſur la même meridienne E F, un Cadran horiſontal ordinaire, dont le centre ſoit, par exemple, R, où vous ajoûterez un axe qui s'appuye ſur le ſtile droit êlevé en I. Tournez le plan du Cadran, en ſorte que l'ombre de l'axe montre dans ſon Cadran la même heure que l'ombre du ſtile dans le ſien. Alors cette heure ſera celle qu'on cherche.

PROBLEME XXVI.

Décrire un Cadran à la Lune.

QUoique nous ayons déja parlé de ce Cadran, du ſuivant, & des précedens dans notre Traité de Gnomonique, qui fait la ſeconde partie du cinquiéme & dernier Volume de notre Cours de Mathématique ; néanmoins comme ces Cadrans m'ont ſemblé curieux & agréables, j'ai crû que je devois les ajoûter ici, pour ceux qui ſe contenteront d'avoir ce Traité de Recreations Mathématiques & Phyſiques.

Pour décrire un Cadran à la Lune ſur quelque plan que ce ſoit, par exemple, ſur un plan horiſontal, tracez ſur ce plan un Cadran horiſontal au Soleil pour la latitude du lieu où vous ſerez, comme nous avons enſeigné au Problême IX. Tirez à volonté les deux lignes 5 7, 3 9, paralleles entr'elles, & perpendiculaires à la meridienne A12, dont la premiere 5 7 étant priſe pour le jour de la Pleine-Lune, la deuxiéme 3 9 repréſentera le jour de la Nouvelle-Lune, où les heures Planche 19. Fig. 114.

Planche 19. Fig. 114.

lunaires conviennent avec les ſolaires : ce qui fait que les points horaires marquez ſur ces deux paralleles par les lignes horaires qui partent du centre du Cadran A, ſont communs au Soleil, & à la Lune.

Cette préparation étant faite, diviſez l'eſpace terminé par les deux lignes paralelles 39, 57, en douze parties égales. Menez à ces deux mêmes lignes par les points de diviſion autant de lignes paralleles, qui repréſenteront les jours de la Lune, auſquels elle s'éloigne ſucceſſivement par ſon mouvement propre vers l'orient d'une heure, auſquels par conſequent elle ſe leve plus tard d'une heure chaque jour. De ſorte que la premiere parallele 4, 10, ſera le jour auquel la Lune ſe leve d'une heure plus tard que le Soleil, auquel cas le point B, par exemple, de 11 heures à la Lune ſera le point de midi au Soleil : & la ſuivante 5, 11, repréſentera le jour auquel la Lune ſe leve deux heures plus tard que le Soleil : auquel cas le point C, par exemple, de 10 heures à la Lune, ſera le point de midi au Soleil, & ainſi des autres.

Il eſt évident que ſi l'on joint les points 12, B, C, & tous les autres qui appartiendront à midi, & que l'on peut trouver par un raiſonnement ſemblable au précedent, par une ligne courbe ; cette ligne courbe ſera la ligne meridienne lunaire. C'eſt de la même façon qu'on tracera les autres lignes horaires à la Lune, & il ne faut que regarder la Figure pour le comprendre.

Parce que la Lune employe environ quinze jours depuis ſa conjonction avec le Soleil juſqu'à ſon oppoſition, c'eſt-à-dire, depuis qu'elle eſt nouvelle juſqu'à ce qu'elle ſoit pleine, ou diamétra-

lement oppoſée au Soleil, en ſorte qu'elle ſe leve quand le Soleil ſe couche, on effacera toutes les paralleles précedentes, excepté les deux premieres 57, 59. Et au lieu de diviſer leur intervalle en douze parties égales, on le diviſera en quinze, pour tirer par les points de diviſion d'autres paralleles, qui repréſenteront les jours de la Lune, auſquels par conſequent on ajoûtera les chifres convenables, comme nous avons ici fait le long de la ligne meridienne, par le moyen deſquels on connoîtra de nuit l'heure du Soleil aux rayons de la Lune, en cette ſorte. Planche 19. Fig. 114.

Appliquez au centre du Cadran A, un axe, c'eſt-à-dire, une verge qui faſſe à ce centre A, avec la ſouſtilaire A 12, un angle égal à l'élevation du pole ſur le plan du Cadran, qui eſt la même que la hauteur du pole ſur l'horiſon dans un Cadran horiſontal. Cet axe montrera par ſon ombre ſur le jour courant de la Lune l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Parce que la Lune par ſon mouvement propre s'éloigne du Soleil à chaque jour d'environ trois quarts d'heure vers l'Orient, ce qui fait qu'à chaque jour elle ſe leve de trois quarts-d'heure plus tard que le jour précedent, il eſt évident qu'en ſçachant l'âge de la Lune, on peut par le moyen d'un ſimple Cadran au Soleil, connoître l'heure de nuit aux rayons de la Lune, en ajoûtant à l'heure que la Lune marquera ſur ce Cadran, autant de fois trois quarts-d'heure, que la Lune aura de jours entiers. L'âge de la Lune ſe trou-

vera, comme nous l'enſeignerons dans la Coſmographie.

Si le 4e. jour de la Lune, par exemple, le ſtile du Cadran ſolaire marque aux rayons de la Lune ſix heures, multipliez les trois jours entiers de l'âge de la Lune par $\frac{3}{4}$, il viendra au quotient $2\frac{1}{4}$, que vous ajoûterez à 6, & vous connoîtrez qu'il eſt 8 heures & $\frac{1}{4}$ du ſoir.

II.

Si vous voulez avoir plus préciſément l'heure du Soleil, ayant obſervé l'heure marquée par les rayons de la Lune, comptez le nombre des jours entiers écoulez depuis la nouvelle-Lune : ajoûtez autant de fois $\frac{4}{5}$ d'heure à l'heure obſervée à la Lune, la ſomme ſera l'heure du Soleil.

Ayant trouvé, par exemple, que l'ombre de la Lune marque ſix heures du ſoir le ſixiéme jour de la Lune, ajoûtez à 6 heures du ſoir 5 fois $\frac{4}{5}$, qui valent 4 heures, la ſomme 10 fait connoître qu'il eſt dix heures du ſoir ſelon le Soleil.

III.

Obſervez qu'au ſeiziéme de la Lune, il faut recommencer à compter pour le ſecond, au dix-ſeptiéme pour le troiſiéme, & ainſi de ſuite juſqu'à la fin. Quand on aura trouvé un nombre plus grand que 12, on aura ſoin de retrancher les 12, & le reſte ſera l'heure qu'on cherche.

IV.

Lorſque la Lune eſt nouvelle, l'heure de la Lu-

ne eſt la même que l'heure du Soleil ; & le jour de la pleine Lune, ſon ombre marque préciſément la méme heure que marqueroit le Soleil, puiſque la Lune ſe trouve dans le même point, où s'eſt trouvé le Soleil douze heures auparavant.

PROBLEME XXVII.

Conſtruire une Machine pour trouver avec juſteſſe & préciſion l'heure au clair de la Lune.

CEtte machine eſt compoſée de deux plaques faites de cuivre, de leton, ou de carton. L'une AHGI eſt fixe & immobile ; l'autre *b e f l*, eſt mobile. Sur la plaque immobile il y a un cercle *ahgi*, diviſé en 24 parties égales, qui ſervent à repreſenter les 24 heures du jour, dont chacune doit être diviſée en demies & quarts d'heure. Sur le centre C de ce cercle on applique l'autre plaque ronde & mobile *be f l*, dont le bord eſt diviſé en parties qui repreſentent les heures que la Lune fait par ſon ombre ſur un Cadran au Soleil. Ces heures ne ſont pas égales à celles du Soleil, décrites ſur le cercle immobile ; mais elles doivent être plus grandes de la valeur de deux minutes par heures ; car la Lune retarde d'environ 48 minutes par jour, & de 12 minutes en ſix heures. Ainſi puiſqu'un degré de Signe vaut 4 minutes de tems, il eſt clair que 3 degrez valent 12 minutes de tems. C'eſt pourquoi ayant tiré la ligne de midi ACG, il faut prendre pour ſix heures 93 degrez de part & d'autre, depuis le point *b*, juſqu'aux points *e*, *l*, & diviſer chacun de ces eſpaces en ſix parties égales pour 6 heures, puis en demies & en quarts, comme on le voit dans la Figure.

Planche 20 Fig. 9.

Usage.

Placez l'index *a b* de la plaque mobile sur l'heure du passage par le méridien du jour auquel vous voulez trouver l'heure. La machine étant ainsi disposée, observez quelle heure marque l'ombre de la Lune sur un Cadran horisontal, la même heure sur la plaque mobile vous montrera vis-à-vis sur la plaque immobile la vraye heure au Soleil.

REMARQUE.

Pour connoître le passage de la Lune par le meridien, il faut consulter le Livre de la Connoissance des Temps, calculez par M. *Lieutaud*, Membre de l'Académie Royale des Sciences.

PROBLEME XXVIII.

Décrire un Cadran par réflexion.

ON peut décrire sur une muraille obscure, ou bien sur une voute un Cadran, où l'on puisse connoître les heures par réflexion, en cette sorte. Décrivez un Cadran sur un plan horisontal qui puisse être éclairé des rayons du Soleil, par exemple, sur une fenêtre, en sorte que le centre du Cadran regarde directement le Septentrion, & que les lignes horaires ayent une situation contraire à celle qu'on leur donne dans les Cadrans horisontaux ordinaires. Ce Cadran étant ainsi construit, avec son petit stile droit, appliquez un filet sur quelque point que ce soit de chaque ligne horaire, & l'étendez fermement jusqu'à ce que passant par le bout du stile, il rencontre la muraille ou la voute en un point qui appartiendra à l'heure sur laquelle le

filet aura été appliqué. On trouvera de cette maniere autant d'autres points qu'on voudra de chaque ligne horaire, qu'on joindra par une ligne droite ou courbe. Le Cadran ſera achevé, & l'on connoîtra les heures par réflexion, en appliquant au bout du ſtile du Cadran horiſontal une petite piece de Miroir plat, qui doit être poſée bien horiſontalement. Au lieu d'un Miroir plat, on peut ſe ſervir d'eau, qui ſe met naturellement dans une ſituation horiſontale : cette eau par ſon mouvement fera mieux diſtinguer la réflexion ſur la muraille ou ſur le plancher, où l'on a tracé le Cadran, lorſque la lumiere du Soleil eſt foible.

PROBLEME XXIX.

Décrire un Cadran par réfraction.

ON peut décrire très-facilement un Cadran horiſontal par réfraction dans le fond d'un vaſe rempli d'eau, par le moyen de la table des verticaux du Soleil, qui eſt à la page 61, de la table des hauteurs du Soleil, qu'on trouve à la page 39, & de la table ſuivante, dont la premiere colomne vers la gauche contient les angles d'inclinaiſon des rayons du Soleil, c'eſt-à-dire, les degrez du complement de la hauteur du Soleil ſur l'horiſon, ou de la diſtance du Soleil au zenit, auſquels répondent dans la ſeconde colomne vers la droite les degrez & les minutes des angles briſez qui ſe font dans l'eau, c'eſt-à-dire, la diminution des angles d'inclinaiſon, qui ſe fait dans l'eau, lorſque le Soleil eſt éloigné du zenit d'autant de degrez. Ce qui fait racourcir l'ombre du ſtile, qui doit être couvert d'eau, quand on veut connoître les heures aux rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran, dont la conſtruction eſt telle.

Ayant tiré par le pied du ſtile A, la ligne méri-

Table des Angles briſez dans l'eau, pour tous les degrez des Angles d'inclinaiſon.

A	D.M.
1	0.46
2	1.33
3	2.20
4	3. 7
5	3.54
6	4.40
7	5.27
8	6.13
9	7. 0
10	7.46
11	8.30
12	9.18
13	10. 4
14	10.50
15	11.36
16	12.22
17	13. 9
18	13.55
19	14.40
20	15.25
21	16.11
22	16.57
23	17.42
24	18.27
25	19.12
26	19.56
27	20.40
28	21.25
29	22.10
30	22.54

A	D.M.
31	23.38
32	24.21
33	25. 4
34	25.47
35	26.30
36	27.13
37	27.55
38	28.37
39	29.19
40	30. 0
41	30.41
42	31.22
43	32. 2
44	32.42
45	33.22
46	34. 2
47	34.41
48	35.19
49	35.57
50	36.35
51	37.12
52	37.47
53	38.24
54	39. 0
55	39.25
56	40. 9
57	40.43
58	41.17
59	41.49
60	42.21

A	D.M.
61	42.52
62	43.23
63	43.53
64	44.21
65	44.50
66	45.17
67	45.44
68	46.10
69	46.34
70	46.58
71	47.21
72	47.43
73	48. 3
74	48.23
75	48.43
76	49. 1
77	49.17
78	49.33
79	49.47
80	50. 0
81	50.12
82	50.23
83	50.32
84	50.41
85	50.48
86	50.54
87	50.58
88	51. 1
89	51. 3
90	0. 0

dienne AB, vous marquerez ſur cette méridienne

AB, les points des Signes, par exemple, le point du commencement de ♑, par le moyen de la Table précedente des angles brisez, & de la Table des hauteurs du Soleil sur l'horison, en menant à la meridienne AB, par le pied du stile A, la perpendiculaire AD, égale au stile AC, & en faisant au point D, l'angle ADB de la distance brisée au zenit, qui au commencemént du ♑ se trouve à midi d'environ 48 degrez, par la ligne DB, qui donnera sur la méridienne AB, le point B de ♑. Ainsi des autres. Planche 19. Fig. 115.

Pour trouver la distance brisée du Soleil au zenit, on regardera premierement la Table des hauteurs du Soleil, où l'on connoît que le Soleil étant au commencement de ♑, il est élevé à midi sur l'horison de 17 d. 29′, qu'il est par consequent éloigné du zenit de 72 d. 31′, qui sont le reste de la hauteur méridienne à 90 degrez. Puis considerant cette distance comme un angle d'inclinaison, on connoîtra par la Table des angles brisez, que cet angle d'inclinaison se change en un angle d'environ 48 degrez pour la distance brisée du Soleil au zenit.

C'est de la même façon que l'on trouvera par le moyen de ces deux Tables la distance brisée du Soleil au zenit au commencement de quelqu'autre Signe, non seulement à midi, mais encore aux autres heures du jour. Ce qui servira pour en trouver les points, & en même tems les points des Signes par le moyen de la Table des Verticaux du Soleil, en cette sorte.

Pour trouver, par exemple, le point du commencement de ♑, & de 1 heure, auquel tems le Soleil est dans un vertical éloigné du méridien de 14 d. 19′, faites au pied du stile A, avec la méri-

dienne AB, l'angle BAF de 14 d. 19', par la ligne AF, qui repréſentera le vertical du Soleil. Ayant mené à cette ligne AF, par le même pied du ſtile A, la perpendiculaire AE, égale au ſtile AC, faites au point E l'angle AEF égal à la diſtance briſée du Soleil au zenit, qui ſe trouvera de 48 d. 18', pour avoir en F ſur le vertical AF, le point de 1 heure & du ♑.

On trouvera de la même façon les autres points des Signes, & des autres heures, & ſi l'on joint ceux qui appartiendront à une même heure par une ligne courbe, & pareillement ceux qui appartiendront au même Signe par une ligne courbe, le Cadran ſera achevé. On y connoîtra les heures par réfraction, lorſque tout le ſtile AC ſera couvert d'eau, & que le pied de ce ſtile A ſera tourné directement vers le midi, en ſorte que le point B regarde le ſeptentrion. Le bout de l'ombre du ſtile AC montrera en même tems le Signe du Soleil.

PROBLEME XXX.

Conſtruire un Cadran ſur la ſurface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horiſon.

LE P. Kircher, qui donne la maniere de conſtruire un Cadran ſur un cylindre fixe poſé perpendiculairement à l'horiſon, obmet de parler du ſtile : ce qui a échappé à ce Pere, ſe trouve dans une des Lettres de Benedictus, où il enſeigne la façon de ce Cadran, & preſcrit la longueur du ſtile, ou de trois ſtiles égaux, dont il ſe ſert. Le P. Quenet, à qui cette pluralité de ſtiles a paru incommode, les ſupprime tout-à-fait, & ſubſtitue ingenieuſement à leur place un cercle, dont

il environne le cylindre : ce cercle tient lieu de tous les ſtiles qu'on peut imaginer autour de ce cylindre. On le place au haut du cylindre, à l'extrêmité ſuperieure du Cadran. Voyez la Figure 13. Planche 21. Le P. Quenet étoit Religieux Benedictin Conventuel de l'Abbaye de ſaint Denis ; il a fait l'ouvrage, dont on donne ici la deſcription ; il l'a executé en marbre & en pierre, & placé dans le jardin des PP. Benedictins de l'Abbaye de ſaint Germain des Prez à Paris. C'eſt un ouvrage digne de la curioſité des connoiſſeurs.

Soit AB le diamétre du cylindre, ſur lequel on veut décrire le Cadran. De l'une de ſes extrémitez, comme A, ayant mené la tangente AE, égale au demi-diamétre AC, on tirera la ſecante CE, qui rencontrera la tangente au point E, & coupera la circonférence du cylindre au point D : la diſtance DE ſera la longueur du ſtile. Enſuite du centre C, on décrira un cercle par le point E : ce cercle, qui eſt concentrique au premier, repréſentera l'extrêmité du ſtile ou des ſtiles qu'on peut imaginer, comme nous avons dit, autour du cylindre, dont il eſt par-tout également éloigné de la quantité DE : ſur la grandeur de ce cercle on en fait un de fer, que l'on ſoutient par des tenons, qui l'entretiennent à égale diſtance du cylindre ; il ſert à marquer les heures ſur le Cadran qui y eſt tracé. Planche 21. Fig. 19

Il eſt bon d'avertir que quoiqu'on ait fait la tangente AE égale au demi-diamétre du cylindre pour établir une régle fixe & générale, qui donne en ce cas au ſtile DE le plus de longueur qu'il puiſſe avoir, cela n'empêche pas qu'on ne puiſſe prendre cette tangente plus petite, d'où il réſulteroit néceſſairement une moindre longueur du

ſtile ; mais ſans préjudice du ſuccès de l'operation.

Planche 21. Fig. 11. Cela étant fait ſur KF égale à la tangente AE, ayant décrit le quart de cercle FN, & l'ayant diviſé en ſes degrés, on comptera depuis F vers N la plus grande hauteur du Soleil ſur l'horiſon du lieu, laquelle étant à Paris de 64 degrés 39', donnera l'arc FM d'autant de degrés & minutes. On tirera par le point M la ſecante KI, laquelle rencontrant le cylindre au point I, on aura FI, tangente de 64 degrés 39' pour la hauteur du Cadran. Remarquez que le cylindre doit être pris de telle groſſeur, que les heures puiſſent être marquées très-diſtinctement ſur ſa ſurface.

Comme l'opération ſur le corps cylindrique ſe fait de même que ſur le plan, nous développerons ici la ſurface du cylindre ſous la figure du rectangle FHLI, qui lui ſera égale, en faiſant ſa longueur FH égale à la circonférence ADB du cylindre, & ſa hauteur FI égale à la tangente de 64 degrés 39', qui eſt, comme nous l'avons déja dit, la hauteur du Cadran.

Ayant diviſé FH par le milieu en G, tirez-lui par ce point la perpendiculaire G, XII, après quoi diviſez chacun des deux eſpaces HG, GF en 180 parties ou degrés, la numeration commençant de part & d'autre du point G, qui eſt le point de midi. Les points de 90 degrés qui partagent en deux également chacun des intervales HG, GF, ſont les points de 6 heures du matin & du ſoir, qui ſe trouvent diamétralement oppoſez ſur le cylindre, comme auſſi la ligne G, XII de midi y eſt diamétralement oppoſée à la ligne FI ou HL, ſi on imagine que ces deux lignes, qui ſont ſeparées ſur le plan HFLI, ſe réuniſſent, & n'en ſont qu'une ſur le cylindre.

Enſuite par les diviſions du quart de cercle FN, tirez des ſecantes, qui marqueront ſur FI les tangentes des hauteurs du Soleil à chaque heure du jour pendant toute l'année. Pour plus de certitude & de facilité, lorſque vous voudrez travailler ſur le corps cylindrique, où il faudra vous ſervir de régles pliantes, faites de plomb, de carte, de baleine, ou de reſſort de montre, il ſera bon de diviſer, comme on a diviſé FI, quelque ligne qui lui ſoit parallele, comme la ligne HL, ou la ligne GXII, ou bien quelque ligne occulte, que vous tirerez entre GXII & FI, ſur laquelle vous porterez les diviſions qui ſont ſur FI. Vous pourrez auſſi porter les diviſions de FH ſur IL.

Ces préparations faites, il faut avoir une table des verticaux & des hauteurs du Soleil à toutes les heures du jour pour le commencement de chaque Signe, comme celle que l'on donne ici pour la latitude ou hauteur du pole de Paris, qui eſt de 48 degrez 50', où l'on trouve enſemble le vertical & la hauteur du Soleil pour une même heure & un même parallele. Le parallele de ♋ & celui de ♑, * l'un le premier, & l'autre le dernier dans la Table, n'ont chacun qu'un ſeul Signe, parce qu'étant les termes de la courſe du Soleil, il ne peut y avoir que les paralleles entre-moyens, qui ayent chacun deux Signes, comme on voit que le parallele qui ſuit immédiatement celui de ♋, appartient aux deux Signes de ♊ & de ♌, qui ſont également diſtans de ce même Signe, l'un en montant, l'autre en deſcendant, les heures y ſont marquées en double rang, celles du matin avec celles du ſoir, qui leur correſpondent en égale

Planche 21. Fig. 12.

* Voyez la ſignification de ces figures dans le Problême XXIX. de la Coſmographie.

Planche 21. Fig. 12.

distance de midi dans cet ordre, XII $\frac{XI\ X\ IX}{I\ II\ III}$ &c. (Les heures du matin & du soir qui sont également distantes du Midi, ayant même vertical & même hauteur du Soleil :) les verticaux & les hauteurs du Soleil pour les demi-heures sont marqués par une étoile placée entre les heures.

Maintenant pour avoir les heures sur ce Cadran par le moyen de cette Table, & y marquer, par exemple, le point de X heures du matin ou de II heures du soir pour le tems de l'entrée du Soleil en ♋, vous trouverez en la colomne de la Table sous $\frac{X}{II}$ heures le nombre 53 degrez 49′; pour le vertical du Soleil à $\frac{X}{II}$ heures en ♋, c'est-à-dire, pour la distance du Soleil au Méridien du lieu, mesurée par un arc de l'horison : car les verticaux du Soleil se comptent sur l'horison représenté par l'horisontale FH, & les hauteurs du Soleil sur un cercle perpendiculaire à l'horison, représenté par la ligne FI, qui est perpendiculaire à l'horisontale FH. Continuant ensuite dans la même colomne, vous trouverez que la hauteur du Soleil pour la même heure, & le même parallele est de 55 degrez 22′. Avec ces deux nombres vous irez au Cadran, où vous compterez sur l'horisontale FH, depuis le point G de XII heures vers F, 53 degrés 49′, pour le vertical du Soleil, & sur FI vous compterez depuis F 55 degrés 22′, pour la hauteur de cet Astre. Puis posant la régle sur le nombre 53 degrés 49′ de la ligne FH perpendiculairement à la même ligne, ou pour le mieux, comme j'en ai déja averti, étendant votre régle jusques sur le même nombre 53 degrés 49′ que vous

devés avoir marqué sur la ligne LI, vous tracerés un trait léger.

Appliquant ensuite la régle sur le nombre 55 degrés 22′ de la ligne FI perpendiculairement à la même ligne, ou encore mieux, comme je l'ai déja dit; posant l'autre bout de la régle sur le nombre 55 degrés 22′, que vous aurés dû avoir marqué sur la ligne HL, ou sur quelqu'autre que vous aurés tiré parallele à la ligne FI, vous tracerés un autre trait, & vous aurés dans l'intersection des deux traits, le point de X heures, qui sera aussi un point par lequel doit passer le parallele de ♋. La même operation vous donnera aussi le point de II heures après midi, en prenant de l'autre part du point G le même nombre 53 degrés 49′, pour le vertical du Soleil à deux heures, & avec la même hauteur 55 degrés 22′ comptée sur FI ou sur LH, agissant de même que vous avés fait pour avoir le point de X heures.

Remarquez que les heures du soir doivent être à la droite de la ligne de midi entre cette ligne de midi GXII, & la ligne HL, celles du matin à la gauche entre la ligne de midi GXII, & la ligne FI.

Je suppose encore, pour instruire le Lecteur par plus d'un exemple, que l'on veüille marquer le point de VII. heures du matin & de V. heures du soir pour le tems de l'entrée du Soleil aux Signes de ♉ & de ♍; on consultera la Table, & l'on trouvera en la colomne sous $\frac{\text{VII}}{\text{V}}$ heures, que le nombre vis-à-vis le vertical du Soleil en ♉ & ♍ est de 86 degrés 23′; & continuant dans la même colomne, on trouvera que la hauteur du Soleil pour la même heure, & le même parallele est de 18 de-

grés 29'. Avec ces deux nombres on viendra au Cadran, & l'on comptera sur FH depuis G 86 degrés 23' pour le vertical du Soleil, & sur la ligne FI, on comptera depuis F 18 degrés 29' pour la hauteur du même Astre. L'intersection des deux lignes que l'on tirera par ces nombres, donnera le point de VII heures du matin & de V heures du soir, par une opération semblable à celle de l'exemple précedent.

Par ces points ainsi trouvez, on menera une courbe, qui sera la représentation ou projection du parallele pour lequel ces heures ont été marquées. On aura de la même façon la projection des autres paralleles, & ensemble les points des lignes des heures. On placera les caracteres des Signes à ces paralleles, donnant à celui qui est le plus bas le Signe de ♋, & à celui qui est le plus haut & le plus près de l'horisontale le Signe de ♑.

Pour connoître l'heure sur ce Cadran, il faut sçavoir premierement que le Soleil éclairant un cylindre posé perpendiculairement à l'horison, l'ombre de ce cylindre est marquée sur lui-même par une ligne droite, qui est aussi perpendiculaire à l'horison; & c'est cette ligne que nous appellerons la ligne de l'ombre du cylindre; secondement, qu'une moitié d'un cylindre est toûjours éclairée, & l'autre moitié ombrée; ce qui lui est commun avec les corps spheriques. Cela étant ainsi, je dis que l'heure est marquée & connue sur ce Cadran par l'intersection de ces trois lignes ensemble; sçavoir, de l'ombre du cercle, qui sert de stile (que nous appellerons simplement dans la suite ombre du stile) qui est une ligne courbe; du parallele du Soleil, qui est aussi une ligne courbe; & de l'ombre du cylindre, qui est une ligne droite.

On peut cependant, ſans avoir égard à ces trois lignes enſemble, n'obſerver que l'interſection de deux, ce qui ſuffira pour connoître l'heure; par exemple, l'interſection de l'ombre du ſtile avec l'ombre du Cylindre, ou bien l'interſection de l'ombre du cylindre avec le parallele du Soleil, ou bien encore l'interſection du parallele du Soleil avec l'ombre du ſtile, ſelon que le point de ſection des deux lignes ſe rencontrera ſur une ligne horaire, ou eſpace horaire : ce qui ſera confirmé par le concours de la troiſiéme ligne en ce même point de ſection.

Pour me faire entendre je ſuppoſe que la ligne que l'on a tracé dans ce Cadran par le nombre 53 degrez 49', qui a ſervi dans le premier exemple à marquer II heures après midi; je ſuppoſe, dis-je, que cette ligne ſoit celle de l'ombre du cylindre, & que l'on veuille connoître alors l'heure qu'il eſt. Pour cela il faut ſçavoir quel parallele le Soleil parcourt, & ſçachant, par exemple, que c'eſt celui de ♒ & de ♓, on connoîtra, lorſque la ligne de l'ombre du cylindre coupe la ligne de ce parallele au point du milieu entre la ligne de III heures & $\frac{1}{2}$, & la ligne de IV heures, qu'il doit être trois heures trois quarts. Si le Soleil dans le tems qu'on demande l'heure, ſe trouvoit dans le commencement de ♐ & de ♑ (la ligne de l'ombre du cylindre étant au même endroit) on connoîtroit qu'il ſeroit près de trois heures & demi, parce que cette ligne coupe le parallele de ces Signes un peu avant la demie de trois heures. Si le Soleil étoit au commencemen d' ♈ & de ♎, on connoîtroit qu'il ſeroit près de trois heures, parce que la ligne de l'ombre du cylindre coupe ce

parallele un peu avant III heures. Le Soleil entrant dans les Signes de ♉ & ♍, il ſeroit preſque deux heures & demie. Le Soleil parcourant le parallele de ſon entrée aux Signes de ♐ & de ♌, il ſeroit près de deux heures & un quart. Enfin le Soleil entrant au Signe de ♋, on connoîtroit qu'il ſeroit deux heures, parce que l'ombre du cylindre coupe ce parallele au point où il eſt rencontré par la ligne de deux heures.

Je ſuppoſe encore que le Soleil ſoit au dixiéme degré de ♈, ou au vingtiéme de ♍; en ce cas il faudroit imaginer, comme décrit le parallele qui paſſeroit par le dixiéme degré de ♈, & qui n'a pas été tracé, pour ne point embaraſſer la Figure par la multitude des lignes (la ligne de l'ombre du cylindre coupant ce parallele imaginaire en un point comme θ, qui fait juſtement le milieu entre la demi de deux heures, & la ligne de trois heures) on connoîtroit qu'il ſeroit deux heures trois quarts.

J'ajoûte encore que le Soleil étant au quinziéme degré du ♉ ou du ♌, ſi on imagine un parallele décrit par ce dégré, lequel ſe trouve coupé par la ligne de l'ombre du cylindre en un point, comme ω, qui fait juſtement le milieu entre la ligne de II heures & la ligne de II heures & demie, on connoîtra qu'il eſt deux heures & un quart & ainſi des autres.

REMARQUES.

On doit faire attention que ces courbes qu'on imaginera décrites, ne pouvant être paralleles à celles qui ſont déja décrites, ſont au moins conçûes ſuivre leur forme & figure. Il faut ob-

ſerver que quand même aucun des paralleles ne ſeroit décrit, on ne laiſſeroit pas d'avoir l'heure marquée, puiſqu'on a toujours la ſection de l'ombre du ſtile avec l'ombre du cylindre, qui marque non ſeulement l'heure, mais encore la trace du parallele qui n'eſt pas décrit, ſelon ce qui a déja été dit, que des trois lignes qui concourent toujours à nous indiquer l'heure, ſi l'une manque, la ſection des deux autres peut ſuffire. Les exemples rapportés cy-deſſus ſuffiſent pour apprendre à connoître l'heure, lorſque la ligne de l'ombre du cylyndre ſe trouvera en quelqu'autre endroit du Cadran.

PROBLEME XXXI.

Conſtruire un Cadran ſur un Globe.

ON a parlé dans le Problême précedent du Cadran tracé ſur le cylindre ; nous allons maintenant parler du Cadran décrit ſur la ſurface d'un Globe qu'on peut poſer ſur le Cylindre. Ce Cadran qui eſt le plus ſimple & le plus naturel de tous conſiſte en la diviſion du cercle de l'Equateur en 24 parties égales pour les 24 heures du jour naturel. Le point de XII heures du Globe répondant à la ligne de XII heures du Cylindre, l'un & l'autre étant tournés directement à l'Occident, l'heure y eſt marquée par l'ombre du Globe, laquelle coupant le cercle de l'Equateur dans l'une ou l'autre de ſes diviſions, fait connoître l'heure ou la partie d'heure qu'il eſt. Ces Cadrans ainſi dirigez doivent, s'ils ſont bien conſtruits, marquer une même heure.

La raiſon pour laquelle on dirige le point de

XII heures de ces Cadrans vers l'Occident ; vient de ce que le Soleil éclairant toujours la moitié, tant du Globe que du cylindre, l'ombre eſt toujours éloignée de 90 degrez de l'aſpect perpendiculaire de cet Aſtre, ou du cercle horaire, où il eſt alors. Ainſi, par exemple, quand cet Aſtre arrive au Méridien, faiſant le Midi du lieu, l'ombre marque X I I heures en un point qui regarde l'Occident : or l'Occident eſt éloigné du Midi d'un quart de cercle, ou de 90 degrez.

Quand ce Cadran auroit de la part de l'ouvrier toute la perfection poſſible, il a toutefois le défaut de ne pouvoir marquer aſſez préciſement l'heure, à cauſe de la *Penombre*, qui ſe forme ſur les corps ſpheriques. On appelle *Penombre* la rencontre indéciſe de la lumiere & de l'ombre qui partagent également le Globe ; ou bien c'eſt le mêlange confus de l'une & de l'autre : elle s'étend en une zone ou ceinture, qui pour être ordinairement trop dilatée, fait que le vrai point de ſéparation de l'Hemiſphere illuminé d'avec l'ombre, eſt toujours équivoque & douteux. Or ce point manquant, il ſuit qu'on ne peu avoir qu'imparfaitement la vraie heure, qui ſeroit marquée par ce point.

Conſtruction des Cadrans Polaires.

Pour remedier à ce défaut, on decrit ſur le même Globe deux autres cercles pour en faire des Cadrans : ces cercles ſont les deux Polaires Arctiques & Antarctiques, que l'on diviſe en 24 parties égales, comme on a diviſé l'Equateur qui y eſt tracé. On prend huit de ces diviſions dans le Polaire Antarctique, pour les huit heures dont eſt compoſé le plus court jour à Paris ; & on en

prend ſeize dans le Polaire Arctique, pour les ſeize heures du plus grand jour. Les heures ſont marquées dans ces deux Cadrans diſtinctement & ſans équivoque, par l'ombre de l'axe du Monde : elles y ſont dans leurs places naturelles, le point de XII. heures convenant avec le Méridien du lieu, au lieu que dans le Cadran de l'Equateur, c'eſt le point de VI heures, qui eſt dans le plan de ce Méridien.

Comme il arrive le plus ſouvent que l'ombre du Globe couvre en partie ces Cadrans,& que par conſequent l'ombre de l'axe du monde ne peut marquer l'heure, on y ſupplée par le moyen d'un Index mobile au tour de cet axe. Cet Index porte deux verges droites attachées près de ſes extrêmitez. On obſerve dans la poſition de ces verges, qu'elles ſoient dans le plan que l'on conçoit paſſer par l'axe du Monde, & par les extrêmitez de l'index. Or ce plan étant celui d'un Méridien, il ſuit que ces verges ſont ſucceſſivement par le mouvement de l'Index dans le plan de chacun des Méridiens, & font ainſi connoître l'heure dénommée du Méridien dans lequel elles ſe trouvent avec le Soleil. On doit avoir ſoin de faire ces verges aſſez longues, pour qu'elles puiſſent recevoir les rayons du Soleil dans ſa moindre élevation ſur l'horiſon.

Pour connoître l'heure par le moyen de cet Index, on dirige une de ſes extrêmitez vers le Soleil, enſorte que les deux verges faſſent enſemble une ſeule ombre, ou, pour mieux dire, les trois ombres des trois verges n'en faſſenr qu'une; car il ne ſe peut faire autrement qne l'ombre de l'axe ne s'uniſſe avec celles-ci; & alors l'autre extrêmité de l'Index marque l'heure ſur le cercle

Polaire. L'uſage de cet Index a lieu preſque durant toute l'année ; il n'y a que le tems des Solſtices, où l'on peut s'en paſſer ; à cauſe qu'alors l'ombre de l'axe marque l'heure ſur l'un ou l'autre de ces Cadrans. Je dis l'un ou l'autre, parce qu'en un jour de Solſtice l'un des Cadrans eſt tout entier dans l'Hemiſphere illuminé, pendant que l'autre eſt neceſſairement tout entier dans l'Hemiſphere ombré, & réciproquement celui qui eſt alors dans l'Hemiſphere ombré, ſe trouve au jour du Solſtice ſuivant tout entier dans l'Hemiſphere illuminé. J'ajoûterai qu'on doit faire cet Index de telle longueur que ſes extrêmitez puiſſent aborder la circonférence du cercle polaire. On le fait ordinairement de cuivre ; auſſi-bien que les verges ; il doit être recourbé de façon qu'il puiſſe s'ajuſter à la ſphericité du Globe. Le même Index, que l'on applique ordinairement au Cadran du cercle Polaire Arctique, pourroit avoir également ſa place au Polaire Antarctique.

La Figure 13 repreſente le Globe diſpoſé ſelon l'élevation du pole du lieu, élevé ſur ſon pied poſé au milieu de la coupe ſuperieure du cylindre.

Planche 21. Fig. 13.

Le cercle FBDC repreſente dans cette poſition du Globe le Méridien du lieu ſur lequel eſt le point B de VI heures du Cadran de l'Equateur.

CAB eſt le cercle de l'Equateur ſervant de Cadran diviſé en heures marquées ſeulement par des points ſans aucun cercle ; n'étant pas beſoin d'en tracer d'autres que celui-ci, dont la ſection avec l'ombre du Globe, marque l'heure. Le point A de XII heures eſt tourné à l'Occident ; le point B de VI heures, qui eſt ſur la partie élevée du Globe, eſt tourné au Midi ; l'autre point C de VI heures,

qui eſt ſur la partie déprimée du Globe, eſt dirigé au Nord.

MNK eſt le cercle Polaire Arctique, LYT le Polaire Antarctique ; l'un & l'autre ſont diviſez en heures, de même que l'Equateur, pour ſervir, comme lui, de Cadran.

F eſt le Pole Arctique Boreal ou Septentrional élevé ſur l'horiſon.

D eſt le pole Antarctique Auſtral ou Méridional abaiſſé ſous l'horiſon.

g e eſt l'axe du Monde.

F g, D e, ſont les portions de l'Axe du Monde excedant le Globe.

MFK eſt l'Index, dont les extrêmitez pointues M & K abordent la circonference du cercle Polaire MNK ; cet Index eſt mobile en F autour de l'axe Fg, & peut parcourir librement le cercle Polaire.

t i, ſ h, ſont des verges droites attachées ſur l'Index près de ſes extrêmités ; elles peuvent être d'une longueur priſe à volonté, ou du moins telle qu'elles puiſſent recevoir les rayons du Soleil dans ſa moindre hauteur ſur l'horiſon.

Le cercle ponctué KAL repreſente le bord de l'illumination, qu'on appelle auſſi l'horiſon du Soleil, qui ſépare l'Hemiſphere éclairé KBL de l'Hemiſphere ombré KCL : en quoi l'on voit que dans le Solſtice d'Hyver, comme on le ſuppoſe dans l'exemple de cette Figure, le Polaire Arctique MNK eſt tout entier dans l'Hemiſphere ombré, pendant que ſon oppoſé le Polaire Antarctique LYT eſt tout entier dans l'Hemiſphere illuminé KBL. Et il arrivera le contraire, quand le Soleil parviendra au Solſtice d'Eſté.

OQP eſt la circonference de la coupe ſupérieure

du cylindre, le plan de laquelle eſt parallele à l'horiſon, & au milieu de laquelle eſt poſé le pied qui porte le Globe.

m m eſt la ligne horiſontale du Cadran.

n n n n eſt le cercle de fer environnant le cylindre, ſervant de ſtile au Cadran qui y eſt tracé, & éloigné du même cylindre de la longueur du ſtile, ſoutenu par des tenons ⊓n de fer, qui l'entretiennent à egale diſtance du cylindre.

R O P S eſt le profil du cylindre.

On remarquera qu'il faut que la ligne horiſontale m m du Cadran réponde au bord inférieur du cercle n n n, qui ſert de ſtile.

Le Soleil eſt ici repreſenté dans ſa moindre élevation ſur l'horiſon, ſon image eſt de grandeur égale à la figure du Globe, pour faire entendre que par l'effet de ſes rayons paralleles, le bord de ce qui eſt éclairé eſt toujours un grand cercle.

Remarques ſur les Cadrans Cylindriques & Spheriques.

I.

Juſques-ici nous avons conſideré le Cadran cylindrique comme fixe & immobile : mais ſi on veut le rendre portatif, on ſe ſervira pour l'orienter d'une Bouſſole, que l'on placera ſur la coupe ſupérieure du cylindre (le pied qui porte le Globe poſé au centre du verre qui couvre la Bouſſole) on ſuppoſe en ce cas le Globe & le Cylindre faits de quelque matiére légére & flexible, comme de lame d'argent ou de cuivre mince, ou de carte. Ou bien on fait faire par quelque bon Tourneur un Cylindre en bois; ſur lequel on trace le Cadran. Ou plus facilement, on trace le Cadran à part ſur

du carton ou fort papier, après avoir développé sa surface, comme on a déja dit, sous la figure du rectangle FHLI; la largeur de ce rectangle doit être égale au contour du cylindre, selon la raison du diametre à la circonference. On se souviendra d'avoir égard à l'épaisseur du carton ou du papier pour avoir plus exactement ce rapport. Planche 21. Fig. 11.

II.

Pour avoir une ligne égale à la circonference d'un cercle, il faut par-dessus le diametre triplé ajoûter 16 des 113 parties égales, dans lesquelles doit être divisé le diametre. Ainsi le diametre étant supposé de 113 parties, on aura 339 des mêmes parties pour le triple, ausquelles ajoûtant 16 des mêmes parties, on aura 355 parties pour la circonference. Pour la pratique, on prend avec un compas sur une ligne divisée en parties égales 113 de ces parties pour le diametre du cylindre, & on porte en ligne droite trois fois de suite cette ouverture de compas; & ajoûtant 16 des mêmes parties à cette longueur ou diametre triplé, on aura une ligne égale à la circonference du cercle.

III.

La maniere de faire un Cadran dans un cylindre creux ne sera pas differente de celle qu'on a proposé. On operera sur la surface concave, comme nous venons de faire sur la convexe, donnant à la longueur du stile le demi-diametre du cylindre, la pointe du stile étant au centre de la cavité du cylindre marquera sur le Cadran l'heure & ensemble le parallele du Soleil. On ne peut faire servir que la moitié d'un cylindre creux pour un Cadran.

IV.

Les niches que l'on fait dans les bâtimens pour mettre des figures de ſculpture, ſont des demi-cylindres, dans leſquels on trace quelquefois des Cadrans, comme on en voit dans la cour du Vieux Louvre, & dans la cour de l'Hôtel de Condé. On fait le Cadran déclinant ſelon que le mur, dans lequel eſt la niche, a de déclinaiſon, de même qu'on le pratique à l'égard des Cadrans ordinaires, marquant exactement la déclinaiſon pour avoir exactement la ligne meridienne. Si le mur regarde en face le Midi, le Cadran aura 12 heures, ſçavoir, 6 heures avant & 6 heures après midi, comme aux Cadrans verticaux, qui n'ont point de déclinaiſon.

Ces deux Problêmes 30 & 31, les Remarques & les figures ſont de la façon de M. de R ** qui nous a encore communiqué quelques autres Problêmes de même caractere.

PROBLEME XXXII.

Tailler une pierre à pluſieurs faces, ſur leſquelles on puiſſe décrire tous les Cadrans réguliers.

Planche 22. Fig. 14.

SOit le quarré ABCD le plan de la pierre, qu'il faut préparer & diſpoſer pour recevoir tous les Cadrans reguliers. Suppoſant que cette pierre repreſente un cube imparfait, ou quelqu'autre ſolide, il la faut bien unir dans toutes ſes faces, la mettre d'équerre, & lui donner une égale épaiſſeur par tout. Enſuite ayant décrit ſur le plan de la pierre ABCD le cercle HELF auſſi grand que la pierre le pourra permettre, tirez les deux diamétres FE, HL à angles droits; puis faites l'angle FOI de 41 degrez, & menez le diametre IOM. Faites enſuite l'angle EOG de 49 degrez

& tirez le diametre GOK. Par les points I, G, M, K, menez des tangentes au cercle HELF, qui détermineront les autres tangentes qui paſſent par les points H, E, L, F, & qui ſont parties des côtez du quarré ABCD, qui repreſente le plan de la pierre. Coupez quarrément la pierre à l'uni de ces tangentes ; afin d'avoir des plans, ou des faces perpendiculaires au plan de la pierre ABCD, & la pierre ſera préparée pour recevoir dans tous ſes plans les Cadrans qui leur conviennent.

Sur la face ou ſur le plan qui paſſe par la ligne VX, on décrira un Cadran horiſontal ; ſur le plan qui paſſe par XN, ou décrira l'équinoctial ſuperieur ; & ſur le plan oppoſé qui paſſe par S R, on aura l'équinoctial inferieur ; le Polaire ſuperieur ſe fera ſur le plan qui paſſe par VT, & le Polaire inférieur ſur le plan qui paſſe par QP. Sur le plan paſſant par TS, on aura le vertical Auſtral, & ſur le plan NP, qui eſt ſon oppoſé, on aura le vertical Boreal. Sur le côté de la pierre IM, on aura le Méridional Oriental, & ſur le côté oppoſé on décrira le Meridional Occidental.

Si on veut que la pierre ſoit creuſe, ou plûtôt percée à jour, on n'aura qu'à tirer des lignes paralleles à ces tangentes, & couper quarrément la pierre à l'uni de ces lignes, afin d'avoir en dedans de la pierre des ſurfaces paralleles à celles qui ſont tracées par dehors, & ſur les ſurfaces intérieures de la pierre, vous décrirez les Cadrans que vous avez décrits ſur les faces exterieures de la pierre qui ſont paralleles & oppoſées de tout le diametre de la pierre.

Remarquez que creuſant la pierre, vous n'y ſçauriez décrire le Cadran Oriental, ni l'Occidental, mais en faiſant un pied d'eſtal à cette pierre

dont la baſe ſeroit un octogone regulier, vous les pourrez tracer ſur la baſe de ce pied d'eſtal, & même y tracer à l'entour des Cadrans déclinans du midi ou du Septentrion, à l'Orient & à l'Occident, dont la déclinaiſon ſeroit connue par cet octogone régulier. De cette maniere, vous pouvez avoir ſur cette pierre 20 ou 25 Cadrans, que vous décrirez par quelques-unes des pratiques ordinaires. Ce que vous avez pratiqué ſur cette pierre, vous le pouvez faire ſur du bois, ou ſur quelqu'autre matiere ſemblable.

Si vous expoſez directement vers le Midi, le Cadran vertical méridional, & que l'horiſontal ſoit bien à niveau, c'eſt-à-dire, bien parallele à l'horiſon, alors tous ces Cadrans marqueront préciſément l'heure.

PROBLEME XXXIII.

Connoître quelle heure il eſt du jour & de la nuit dans tous les lieux de la terre.

Planche 23. Fig. 15. CE Problême s'execute par le moyen d'un Cadran, que l'on peut faire avec du gros papier ou du carton, & qui eſt compoſé de trois piéces. La plus grande contient 48 méridiens diſpoſez autour du pole Septentrional, ſelon la projection de la terre, qui eſt ſur la plus petite piece placée au centre du Cadran, on a mis ſur chacun de ces méridiens quelques-uns des principaux lieux qui y ſont ſituez. La ſeconde piéce eſt un carton en forme de roue ſur la circonférence duquel on a marqué 24 heures, c'eſt-à-dire, les 12 heures du jour, & les 12 heures de la nuit, avec les demi-heures, qui correſpondent aux 48 meri-

diens de la plus grande piéce ; ce carton eſt percé en rond dans ſon milieu, & on le fait tourner autour d'une poulie de bois, qu'on a colé au centre de la grande piéce. Enfin la plus petite piéce cache la poulie ſur laquelle elle eſt colée ; on y a deſſiné la projection de la terre, de maniere que le pole Septentrional eſt au centre. On a obſervé de faire paſſer le Meridien de Paris par le haut de ce Cadran, qu'on peut appeller *Univerſel*. La vûe de ce Cadran éclaircira beaucoup ce qu'on vient de dire.

I.

Lorſqu'on eſt ſous le Méridien qui paſſe par Paris, comme à Londres, à Amiens, à Orleans, à Toulouſe, &c. & qu'on veut ſçavoir à quelque heure du jour que ce ſoit quelle heure il eſt dans tous les principaux endroits du monde, il faut rapporter ſous la fleur de lys l'heure ou la demi-heure qui coule dans le lieu où l'on eſt. Par exemple, ſi l'on veut, étant à Paris, ſçavoir à cinq heures du ſoir quelle heure il eſt à Jeruſalem, à Batavie, à Quebec, &c. il faut rapporter cette même heure (5 heures du ſoir) ſous la fleur de lys en tournant la ſeconde piéce, qui eſt le carton qui contient les heures, & l'on verra qu'il eſt pour lors ſept heures & demie du ſoir à Jeruſalem, minuit à Batavie, & midi à Quebec, &c.

II.

De plus on pourra remarquer que lorſqu'il eſt huit heures du matin à Goa, par exemple, un Dimanche, il n'eſt encore que huit heures du ſoir du Samedi à Mexico dans la Nouvelle Eſpagne. Ainſi quand deux vaiſſeaux viennent à ſe rencon-

trer dans la Mer du Sud, l'un venant de l'Asie ; & l'autre de l'Amerique, il arrive nécessairement que s'il est Lundi pour le premier, il ne sera encore que Dimanche pour le dernier. La raison de cela est que celui qui va vers l'Orient gagne une heure de 15 degrez en 15 degrez sur celui qui va vers l'Occident, lequel au contraire perd une heure en parcourant la même quantité de degrez. On suppose que ces deux vaisseaux, aussi-bien que les deux Voyageurs, dont il est parlé dans le Problême II de la Cosmographie, sont partis ensemble au même jour d'un même lieu, & que l'un a pris sa route vers l'Orient, & l'autre vers l'Occident.

III.

Il est à remarquer que si l'on se sert de ce Cadran dans les lieux qui sont éloignés du Meridien de Paris, il faudra rapporter l'heure qui coule sous la Ville la plus proche du lieu où l'on est, & non pas sous la fleur de lys. De sorte que si on est en basse Bretagne on rapportera sous Brest l'heure qui coule, ou sous Milan, si on est en Piémont. D'où il suit que quand on est en France, en Angleterre, en Flandre, il faut rapporter l'heure qui coule sous le Meridien de Paris, c'est-à-dire sous la fleur de lys. Quand on est en Allemagne, il faut voir si l'on est plus proche de Vienne ou de Hambourg; si on est plus proche de Vienne, on rapportera l'heure qui coule sous le Méridien de Vienne, mais si l'on est plus près de Hambourg, on la rapportera sous le Méridien de Hambourg, &c.

REMARQUES.

En quelque endroit que l'on ſoit, ſi on veut ſe ſervir utilement de ce Cadran, il faut le placer de telle ſorte que l'Orient ſoit tourné du côté du lever du Soleil, & l'Occident du côté de ſon coucher ; parce qu'alors le Soleil qui eſt ſous le midi de la roue des heures, ſuivra en quelque maniere le cours du Soleil, pourvû que l'on panche le Cadran vers le Midi à la hauteur du Soleil du jour preſent. Le Globe qui eſt au centre du Cadran ayant alors du rapport avec la Terre, on connoîtra par ce moyen de quel côté du Monde, ſont tous les lieux marquez ſur le Cadran. Et ſi on trouve que quelques-uns ne ſe rencontrent pas préciſement ſous leurs propres méridiens, & que ce Cadran ne ſoit pas tout-à-fait juſte à leur égard on conſiderera que ſi on eut obſervé la derniere exactitude, il ne s'y ſeroit trouvé que des lieux peu conſiderables & inconnus, que l'erreur qui peut ſe rencontrer ne va jamais à un quart d'heure de plus ou de moins.

Ce Cadran a été dreſſé ſuivant les nouvelles Obſervations de Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences, & inventé par Euſtache Pecourt, Prêtre & M. D. M. de l'Egliſe Cathedrale de Cahors : il ſe vend à Paris chez Gerard Jollain, rue ſaint Jacques, à l'Enfant Jeſus.

AVERTISSEMENT.

Ceux qui ne voudront point ſe charger la mémoire de la multiplicité des lignes qu'il faut tirer pour tracer des Cadrans de toute eſpece, peuvent avoir recours à un Inſtrument de Gnomo-

nique, qui a été inventé par le Sieur le Maire; Ingenieur pour les Inſtrumens de Mathematique, aſſez connu par la juſteſſe de ceux qu'il conſtruit & qu'il débite. Avec cet inſtrument, qui n'a rien de commun avec tous les autres, on ſçait faire en une demi-heure des Cadrans ſur toutes ſortes de murailles, en tout pays, & cela ſans Compas, ſans Bouſſole, ſans attacher cet Inſtrument à la muraille, ſans prolonger ni bornoyer. Cependant on peut y tracer les arcs des Signes, les heures Judaïques, les Babyloniques, les Italiques, les Maiſons Céleſtes, & quelque ſection que ce ſoit de la Sphere. On peut encore décrire avec cet Inſtrument toutes ſortes de Cadrans portatifs.

L'occaſion qui a donné lieu à cet Inſtrument eſt fort ſimple; l'operation que l'on fait en ſe ſervant de cet Inſtrument, eſt auſſi très-ſimple, puiſque pour operer, il ne faut que ſerrer une vis. Le Sieur le Maire qui l'a inventé, conſidera qu'un Cadran horiſontal bien poſé, ſert quelquefois à faire un Cadran vertical, & que pour cet effet on enfonce dans la muraille un morceau de fil de fer aſſez long, & de groſſeur raiſonnable, puis faiſant attention aux heures que donne le Cadran horiſontal, on marque d'un point à chaque heure l'extrêmité de l'ombre du fil de fer, mettant un chifre à chaque point, pour ne ſe pas tromper: on recommence la même operation cinq ou ſix mois après, & l'on mene des lignes droites par les points de même dénomination dans les deux operations differentes, comme du point de 6 heures au point de 6 heures, du point de 7 heures au point de 7 heures, & ainſi des autres. Cela étant obſervé, on a un Cadran au Soleil parfaitement juſte.

Le Sieur le Maire en faiſant ſes réfléxions ſur l'opération qu'on vient d'expoſer, inventa un Inſtrument, par le moyen duquel on fait la même opération ; avec cette différence cependant, que ce qui ne s'acheve qu'en ſix mois, ſe fait en une demi-heure, parce que l'opération qu'on fait avec l'Inſtrument eſt, pour ainſi dire, la converſe de celle qu'on vient d'expliquer, & qui dure ſix mois ; puiſqu'il faut attendre que le Soleil faſſe des ombres courtes & longues pour avoir différens points, c'eſt-à-dire, que le Soleil ſoit tantôt élevé, tantôt abaiſſé aux mêmes heures : au lieu qu'en ſe ſervant de l'Inſtrument, on oſe dire qu'on prend la muraille, & qu'on la met en un moment dans toutes les ſituations où elle ſe trouveroit dans une année à l'égard du Soleil.

Pour opérer, on place l'Inſtrument bien droit avec un plomb contre la muraille ; on le tient en cet état, puis on tourne, & l'on met ſur l'heure courante que le Soleil donne, un Cadran concave qui y eſt attaché ; on le retire, & on ſerre une vis qui fixe le Cadran ſur l'Inſtrument. On a une planche qui ſert toûjours, ſur laquelle on attache un carton, ou un papier blanc ; on enfonce vers le milieu de ce carton un fil de fer de grandeur raiſonnable ; on met enſuite cette planche dans une rainure faite à l'Inſtrument, & on l'y ſerre avec deux vis. On remue enſuite le Cadran au Soleil conjointement avec la planche, en faiſant marcher au Soleil l'ombre de ce Cadran ſur deux extrêmitez de chaque ligne horaire qui y ſont tracées, & l'on marque en même tems avec un crayon l'ombre que donne le fil de fer qui eſt enfoncé ſur le carton dans la planche ; on y marque

& l'on y joint de même les arcs des Signes, ſi on le deſire.

Il ne faut enſuite qu'une régle pour joindre par une ſeule ligne les deux points de chaque même heure, & l'on trouve le Cadran tout fait; il ne faut que l'attacher à la muraille (la ligne de Midi toûjours à plomb) enfonçant un fil de fer dans le mur, & obſervant que la diſtance de ſon pied à ſon extrêmité, ſoit de même longueur & en même ſituation, que lorſqu'il étoit enfoncé dans la planche.

Si l'on veut que le Cadran ſoit grand, on prolonge les heures avec une ficelle frottée d'un charbon doux : on met une longue verge de fer, qui partant du centre du Cadran paſſe par l'extrêmité du premier fil de fer qu'on a enfoncé dans le mur, obſervant que la pointe du premier fil de fer planté ſe termine dans le milieu de l'épaiſſeur de la ſeconde verge. Cette opération eſt très-facile, & peut être pratiquée en une demi-heure.

On peut faire avec le même Inſtrument des Cadrans ſur des cylindres portatifs, ou autres que l'on ſuſpend pour connoître l'heure, ſur des coquillages mêmes tels qu'ils ſoient ; mais pour ſçavoir bien faire ces dernieres ſortes de Cadrans, il faut avoir pris deux ou trois leçons : au reſte, comme on n'y employe point de Compas, rien n'eſt plus aiſé. Un ſeul Inſtrument peut être univerſel, & ſervir pour toute la terre.

Démonſtration de l'Horloge ou Analemme Rectiligne Univerſel, qui marque les heures par les hauteurs du Soleil, par le R. P. Milliet Deſchalles.

NOus avons jugé qu'il ne pourroit être que profitable aux Amateurs de la Gnomonique, de leur communiquer la démonſtration de l'Horloge appellé Analemme rectiligne univerſel, donné par le R. P. Deſchalles. Pluſieurs Mathématiciens qui ont écrit ſur cette matiere, entre leſquels eſt Oronce, & après lui Clavius, ſe ſont contentés d'en donner la conſtruction, ſans deſcendre à la démonſtration; de quoi on ne doit point être ſurpris, vû qu'elle eſt fondée ſur des principes très-cachés, & une Théorie profonde, en ſorte qu'il ſemble qu'il étoit reſervé aux ſeules lumieres de notre Auteur, d'en pouvoir pénetrer l'obſcurité. C'eſt à la faveur de ces mêmes lumieres que le Lecteur pourra être conduit à de nouvelles découvertes, dont ce grand homme lui ouvre la voye. Ce petit Traité eſt tout rempli de choſes très-utiles & curieuſes à ſçavoir, comme quand il nous apprend, par exemple, que dans l'Analemme rectiligne, les rayons du grand Trigone des Signes ſont autant d'Horiſons du Soleil, dont cet Aſtre en ſon parallele eſt le Zenith: Que l'on voit d'un coup d'œil & tout à la fois la longueur du jour de chaque Pays de la Terre en chaque differente déclinaiſon du Soleil: Que par le moyen de ladite déclinaiſon, connoiſſant le Signe, on peut ſçavoir le jour du mois qui lui convient; & autres belles connoiſſances, dont le fruit qu'on en pourra retirer, doit inſpirer des ſenti-

mens de reconnoiſſance pour les Sçavans qui nous laiſſent de ſi excellens Ecrits.

Les operations que l'on fait avec l'Analemme rectiligne ſont ſi communes à l'Analemme commun, vulgairement appellé Aſtrolabe de Royas, que l'on pourroit dire qu'ils ſont tirés l'un de l'autre, & qu'ils ſont, à fort peu de difference près, une même choſe; cette difference empêche ſi peu le rapport qui eſt entr'eux, que l'on les fait toûjours ſervir de preuve l'un à l'autre. Il eſt donc vrai de dire, que cet Inſtrument, ſous la figure du ſeul Analemme rectiligne, les comprend tous les deux.

La difference dont nous avons parlé eſt, que dans l'Analemme commun les cercles horaires y ſont projettés par des Ellipſes; la projection qui s'y fait ſur le plan du Colure des Solſtices, remplit entierement ſon cercle : au lieu que dans l'Analemme rectiligne, les cercles horaires y ſont projettés par des lignes droites. La projection qui s'y fait ſur le même plan du Colure des Solſtices, eſt renfermée dans un eſpace borné en ſa longueur par les diamétres des cercles polaires, & dont la largeur n'outrepaſſe point les extrêmités des mêmes diamétres, comme on le peut voir dans le Rectangle MHIL de la Figure 19. Planche 25.

PROPOSITION I.

La diviſion de l'Equateur en heures dans cet Analemme eſt ſemblable à la deſcription des Paralleles.

SOient décrits dans l'Analemme les paralleles des Signes AB, CD, &c. & les autres à la maniere accoûtumée, ſçavoir, en diviſant l'Ecliptique, comme on diviſe l'Equateur ; ce qui ſe fait en diviſant le demi-cercle EHF en ſes degrés de 15 en 15, & abaiſſant de chacune de ces diviſions, des perpendiculaires, telles qu'eſt IK : de cette maniere l'Ecliptique ſera diviſée comme l'Equateur en douze heures, faiſant ſervir les mêmes pour le jour & pour la nuit. Vous remarquerez que cette diviſion en 12 détermine les lieux & les eſpaces des Signes & de leurs moitiés. Le Parallele du milieu, qui eſt celui de ♈ : eſt la ligne de 6 heures, & les deux Tropiques ſont le Midi ou Minuit. Les Paralleles étant ainſi décrits par la diviſion de l'Ecliptique, ſoit mené FG, qui eſt la corde de l'arc de la diſtance entre les deux Tropiques, ſur laquelle on décrira le demi-cercle FLG ; je dis que ſi on diviſe ce demi-cercle en ſes degrés, on pourra décrire les mêmes Paralleles comme par l'autre maniere. Planche 24 Fig. 16.

Démonſtration.

Soit ſuppoſé l'arc GM d'un certain nombre de dégrés, comme de 60 d. & ſoit mené MD perpendiculaire à FG, coupant l'Ecliptique EF au point K ; & ſur ce point K ſoit élevée la perpendicu-

laire KI, je prouverai que l'arc EI eſt de 60 d. comme l'arc GM; car comme dans le Triangle FEG la droite DK eſt parallele à la baſe EG, par 4, 6. FG ſera à DG comme FE eſt à EK : or GD eſt le ſinus verſe de l'arc GM de 60 d. (FG étant ſuppoſé le diamétre) donc KE ſera le ſinus verſe de l'arc EI de 60 d. (FE étant diamétre) ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

La maniere la plus ordinaire de décrire les Paralleles des Signes, eſt de tracer un demi-cercle, comme FLG, & de mener par ſes diviſions des perpendiculaires à ſon diamétre FG : or parce que l'on agit comme pour diviſer l'Equateur en heures, & que pour avoir les mêmes Paralleles décrits par une autre methode, qui eſt par la diviſion de l'Ecliptique, il faut qu'elle ſoit diviſée comme l'Equateur; il ſuit que la diviſion de l'Equateur en heures eſt en toute façon ſemblable à la deſcription des Paralleles.

PROPOSITION II.

Les lignes qui repréſentent les Paralleles dans l'Analemme, ſont coupées en parties ſemblables ou proportionnelles par les points d'une même heure.

Planche 24 Fig. 17. SOient dans l'Analemme les deux lignes GK, EL, repréſentant des cercles paralleles, & ſoit le cercle OAB de 3 heures répreſenté par une Ellipſe; je dis que ces lignes ſont coupées en ſemblables parties en O & en A, c'eſt-à-dire, que EA eſt à AL, comme GO eſt à OK. Soit

ſur GK & ſur EL décrit un demi cercle, chacune de ces lignes ſera le diamétre de ſon cercle.

Démonſtration.

Ces lignes GK, EL, repréſentant des cercles paralleles, ou leurs diamétres, ſont, par Prop. 10. 2. Theor. coupées proportionnellement par les cercles horaires: ſoit ſuppoſé que par les interſections de ces paralleles avec le cercle horaire OAB, on mene des perpendiculaires ou ſinus ſur leurs diamétres GK, EL; OK ſera le ſinus verſe d'un arc de 45 d. dans ſon cercle, comme AL ſera le ſinus verſe d'un arc d'autant de degrés dans le ſien. C'eſt pourquoi GK eſt à KO comme EL eſt à LA, & en diviſant GO, ſera à OK comme EA eſt à AL.

PROPOSITION III.

Si dans l'Analemme on fait tous les Paralleles égaux à l'Equateur, & leur diſtance égale à la Tangente de leur déclinaiſon, la même proportion ſera obſervée.

DAns la deſcription de l'Analemme les lignes qui repréſentent les Paralleles, diminuent à meſure qu'elles s'éloignent de l'Equateur; mais parce que les lignes horaires doivent être des Ellipſes qui diviſent proportionnellement ces lignes des Paralleles, & qu'il eſt difficile de tracer ces Ellipſes, on peut faire ces Paralleles égaux à l'Equateur; & pour lors les cercles horaires ſeront repréſentés par des lignes perpendiculaires. Ce changement de conſtruction ne changera ni l'effet ni la proportion qui ſera toûjours obſervée, ſi l'on Planche 24 Fig. 18.

fait la distance dont chacun de ces Paralleles est éloigné de l'Equateur (laquelle dans l'Analemme commun est égale au sinus de la déclinaison) égale à la tangente de la même déclinaison.

Soit proposé le parallele AB, dont la distance à l'Equateur ED est égale au sinus AC de l'arc de la déclinaison AE; soit menée la tangente FE du même arc, & soit substituée la ligne FI pour la ligne AB; je dis pour lors qu'il y a même raison de ce Parallele ainsi augmenté (c'est-à-dire, fait égal à l'Equateur ED) à la tangente EF, qu'il y en a du Parallele AB au sinus AC, & cela fondé sur ce Théoreme de la Trigonométrie, qui est que le sinus de complement est au sinus de l'arc, comme le sinus total à la tangente du même arc. Soit mené HAF.

Démonstration.

Comme dans le Triangle HEF, les lignes CA, EF, sont paralleles, étant perpendiculaires à la même ligne ED; HC, c'est-à-dire, KA est à CK, comme HE, c'est-à-dire, GF à EF. Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

On tire particulierement de cette proposition la construction de l'Analemme rectiligne, dans lequel tous les cercles horaires sont representés par des lignes perpendiculaires à l'Equateur de l'Analemme commun, & tous les paralleles représentés par des lignes paralleles au même Equateur; en quoi on a cet avantage, que les mêmes lignes horaires peuvent servir de paralleles, quand on veut que l'Analemme rectiligne serve d'Analemme commun.

PROPOSITION IV.

Conſtruction de l'Horloge ou Analemme Rectiligne Univerſel.

SOit fait le Rectangle HMLI, & ſoient décrits ſur les lignes LM, HI, les demi-cercles MXL, HNI, que l'on diviſera en douze parties égales. Enſuite ſoient tirées par les points oppoſés des diviſions, les lignes DE, 48, 93, & autres qui ſeront les lignes horaires, HM ſera la ligne de Minuit, & LI celle de Midi. Les autres lignes auront chacune deux des heures également diſtantes de XII, comme c'eſt l'ordinaire dans tous les Horloges décrits par les élevations du Soleil. Cette conſtruction convient également à l'Analemme commun comme au rectiligne, c'eſt-à-dire, que ſi l'on prend la ligne CD pour l'Equateur, ces mêmes lignes horaires pourront être les Paralleles des Signes dans l'Analemme commun, qui ſera beaucoup plus grand, étant décrit du rayon CH. Pour avoir cet Analemme commun, on décrira du point C l'arc des Signes HDI, qui ſera coupé par les lignes horaires, ſelon la déclinaiſon des Signes, & on menera du centre C à ces ſections les rayons HC, 8C, 4C, PC, YC, IC; la ligne FH ſera le ſinus de l'angle DCH de 23 d. $\frac{1}{2}$, qui eſt la plus grande déclinaiſon du Soleil: la ligne FI ſera pareillement le ſinus de l'angle DCI de 23 d. $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, que ſi de quelque point, comme C, on eût commencé d'abord à décrire le Trigone des Signes terminé à droite & à gauche de D par des arcs de 23 d. 30',

Planche 25. Fig. 19.

& que des points de l'entrée des Signes & de leurs moitiés on eût tiré des lignes paralleles à la ligne DC, on auroit eu les mêmes 12 heures dans l'Analemme commun, comme ſa premiere conſtruction les a donné dans l'Analemme rectiligne.

Soit décrit maintenant du centre C le quart de cercle AS à volonté, que l'on diviſera en ſes degrez de 5 en 5, ou de 10 en 10, comme l'on voudra. Après quoi on tirera du centre C par toutes ces diviſions les lignes occultes C10, C20, C30, &c. leſquelles couperont la ligne TH aux points OKR, &c. Je dis que les lignes TO, TK, TR, ſont tangentes par rapport au cercle qui ſeroit décrit de l'intervalle CT, ſelon la propoſition précedente. Enſuite ſoient menées par les points O, K, R, &c. des lignes paralleles à l'Equateur BT, leſquelles dans cet Analemme rectiligne, où BT eſt l'Equateur, & les lignes HM, EF, LI, ſont horaires, ſeront les Paralleles des latitudes, auſquels on appoſera les chifres des degrez, ſelon les differentes élevations du Pole. Enfin du point C ſoit décrit un petit arc des Signes ou Zodiaque ſur la ligne LI de Midi, dans lequel CB ſera le rayon de l'Equateur, & les autres rayons tirés occultement du point C juſqu'à la ligne LI; il eſt évident que ſi par les points auſquels la ligne LI eſt coupée par les rayons des Signes, on menoit des paralleles à la ligne BC, ou auroit les paralleles des Signes pour le petit Analemme rectiligne, qui a BC ou BT pour Equateur. La diviſion de ce petit Zodiaque ſe trouve toute faite dans la diviſion de la ligne du Parallele de 45 d. de latitude qui eſt coupée par les rayons du grand Zodiaque, parce que tant la ligne LI, que cette ligne du 45. Parallele, ſont

tangentes égales, étant distantes d'un même centre C par des rayons d'un même cercle.

PROPOSITION V.

Usage de l'Analemme.

Trouver la longueur du jour : ou, ce qui est la même chose, trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil dans la Sphere droite.

DAns la Figure précedente soit suspendu un perpendicule au point C, auquel perpendicule, qui est ordinairement un fil ou soye, on ajoûte outre le poids une perle mobile, que l'on arrête sur le Signe où est le Soleil marqué au petit Zodiaque en la ligne LI, & l'Instrument soit tenu de façon que le fil pendant librement, le rayon du Soleil levant passe par les trous des pinnules, vous verrez que ce perpendicule, avec la perle, demeurera parallele aux lignes horaires, & arrêté sur la ligne CD de six heures. Or il est évident qu'en la Sphere droite le Soleil se leve à six heures, & partant l'heure a été justement marquée. Planche 25. Fig. 19.

De plus le perpendicule pendant du point C, la perle soit coulée sur le point B de ♈, ou de l'Equateur du petit Zodiaque, & l'Instrument présenté au Soleil à quelque heure du jour, vous verrez que le rayon solaire passant par les trous des pinnules, la perle s'arrêtera sur la vraye heure qu'il est dans la Sphere droite ; supposé donc qu'elle s'arrête au point & de neuf heures, je prouve qu'il doit être neuf heures.

Démonstration.

Il est clair premierement que l'angle EC & est la

hauteur du Soleil sur l'horison, & que la perle décrit le cercle, dont BC est le demi-diamétre, soit supposé que ce cercle est déia décrit, & que dans ce cercle est décrit l'Analemme commun, où la ligne EC représentant l'horison de la Sphere droite, est coupée à angles droits par l'Equateur BT. Comme dans ce jour le Soleil parcourt l'Equateur, qui dans cette position de Sphere est aussi le premier vertical, il fera dans ce cercle un mouvement d'autant de degrez qu'il en a fait en se levant sur l'horison, enforte que s'il est élevé de 45 degrez, il sera au point &, duquel point ayant mené sur l'Equateur la perpendiculaire & Y, le point Y sera son lieu. Et comme l'Equateur est divisé dans cet Analemme rectiligne, comme dans l'Analemme commun, par prop. 1re. si le point Y est le point de neuf heures, il sera veritablement neuf heures. En un mot, comme la perle parcourt l'Equateur, si de l'endroit où elle s'arrête on tire une perpendiculaire au diamétre BT, elle indiquera l'heure.

PROPOSITION VI.

Trouver l'heure Astronomique dans la Sphere droite, le Soleil parcourant quelque Parallele que ce soit.

Planche 27. Fig. 20.

SOit le fil pareillement arrêté au point C comme dans tous les usages de l'Analemme en la Sphere droite, soit la perle transportée sur le Parallele du Soleil au petit Zodiaque, par exemple, au point D, en sorte que la perle décrive par son mouvement le cercle DE beaucoup plus grand que le cercle MH, dans lequel nous supposons

que ſoit décrit l'Analemme commun. Le rayon du Soleil paſſant par les pinnules, & la perle s'arrêtant ſur la ligne horaire OK de 9 heures, je dis qu'il eſt véritablement 9 heures; & pour le prouver, ſoient menés OC & CD, coupant le cercle HM aux points S & R. Dans l'Analemme commun la ligne CE eſt l'Horiſon de la Sphere droite, CM l'Equateur, MR l'arc de la déclinaiſon du Soleil, RA le Parallele que le Soleil décrit ce jour-là, & ANR le même Parallele repréſenté par ſon cercle, l'angle HCS, ou l'arc HS, eſt la hauteur du Soleil ſur l'Horiſon. Or c'eſt cette hauteur qui détermine l'heure en déterminant l'endroit du Parallele, où ſe trouve le Soleil dans le tems de l'operation; car ſi on tire par le point S l'Almicantarath SF, il marquera en B le lieu du Soleil dans ſon parallele RA; & ſi à ce point B on mene la perpendiculaire BG, c'eſt-à-dire, ſi on prolonge l'Almicantarath juſqu'au cercle repréſentant le Parallele, le point G ſera le vrai lieu du Soleil, l'arc NG ſera ſa diſtance à 6 heures, & GR ſa diſtance juſqu'à Midi. Cela poſé, il me reſte à faire voir que l'arc GR eſt ſemblable à l'arc IM, & par conſéquent les ſegments PB, CK, repréſentent des arcs ſemblables, c'eſt-à-dire, qu'il y a même raiſon de PR à PB, que de CM à CK, les ſegmens BR, KM, étant ſinus verſes d'arcs ſemblables.

Démonſtration.

Dans le Triangle COK, SF, OK, étant paralleles, CK ſera à CF, par 4, 6. comme CO à CS, ou CD à CR, ou encore comme CM à CL dans le Triangle CMD: or CL & PR, ſont égales: donc CK eſt à CF ou PB ſon égale, comme

CM eſt à PR, & en changeant & diviſant, CM ſera à KM, comme PR eſt à BR. Donc la perle montre la même heure ſur la ligne CM, qu'elle auroit montré dans l'Analemme commun ſur la ligne PR. Donc elle montre la vraie heure.

PROPOSITION VII.

Dans une latitude donnée déterminer l'heure du lever & du coucher du Soleil dans quelque Parallele que ce ſoit.

Planche 27 Fig. 21.

NOus avons dit dans la quatriéme Propoſition, que la ligne RZ, & les autres lignes paralléles à l'Equateur, qui traverſent le grand Trigone des Signes, repréſentent des cercles de latitude. Suppoſons donc que cette ligne RZ ſoit le Parallele de la latitude de 49 dégrez, telle qu'eſt celle de Paris, & que dans le tems de la perquiſition de l'heure, le Soleil ſoit dans l'Equateur, CI eſt le rayon de ♑, CF de l'Equateur, CH de ♋; il eſt évident que ſi le perpendicule eſt attaché au point V, le Soleil étant dans l'Equateur, & que la perle ſoit tranſportée ſur le point *h* de ♈, ou de l'Equateur du petit Zodiaque, qui eſt ſur la ligne LI, lorſqu'au lever du Soleil ſon rayon paſſera par les pinnules (la ligne HI demeurant parallele à l'horiſon) le fil & la perle tomberont ſur la ligne CF de 6 heures, qui eſt l'heure du lever du Soleil dans l'Equinoxe. Je dois prouver qu'en pratiquant la même choſe dans quelque Parallele des Signes que le Soleil ſe trouve, le fil & la perle marqueront la vraye heure de ſon lever.

Soit l'Equateur AB, le Parallele de la latitude de la Region RZ, ſoit ſuppoſé le Soleil au

Tropique de ♑, il eſt évident, ſuivant ce que j'ai démontré en mon Traité, de Géographie, touchant la maniére dont la Terre eſt éclairée, que le cercle ou bord d'illumination, qu'on appelle auſſi horiſon du Soleil, décline autant des Poles que le Soleil a de déclinaiſon. Cela étant, le cercle d'illumination ſera CI, comptant le Parallele de la latitude RZ au point Y de la ligne horaire YO. Or, ſelon ce que j'ai fait remarquer en parlant du Globe terreſtre, l'arc ſemidiurne eſt moindre que 6 heures de la quantité de la ligne VY, c'eſt pourquoi ſi la ligne VY eſt le ſinus d'une heure, le Soleil ſe leve à 7 heures; mais comme nous avons la latitude de 49 degrez, où le Soleil en ♑ ſe leve à 8 heures, la ligne VY ſera le ſinus de deux heures; dont l'arc ſemidiurne ſera moindre de deux heures de ce qu'il étoit, quand le Soleil étant dans l'Equateur, ſe levoit à 6 heures.

Voyez les Probl. de Coſmographie.

Je ferai voir pareillement que le Soleil étant en ♋, la même ligne YO ſera celle de 4 heures, (cet Aſtre ſe levant dans ce Signe deux heures devant ſix) ſoit décrit pour cela un cercle de l'intervalle CH, dans lequel on ſuppoſe que ſoit décrit l'Analemme commun, FC ſoit l'Equateur, IL le Tropique de Cancer, & le Midi ſoit du côté de MH, l'horiſon oblique ſoit TCS, ſoit RZ le Parallele de la Region dans l'Analemme rectiligne, lequel parallele ſoit coupé par le rayon de ♋, c'eſt-à-dire, par la ligne CI au point Y. En ce point ſoit attaché le perpendicule, & l'Inſtrument tenu de façon que le rayon du Soleil levant paſſe par les pinnules. Je dis que ce perpendicule, qui dans ce cas ſera parallele aux lignes horaires, tombera le long de la ligne YO, qui ſe trouve être celle de 4 heures; d'où l'on connoît

que l'heure du lever du Soleil en ♋ eſt à 4 heures, & que l'arc P*b*H eſt l'arc ſemidiurne. Pour le prouver, ſoit décrit ſur le Tropique IL de l'Analemme commun le demi-cercle L*e*I, & du point ou la ligne LI coupe l'horiſon oblique TCS, ſoit élevée la perpendiculaire EK, l'arc K*e*I ſera l'arc ſemidiurne, ſelon l'Analemme commun. Je m'en vais démontrer que l'arc P*b*H de l'Analemme rectiligne lui eſt ſemblable.

Démonſtration.

Il eſt premierement conſtant que les lignes *b*E, R & ſont égales, parce que les Triangles RVC, C*b*E, ſont équiangles, & ont les côtez C*b*, RV, égaux. De plus, dans le Triangle LIH, EX étant parallele à la baſe HI par 4, 6, HI ſera à LI, comme XE, c'eſt-à-dire, *B*I eſt à EL. Par conſéquent les arcs LK, PI (qui ſont la diſtance de l'heure du lever du Soleil en ♑ juſqu'à Midi) ſeront ſemblables; la ligne LI étant le Midi comme dans l'Analemme rectiligne, ou bien cette ligne LI ſera celle de Minuit, lorſque le Soleil étant en Cancer, ces mêmes arcs ſeront la diſtance depuis Minuit juſqu'au lever de cet Aſtre. Donc les arcs reſtans K*e*I, P*b*H, ſeront ſemblables, & comme ils ſont les arcs ſemidiurnes de Cancer, la ligne MH ſera le Midi dans cette démonſtration de l'Analemme commun, c'eſt-à-dire, que ſi l'on imagine l'Analemme commun décrit dans le petit cercle H*b*PI, le point H ſera le Midi en ♋, comme dans l'Analemme rectiligne, & le point I, qui dans ce cas eſt celui de Minuit, ſera le point de Midi pour ♑.

PROP.

PROPOSITION VIII.

En quelque latitude que ce soit connoître les heures Astronomiques au tems de l'Equinoxe.

SOit la ligne de la latitude donnée RZ, en laquelle soit attaché le fil au point O du rayon de l'Equateur, & la perle soit transportée sur le point *h* du Signe de ♈ du petit Zodiaque ; laquelle par son mouvement decrira le cercle Y *h*, le rayon Solaire passant par les pinnules, l'heure où elle s'arrêtera sera la vraye heure. Ce qui est vraisemblable, car si c'est dans le tems que le Soleil se leve, la perle s'arrêtera sur la ligne OY, c'est-à-dire, à 6 heures. En second lieu, que la perle s'arrête sur la ligne IL au point *h*, je dis qu'il est Midi, & je le prouve en faisant voir que le Soleil est pour lors à sa hauteur meridienne, c'est-à-dire, que l'angle YO*h* est égal à l'angle de la hauteur que le Soleil doit avoir à Midi dans l'Equinoxe. Soit décrit pour cet effet l'Analemme commun ; sçavoir, un cercle, dont le rayon est CH, & soit mené l'horison oblique TRS ; dans cet Analemme CD sera l'Equateur, TD la hauteur meridienne, ou l'angle TCD, que je dois faire voir semblable à l'angle YO*h*. Plan. 27. Fig. 22.

Démonstration.

Les Triangles ROC, OZ*h*, sont rectangles par construction, & ont les côtez RO, OZ, OC, Z*h*, égaux ; donc, par 4, 1, l'angle OCR sera égal à l'Angle Z*h*O, ou à son alterne *h*OY; ce qu'il falloit démontrer.

En troisiéme lieu, que la perle s'arrête au point

V ſur la ligne horaire VP*b*, je dis qu'elle montrera la vraye heure qu'il eſt ; & que l'arc *b*I ſera la vraie diſtance de cette heure à Midi ; en ſorte que ſi *b*I eſt de 60 degrez, je prouverai que l'angle YOV (qui eſt ſon complement de 30 degrez, ou de deux heures, ſçavoir la diſtance depuis ſix que le Soleil s'eſt levé) eſt l'angle d'élevation que le Soleil doit avoir à huit heures ; car dans l'Analemme commun où CD eſt l'Equateur, & DKW ſon demi-cercle, ſoit fait l'angle TCX, égal à l'angle d'élevation YOV, & ſoit mené par ce point X l'Almicantarath XG, le Soleil ſera au point E de l'Equateur, ſoit mené EK perpendiculaire à l'Equateur CD, pour lors la vraie diſtance de cette heure indiquée par la perle juſqu'à Midi, ſera l'arc KD, ſelon l'Analemme commun. Je démontrerai que par l'Analemme rectiligne la diſtance ſe trouve la même dans l'arc *b*I ; que je ferai voir être toute ſemblable à KD.

Démonſtration.

Les Triangles rectangles ORC, OC*h*, ont les côtez RO, C*h* égaux, & le côté OC commun, donc, par 4, 1, les angles *h*OC, OCR ſont égaux ; & comme ils ſont alternes, les lignes O*h*, RC, ſont paralleles ; OC, NV, ſont auſſi paralleles, & partant les angles ONV, XEC égaux. Or l'angle NVO, avec ſon alterne VOY, ont été faits égaux aux angles XCT, CXE, donc les Triangles XEC, ONV, ſont équiangles ; donc (par 3, 6) CX ou CD, eſt à CE, comme OV, ou O*h* eſt à ON : or O*h* eſt à ON comme C*h* eſt à CP : c'eſt pourquoi ſi CE eſt le ſinus de l'arc KB de deux heures (CD étant poſé ſinus total) CP ſera le ſinus de l'arc 6, 8, de deux heures

(le ſinus total étant C*h* ou FI) d'où il s'enſuit que les arcs reſtant *b*I, KD demeurent ſemblables ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IX.

Dans une latitude donnée connoître l'heure Aſtronomique en quelque lieu du Zodiaque que le Soleil ſoit.

Planche 26. Fig. 23.

SOit RZ la ligne de la latitude de la Region, coupant, par exemple, le rayon CK de Cancer au point A, où ſoit ſuſpendu le perpendicule, & ſoit coulée en même temps la perle juſqu'au point B de ♋ au petit Zodiaque ; pour lors ſi ayant tourné le point K vers le Soleil, & ſon rayon paſſant par les pinnules la perle s'arrête ſur le point O de la ligne OD de 11 heures, diſtante de la ligne E12 de Midi d'un eſpace horaire, c'eſt-à-dire, que l'arc ED ſoit de 15 degrez, je dis qu'il eſt onze heures, l'angle FAO étant l'élevation du Soleil, je prouverai que dans l'Analemme commun, le Soleil ayant une pareille hauteur, il doit être abſolument onze heures.

Soit donc décrit l'Analeme commun de l'intervalle CK ; ſelon cet Analemme, la ligne KL ſera le Tropique de Cancer : ſoit menée aprés cela la ligne TRCS repréſentant l'horiſon oblique ſur laquelle ſoit fait l'arc TG ou l'angle TCG égal à l'angle d'élevation FAO, ſoit tiré enſuite l'Almicantarath GM, coupant le Tropique LK au point N, & ayant décrit le demi-cercle KPL, qui repréſente ce Tropique, ſoit élevé au point N la perpendiculaire NP. Je démontrerai que

l'arc KP eſt de 15 degrez, c'eſt-à-dire, que les arcs ED, KP, ſont ſemblables. La ſixiéme Propoſition nous doit avoir appris que l'arc ſemidiurne XDE eſt ſemblable à l'arc YPK de l'Analemme commun; d'où il ſuit que LS eſt à SK comme KQ eſt à QE.

Démonſtration.

Dans le Triangle SKC, GN étant parallele à la baſe, c'eſt-à-dire à l'horiſon oblique CS, par 4, 6 SK ſera à SN comme CK, c'eſt-à-dire, CG à CV. De plus dans le Triangle θAO l'angle AOϑ eſt égal à ſon alterne OAF, qui eſt l'angle de l'élevation du Soleil égal par conſtruſtion à l'angle TCG, ou à ſon alterne CGΠ. Cela étant les angles AOϑ, CGΠ, ſont egaux : & comme les angles Π & θ ſont égaux, l'un & l'autre étant droits, les Triangles AϑO, CGΠ, ſeront ſemblables. Soit conſideré enſuite le quadrilatere RBCA, dans lequel l'angle R eſt droit, l'angle ACB eſt auſſi droit (le rayon BC de ♋ du petit Zodiaque étant par conſtruction perpendiculaire au rayon CK de ♋ du grand Zodiaque, & les Angles 6CA, BC ♈ de 23 d. 30′ chacun) donc on peut décrire un cercle autour du Quadrilatere ARBC, par la converſe de 22 du 3, partant les angles RBA, RCA, inſiſtans ſur la même baſe AR ſeront égaux. Or eſt-il que les angles RBA, θIA, ſont égaux; & à ceux-ci ſont égaux les deux alternes RCA, CVH, donc les angles AIθ, CVΠ, ſont égaux, & par conſéquent les angles de ſuite AIO, AVG ſont auſſi égaux. Or nous venons de voir que CGV, AOI, ont été faits égaux : donc les Triangles AIO, CGV ſont équiangles & ſemblables; donc

CG, c'eſt-à-dire, CK eſt à CV, ou SK eſt à SN, comme AO, c'eſt-à-dire, AB eſt à AI; mais comme AB eſt à AI, ainſi AR eſt à Aϑ, c'eſt-à-dire, QE eſt à QH, donc SK eſt à SN comme QE eſt à QH, mais nous avons vû que LK eſt à SK comme KE eſt à QE: donc en diviſant LK ſera à NK comme KE à HE: donc HE & NK ſeront ſinus verſes d'arcs ſemblables; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION X.

Trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil dans un Pays dont la latitude ſoit de plus de 66 degrez 30'.

QUoiqu'on ne faſſe gueres ſervir ce Cadran ou Horloge pour une latitude plus grande que 66 d. 30', j'enſeignerai cependant en peu de mots le moyen de s'en ſervir dans les Pays voiſins des Poles. Planche 26. Fig. 24.

Soit donc la ligne de la latitude RZ, que nous avons tiré à l'ordinaire par le point d'interſection R de l'horiſon oblique RS de l'Analemme commun, avec la ligne de Midi PH prolongée, ſi l'on ſuppoſe que DC ſoit l'Equateur, IL le Tropique de ♋, PH le Tropique de ♑: que le Pole ſoit élevé ſur l'horiſon TS du complement de l'arc TD, T*m* ſoit un parallele tiré par le point d'interſection T de l'horiſon avec la circonference de l'Analemme (ce point T eſt celui qui ſépare la partie éclairée d'avec celle qui eſt dans la nuit) ſoit encore *u*S un autre Parallele tiré par le point d'interſection S du même horiſon avec la même circonference de l'Analemme, & qui eſt diamétralement oppoſé au point T: cela poſé, je dis

que le parallele T*m*, avec ceux qui ſont au-deſſous juſqu'au Tropique PH de ♑, ne ſe leveront point ſur l'horiſon RS, mais ſeront totalement cachez : que les paralleles au-deſſus de T, c'eſt-à-dire ceux qui ſont compris depuis T*m* juſqu'au Parallele *u*S, ſeront cachez à moitié ou en partie, ſçavoir celui du milieu CD ſera coupé par la moitié & les autres en parties inégales, & par conſequent le Soleil s'y levera & couchera chaque jour, & qu'enfin les autres paralleles depuis *u*S juſqu'au Parallele O, ſeront tous entiers ſur l'horiſon, & par conſequent le Soleil ſera pluſieurs jours, & même des mois entiers ſans ſe coucher, ainſi que nous avons vû qu'aux Paralleles correſpondans qui ſont ſous T*m*, cet Aſtre eſt autant de temps ſans ſe lever ; ce qui n'a pas beſoin de démonſtration, après l'évidence qu'en donne la Figure.

PROPOSITION XI.

Trouver l'heure Aſtronomique dans une latitude de plus de 66 degrez, 30'.

Planche 2.6 Fig. 25. SOit propoſé de trouver l'heure Aſtronomique dans un Pays, dont la latitude ſoit de plus de 66 d. 30' : ſoit RZ la ligne de cette latitude. Le Soleil ſoit dans le Tropique de Cancer, dont le rayon ſoit CI : ſoit ſuſpendu le perpendicule au point O, où la ligne RZ de la latitude concourt avec le rayon de Cancer CI ſoit auſſi tranſportée la perle ſur le point M du Cancer du petit Zodiaque, la pérle décrira le cercle *b*VM, & ayant tiré la ligne *b*CM, l'angle OCM ſera droit. Suppoſé donc que le rayon du Soleil paſſant par les pinnules, la perle s'arrête au point V de la ligne V*r* de

dix heures, je prouverai qu'il doit être dix heures, car ayant décrit, comme ci-devant, l'Analemme commun, en traçant un cercle du point C comme centre IL ſera le Tropique de Cancer: ſoit décrit enſuite le demi-cercle IKL repréſentant ce Tropique, & ſoit pris en ce demi-cercle de l'arc IK de deux heures. & ayant mené la perpendiculaire KE, le point E ſera le vraî lieu du Soleil dans ce Tropique; & ayant fait l'angle XCT égal à l'angle VOY de l'élevation du Soleil à dix heures, & tiré l'Almicantarath XEG parallele à l'horiſon oblique T*ſ*; je vais démontrer que ces angles VOY, XCT de dix heures répondent dans l'Analemme commun à la même élevation qui répond aux mêmes dix heures dans l'Analemme rectiligne.

Démonſtration.

Premierement dans le Triangle IC*ſ*, l'Almicantarath X*l*E parallele à la baſe, c'eſt-à-dire, à l'horiſon C*ſ*, coupe les côtez CI, I*ſ* proportionnellement en *l* & en E, donc par 4, 6, *ſ* I, ſera à *ſ*E comme CI, c'eſt-à-dire, CX; eſt à C*l*. Secondement, dans le Triangle POV, l'angle PVO eſt égal à ſon alterne VOY, & celui-ci qui eſt l'angle de l'élevation du Soleil, égal par conſtruction à l'angle XCT, ou à ſon alterne CXN: voilà donc quatre angles PVO, VOY, XCT, CXN, égaux, & comme les angles CNX, OPV, ſont égaux l'un & l'autre, étant droits, les Triangles POV, XCN, ſeront ſemblables. De plus, comme dans le Quadrilatere RMCO, les angles oppoſez ORM, OCM, ſont droits par conſtruction, il ſuit qu'on peut décrire un cercle autour d'eux, & partant les angles RCO, RMO, ap-

puyez ſur la même baſe OR, ſeront égaux : or les angles égaux RMO, PSO, ſont encore égaux aux deux alternes RCO, C*l*N : donc les angles PSO, CN, étant égaux, les angles de ſuite C*l*X, OSV le ſeront auſſi. Mais nous venons de voir que les angles CX*l*, OVS, ſont égaux : donc les Triangles VSO, XC*l*, ſont équiangles & ſemblables : donc CX, c'eſt-à-dire, CI, eſt à C*l*, ou *ſ*I eſt à *ſ*E comme OV, c'eſt-à-dire, OM, eſt à OS, mais comme OM à OS, ainſi OR à OP, c'eſt-à-dire BH à B*r*. Derechef, dans les Triangles ſemblables C*l*N, SOP, comme C*l* eſt à CN, ainſi OS à OP, & comme OS à OP ; c'eſt-à-dire, B*r*, ainſi C*l* eſt à *ſ*E dans le Triangle CI*ſ*, les ſegmens B*r*, *ſ*E, ſeront donc ſemblables, & comme *ſ*I à IE, ainſi OR eſt à PR, c'eſt-à-dire, BH à H*r* ; donc les ſegments reſtans IE, H*r*, ſeront ſemblables, comme étant ſinus verſes d'arcs ſemblables.

PROBLEME XXXIII.

Conſtruire un Anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.

NOus ajoûterons ici la conſtruction d'un Anneau, où l'heure eſt marquée exactement pendant toute l'année, après que par même occaſion nous aurons fait connoître démonſtrativement l'erreur qu'il y a à ſe ſervir de ces Anneaux vulgaires, où le trou (par lequel le rayon ſolaire entre pour marquer l'heure) eſt mobile. Premierement, nous ferons voir qu'en rendant ce trou commun à tous les Signes marquez dans un Zodiaque décrit ſur la circonference de l'Anneau, on ne peut avoir

que l'heure de Midi marquée fidellement ; car pour les autres heures, on ne les peut avoir que très-imparfaitement, en ſe ſervant des mêmes points marquez pour le Signe de ♈. Nous diſons ceci pour déſabuſer ceux qui croyent que les mêmes points de hauteur du Soleil marquez pour le Signe de ♈, c'eſt-à-dire pour le tems des Equinoxes, peuvent ſervir pour d'autres tems, en tranſportant ce trou ſur celui des Signes que le Soleil parcourt, ce qui eſt abſolument faux dans ſon principe, comme nons allons voir. Il faudroit au lieu de cela décrire dans la concavité de l'Anneau ſept cercles ſeparez pour autant de Paralleles de l'entrée du Soleil dans les Signes ſur chacun deſquels cercles on marqueroit ſéparément les hauteurs du Soleil à ſon entrée dans le Signe qui appartient au Parallele pour lequel le cercle a été tracé ; ces points ainſi notez, doivent être joints par des lignes qui ſeront les lignes horaires. Ceci eſt tiré du R. P. de Chales.

Soit préparé un Anneau, ou plûtôt ſoit décrit un cercle de la grandeur de l'Anneau que l'on veut faire. Enſuite ayant choiſi le lieu du ſuſpenſoire B, ſoient pris à droite & à gauche de B 49 degrez pour la latitude de Paris, c'eſt-à-dire, pour la diſtance du zenit de Paris à l'Equateur ; & par la fin de la numeration ſoit tiré AO ; ſoit mené à la ligne AO la perpendiculaire AD, l'une & l'autre ſe terminant au point A attribué à l'Equateur. De ce point A, & par le centre de l'Anneau ſoit mené A 12 pour la hauteur de l'Equateur, ou, ce qui eſt la même choſe pour la hauteur du Soleil à Midi, lorſqu'il eſt dans l'équateur. On auroit pû autrement avoir cette même hauteur, ſi ayant décrit d'abord du point A le quart OPD, on l'eût

Planche 28. Fig. 26.

Planche 18 Fig. 27. compté de O vers P, ou bien encore en tirant par le centre la ligne MN parallele à AO. ſur laquelle on eut compté de N vers A cette élevation ; tout cela revient au même. L'arc NA eſt la diſtance de l'horiſon à l'Equateur, qui eſt le complement de l'arc AB diſtance du même Equateur au zenit, égal à l'élevation du Pole. On voit que les angles OA12, A12D, AMN, ſont alternes & égaux, puiſqu'ils ſont formez par l'inclinaiſon de la ligne de Midi ſur les trois lignes paralleles OA, MN, 12D. Ayant la ligne de Midi, on comptera ſur le quart OPD les hauteurs du Soleil pour les heures de devant & après Midi au jour des Equinoxes, leſquels on tirera du point A, & par ces diviſions juſqu'à la concavité de l'anneau, Fig. 28. Ce qui étant ainſi préparé, on fera un trou au point A, par où le rayon ſolaire paſſant, marquera exactement les heures le jour de l'Equinoxe ſeulement pour lequel il a été fait : quoique quelques Artiſans veulent que ces mêmes heures ſervent pour les autres tems, en rendant le point A mobile ; mais cette prétendue modification-là n'exemte d'erreur que le ſeul Midi qu'elle rend commun à tous les paralleles.

On rend le point A mobile, en faiſant un trou dans un cercle ou bande de cuivre mince, qui ayant ſon mouvement autour de l'Anneau, tranſporte ce trou A ſur tous les paralleles d'un Zodiaque, qu'il faut décrire ſur la circonference en cette ſorte. Soit priſe à droite & à gauche du point A la double déclinaiſon des Signes, ſçavoir, les arcs AE, AI, chacun de 23 degrez pour le Taureau & le Scorpion, AF, AK de 40 degrez 26', & AG, AL, de 47 degrez. Nous avons pris du centre ces arcs doubles, parce que

les angles à la circonference ſont la moitié des angles au centre, comme ſi du point 12 on meſuroit l'arc AE, on trouveroit que l'Angle E12A ſeroit de 12 degrez 30′ pour la vraie déclinaiſon de Taurus.

Pour faire entendre comment en rendant le point A mobile, le même point de midi marqué pour le tems des Equinoxes, peut ſervir pour les autres Paralleles. Soit décrit du point 12 comme centre & pour rayon le diametre de l'Anneau, le cercle SAT touchant la circonference de l'Anneau au point A, & ſoient tirés du point 12 juſqu'en la circonference de ce dernier grand cercle, les rayons 12E, 12I, 12F, &c. par les diviſions du Zodiaque. Pour lors ce point 12 étant le centre d'un grand cercle de la Sphere, comme ici du Méridien, peut être pris pour la Terre; d'où l'on obſerveroit en differens tems la hauteur du Soleil à Midi ſur l'horiſon 12D, en ce cas les rayons ſolaires étant rayons d'un cercle, doivent aboutir à ſon centre, & ne peuvent tomber autre part. Diſons encore de plus, que le Soleil étant monté en E Signe de Taurus, éloigné de l'Equateur de 11 degrez 30′, cette hauteur ſurpaſſe l'équinoctiale de 11 degrez 30′: c'eſt pourquoi en ajoûtant l'angle E12A, meſure de cet excès, à l'angle A12D, hauteur méridienne de l'Equateur, qui eſt de 41 degrez; tout l'angle E12D ſera de 52 degrez 30′, qui eſt la veritable hauteur du Soleil à Midi en Taurus. Il eſt donc évident que le rayon ſolaire paſſant par le trou A tranſporté en E doit tomber ſur le même point 12. La même choſe arrivera en Gemini, &c.

Planche 28. Fig. 27.

Planche 29. Fig. 29.

Pour une plus claire intelligence de ceci, ſoit décrit du point A en dehors de l'Anneau, une

Planche 28. Fig. 27. circonference CR de grandeur prise à volonté, ou bien soit achevé, si l'on veut ; le cercle OPD, & ayant prolongé OA, jusques en R, soit comptée de R vers C la hauteur de l'Equateur, si on n'aime mieux pour abreger, continuer 12A directement en C. Pour lors l'angle extérieur CAR sera égal à l'angle A12D, son intérieur opposé du même côté ; ils sont l'un & l'autre à la circonférence l'un en dedans, l'autre en dehors de l'anneau ; ils sont aussi angles au centre, puisque nous avons décrit de leur sommet deux cercles. De plus, OA12 sera égal à CAR, qui lui est opposé au sommet, enfin c'est par des angles au même sommet A, que les differentes élevations du Soleil sur l'horison AR, sont mesurées par un effet contraire sur le quart OPD ; car à proportion que le Soleil s'éleve de R vers C dans le ciel CR, Fig. 28, le rayon solaire passant par le trou A, s'abaisse d'un même nombre de degrez sous l'horison OAR, & marque les heures.

Passons maintenant à la démonstration que les mêmes heures équinoctiales ne peuvent pas servir sans erreur en d'autres tems. Soit le Soleil en Gemini, & soit tiré FO. Je raisonne ainsi : La ligne horisontale OA est la ligne de six heures équinoctiale, c'est-à-dire, qui a été tirée pour le point de ♈, pour servir lorsque le Soleil seroit dans l'Equateur : or le Soleil se levant à 6 heures en Aries, il est à cette heure-là dans l'horison. La ligne FO represente le rayon du Soleil passant par le trou A transporté en F, il doit donc être six heures, puisque ce rayon touche ce point O. Soit continué ce rayon OF en Q, lieu du Soleil, & soit mesuré l'angle QFR, il sera trouvé environ de 20 degrez ; mais la veritable hauteur du

Planche 29. Fig. 30.

Soleil en Gemini à six heures est de 15 degrez 6' : donc il y a 5 degrez & plus d'erreur. On trouvera pareillement pour trois heures plus de 4 degrez d'erreur ; car sur l'instrument la ligne 3F de trois heures fait avec l'horisontale OA un angle d'environ 49 degrez, au lieu qu'il devroit être de 44 degrez 10', qui est la vraie hauteur du Soleil à trois heures à son entrée dans le Signe de ♊ ; partant il y a 4 degrez de 40' de difference ou d'erreur:donc le trou que l'on a fait au point A de ♈, ne peut marquer la vraie heure, étant transporté sur les autres Signes, en se servant des mêmes points de hauteur marquez pour le Signe de ♈. Mais le moyen de rendre cet Instrument ou Horloge bon pour tous les paralleles, est de décrire des points E, I, FK ; &c. autant de quarts de cercle, sur chacun desquels seront marquez les points des heures par les élévations du Soleil ; ces cercles au nombre de sept se décriront dans la concavité de l'Anneau, celui pour Aries sera au milieu. On comptera ces élevations de O descendant vers P, l'angle à la circonference de l'Anneau au point d'où les quarts auront été décrits, ou bien on comptera ces élevations depuis Midi vers O dans la concavité de l'Anneau l'angle au centre de l'Anneau, ce qui se fait en prenant la difference de la hauteur du Soleil à Midi dans nn certain Signe, avec la hauteur du même Astre en une autre heure le même jour & doublant cette difference ; comme, par exemple, soît le Soleil au commencement de Taurus, je trouve dans une Table des hauteurs du Soleil., ou bien en mesurant l'angle OE 12. Fig. 32. que sa hauteur méridienne est de 52 degrez 30', je trouve pareillement qu'à onze heures le même jour il est élevé de 50

degrez 30', la difference eſt deux degrez, que je double, & j'ai quatre degrez que je compte, depuis le Midi en ſus, & y marque le point de 11 heures. On prend ſelon cette derniere maniere, les angles au centre de l'Anneau, & leur difference double pour avoir les arcs doubles, afin que les angles qui les meſurent ayant leur ſommet au point A, ou E, ou I, &c. de la circonference oppoſée; reviennent à leur juſte meſure, comme ici l'arc 12, 11 de quatre degrez, meſuré du centre de l'Anneau, n'eſt que de deux degrez meſuré du point E de la circonference; ainſi on aura auſſi-bien par cette derniere méthode l'angle OE 11 de 50 degrez 30' pour la hauteur du Soleil en Taurus à onze heures, comme ſi l'on eut compté ſur le quart OPD depuis O vers P, le centre étant au point E on fera autant de trous pour faire paſſer le rayon Solaire, qu'il y aura de cercles décrits: ou bien on pourra les percer l'un à côté de l'autre ſur une ligne horiſontale, chacun vis-à-vis le cercle qui lui appartient, moyennant la poſition de ces trous à une même hauteur, on doit leur commencer la diviſion des quarts de cercle qui correſpondent à une même hauteur ou ligne horiſontale; vous ferez paſſer par tous ces points de diviſion, des lignes, qui ſeront les lignes horaires. Lorſque vous vous ſervirez de l'un des trous pour faire marquer l'heure, vous aurez ſoin de boucher les autres avec de la cire, pour éviter la confuſion de tant de rayons ſolaires à la fois, & vous aurez bien ſoin de diriger le rayon de celui que vous laiſſerez ouvert à tomber ſur le quart auquelil appartient.

REMARQUES.

I.

On voit dans la Fig. 19 l'erreur de ceux qui veulent que les mêmes heures équinoctiales servent également dans les differentes déclinaisons. Soit ici le Soleil en ♉ ; le rayon solaire passant par E, & tombant sur le point de 3 heures marqué dans l'Equinoxe, il doit être 3 heures, mais je trouve en mesurant l'arc OE3 , ou son oppose QER, environ 40 degrez , & la veritable hauteur du Soleil en Taurus à 3 heures étant de 37 degrez 14 minutes , il y a environ 3 degrez d'erreur. Planche 25. Fig. 19.

II.

On voit de même dans la Figure 20. qu'il s'en faut 5 degrez & plus que la même ligne équinoctiale de 6 heures ne serve , le Soleil étant en ♊. Planche 27. Fig. 20.

III.

On doit encore à M. de R** la démonstration de l'*Analemme Rectiligne Universel* , & la Construction de l'*Anneau* qui marque exactement l'heure pendant toute l'année.

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE.

LA Cosmographie, selon son étymologie, est la description du Monde, c'est-à-dire, du Ciel & de la Terre, elle se divise en *Générale*, & en *Particuliere*.

La Cosmographie Générale considere généralement tout l'Univers ; elle recherche & fournit plusieurs manieres de le décrire & de le representer selon les divers sentimens des Philosophes & des Mathématiciens.

La Cosmographie Particuliere est proprement ce qu'on appelle *Geographie*, parce qu'elle représente en détail chaque partie du Monde, & particulierement la Terre, tant par les Globes, que par les Planispheres & Mappemondes. Je ne prétens pas traiter ici en particulier de ces deux Parties, mais seulement vous donner quelques Problêmes utiles & agreables qui en dépendent.

PROBLEME I.

Trouver en tout tems & en tout lieu les quatre points principaux du Monde.

LEs quatre points principaux du Monde, qui sont l'Orient, l'Occident, le Midi, & le Septentrion peuvent aisément être connus par le moyen de la Boussole, dont l'éguille qui est aimantée,

mantée tourne toujours une de ſes deux pointes vers le Midi, & l'autre vers le Septentrion. Ce qui ſuffit pour connoître l'Orient & l'Occident, parce que l'Orient eſt à la droite ; & l'Occident à la gauche de celui qui regarde le Septentrion.

On peut auſſi très facilement connoître le Septentrion la nuit, en regardant l'Etoile Polaire, qui n'eſt éloigné du Pole Arctique que d'environ deux degrez. Les Aſtronomes tracent de jour la ligne méridienne ſur un plan horiſontal, par le moyen de deux points d'ombre, marquez devant & après Midi ſur la circonference d'un cercle décrit du pied du ſtile, dont l'ombre a ſervi par ſon extrêmité à marquer ſur cette circonference ces deux points également éloignez du Midi.

Voyez la Gnomonique, pag. I.

Mais ſans toutes ces choſes, on peut en tout tems & en tous lieux marquer la ligne Méridienne, en cette ſorte.

Ayant mis de l'eau dans un vaſe, comme dans un plat, ou dans un baſſin, mettez tout doucement dans cette eau, lorſqu'elle ſera bien tranquille, une éguille de fer, ou d'acier, ſemblable à celle dont les Tailleurs & les femmes ſe ſervent ordinairement pour coudre. Si cette éguille eſt ſéche & qu'on la mette tout de ſon long ſur la ſurface de l'eau, elle ne s'enfoncera point. Après avoir fait pluſieurs tours, elle s'arrêtera enfin, & demeurera dans le plan du Méridien, de ſorte qu'elle repréſentera la ligne méridienne ; l'une de ſes extrêmitez ſera tournée par conſequent vers le Midi, & l'autre vers le Septentrion. Mais lorſqu'on ne voit ni le Soleil, ni les Etoiles, on ne peut pas aiſément connoître laquelle des deux extrêmitez regarde le Midi ou le Septentrion.

Obſervez que pour poſer cette éguille ſur la ſu-

perficie de l'eau ; on peut ſe ſervir d'une fourchette de fil de fer, & que pour l'empêcher de tomber au fond de l'eau, on peut la frotter de quelque matiere graiſſeuſe.

Le Pere Kircher donne un moyen facile pour connnoître le Midi & le Septentrion. Il veut que l'on coupe horiſontalement le tronc d'un arbre bien droit, qui ſoit au milieu d'une plaine, ſans le voiſinage d'aucune hauteur, ni d'aucune muraille, qui l'ait pû tenir de ce côté à l'abri du vent, ou des rayons du Soleil. On verra dans la ſection de ce tronc pluſieurs lignes courbes autour de la ſeve, qui ſeront plus ſerrées d'un côté que de l'autre. Il dit ~~que le~~ Septentrion ſera du côté où ces lignes courbes ſeront plus ſerrées ; peut-être parce que le froid qui vient du Septentrion reſſerre, & que le chaud qui vient du Midi élargit & rarefie les humeurs & la matiere, dont ſe forment ces lignes courbes, qui, ſuivant le même Auteur, ſont comme des circonférences de cercles concentriques dans l'Ebene & dans le bois de Breſil.

PROBLEME II.

Trouver la longitude d'un lieu propoſé de la Terre.

ON appelle *Longitude* d'un lieu de la Terre, la diſtance du Méridien de ce lieu au premier Meridien qui paſſe par l'Iſle de Fer la plus Occidentale des Canaries. Cette diſtance ſe compte ſur l'Equateur d'Occident en Orient.

On voit dans les *Mappemondes*, ou Cartes générales, les degrez de Longitudes marquez ſur l'Equateur de dix degrez en dix degrez, depuis le

premier Méridien vers l'Orient tout le long de la Terre juſqu'à 360 degrez, de ſorte que le premier Méridien eſt le 360 Méridien. Il a plû aux Géographes de compter ainſi les Longitudes terreſtres, il a plû aux Aſtronomes de compter les Longitudes des Etoiles fixes ſur l'Ecliptique, depuis la *Section Vernale*, c'eſt-à-dire depuis le commencement de la Conſtellation du Belier, où l'Equateur & l'Ecliptique s'entrecoupent.

Il eſt évident que ceux qui ſont ſituez ſous un même Méridien, ont une même longitude : que tous ceux qui ſont ſous le premier Méridien, n'ont aucune Longitude : qu'enfin ceux qui ſont plus Orientaux ont des Longitudes differentes, c'eſt-à-dire, qu'ils ſont ſous des Méridiens différens. La diſtance d'un Méridien à l'autre s'appelle *Difference des Longitudes* : c'eſt cette difference qui fait connoître de combien de tems il eſt plûtôt Midi en un lieu qu'en un autre qui eſt plus Occidental. Car il eſt certain qu'il ſera Midi une heure plûtôt au lieu plus Orientale qu'à l'autre, lorſque la difference des Longitudes ſera de 15 degrez c'eſt-à-dire, quand ce lieu ſera plus Oriental que l'autre de 15 degrez, * parce que 15 degrez de l'Equateur font une heure, puiſque 360 degrez font 24 heures, qui eſt une révolution entiere du premier mobile.

Ainſi ont voit que pour connoître la Longitude d'un lieu de la Terre, il ne faut que ſçavoir l'heure que l'on compte en ce lieu, lorſqu'on en compte une certaine en un autre lieu ſitué ſous le premier

* Le Soleil employe une heure à parcourir 15 degrez de l'Equateur, puiſqu'il met 24 heures à parcourir 360 dégrez, c'eſt-à-dire à faire ſa révolution entiere ſur un Parallele.

Méridien, car ſi l'on convertit cette difference des heures en dégrez, en prenant 15 degrez pour une heure, 1 degré pour 4 minutes de tems, & 1 minute de degrez, pour 4 ſecondes de tems, on aura la longitude du lieu propoſé.

Pour connoître cette difference des heures, on ſe ſervira de quelque Signe viſible dans le Ciel, qui ſe puiſſe remarquer en même tems par deux Mathématiciens, dont l'un ſoit ſous le premier Méridien, & l'autre au lieu dont on cherche la Longitude. Les Anciens ſe ſont ſervi des Eclipſes de Lune, on ſe ſert à préſent des Eclipſes du premier Satellite de Jupiter, qui arrivent plus ſouvent, & dont lès immerſions ou émerſions ſe peuvent connoître plus facilement par le moyen des Lunettes de longue vûe.

Quand on a une fois connu la longitude d'un lieu de la Terre, on n'a plus que faire du premier Méridien pour connoître la Longitude de quelqu'autre lieu que ce ſoit, parce qu'il ſuffit de connoître de combien ce lieu eſt plus Oriental, ou plus Occidental que le premier; ce qui ſe peut connoître comme nous avons dit. Mais il ne ſera pas néceſſaire d'employer deux Mathématiciens, un ſeul peut connoître la Longitude du lieu où il ſera, en obſervant en ce lieu l'heure de l'immerſion ou de l'émerſion du Satellite, & en comparant cette heure avec celle du lieu, dont on connoît la Longitude, parce que par les Tables de Monſieur Caſſini, qu'il a ſupputées pour le Méridien de Paris, dont je ſuppoſe que la Longitude eſt connue, on peut ſçavoir à quelle heure doit arriver à Paris cette immerſion on émerſion. L'immerſion d'un Satellite eſt l'entrée de ce Satellite dans l'ombre de Jupiter en ceſſant de paroître,

& l'émerſion d'un Satellite eſt la ſortie de ce Satellite hors de l'ombre de Jupiter, en commençant à reparoître.

REMARQUES.

On voit par ce qui a été dit *, la verité de ce Paradoxe : *Qualibet horâ eſt omnis hora*, c'eſt-à-dire, qu'en tout tems il eſt toute heure : ce qui ſe doit entendre des lieux de la Terre, qui ſont ſous des Méridiens differens. Car il eſt certain que quand il eſt Midi, par exemple, à Paris, il eſt une heure après Midi à Vienne en Autriche, & dans tous les autres lieux qui ſont plus Orientaux que Paris de 15 degrez, & qu'il eſt deux heures après Midi à Conſtantinople, & dans tous les autres lieux qui ſont plus Orientaux que Paris de 30 degrez. Ainſi des autres.

D'où il ſuit que de deux Voyageurs, dont l'un va vers l'Occident en ſuivant le cours du Soleil, & l'autre vers l'Orient en allant contre le cours du Soleil, le premier doit avoir les jours plus longs que le ſecond. An contraire au bout d'un certain tems, le ſecond qui va vers l'Orient, comptera plus de jours que le premier qui va vers l'Occident. Ce qui fait dire que ſi deux Jumeaux voyagent, l'un vers l'Orient, & l'autre vers l'Occident, & qu'il viennent à mourir en même tems, le premier aura vécu plus de jours que l'autre.

Comme on diviſe la Latitude en Septentrionale & en Méridionale, en l'étendant juſqu'à 90 degrez vers les deux Poles deçà & delà l'Equateur, on auroit auſſi pû diviſer la Longitude en Orientale & en Occidentale, en ne l'étendant que juſ-

qu'à 180 degrez de part & d'autre depuis le premier Méridien. Ce qui seroit très-commode pour nous faire connoître que quand il est, par exemple, Midi sous le premier Méridien, il n'est que 8 heures du matin dans l'Isle du Cuba, dont la Longitude Occidentale est de 60 degrez. Voyez le XXXIII. Problême de la Gnomonique, p. 92.

PROBLEME III.

Trouver la Latitude d'un lieu proposé de la Terre.

ON appelle *Latitude* d'un lieu de la Terrre, la distance de ce lieu à l'Equateur : cette distance est mesurée par l'arc du Méridien de ce lieu entre son Zenit & l'Equateur. Cet arc est toujours égal à l'élevation du Pole, qui est l'arc du même Méridien entre le Pole & l'Horison. Ce qui fait que l'on confond ordinairement la Latitude avec l'élevation du Pole, de sorte que ceux qui n'ont point de Latitude, c'est-à-dire, qui sont sous l'Equateur, n'ont aussi aucune élevation du Pole, ayant les deux Poles du Monde à l'horison.

Voyez le Problême XXXI.

La Latitude d'un lieu de la Terre se peut connoître de jour à Midi par le moyen de la hauteur méridienne du Soleil & de sa déclinaison, & de nuit en tout tems par le moyen de la hauteur méridienne de quelque Etoile fixe & de sa déclinaison, & aussi sans sa déclinaison, lorsque l'Etoile ne se couche point, & que la nuit a plus de douze heures, comme vous allez voir.

Pour trouver la Latitude de quelque lieu de la Terre que ce soit, par le moyen de la hauteur meridiennne du Soleil, on ajoûtera à cette hauteur

méridienne la déclinaiſon du Soleil, ſi cette déclinaiſon eſt Méridionale ; ce qui arrivera depuis l'Equinoxe d'Automne juſqu'à l'Equinoxe du Printems : ou bien on ôtera de la hauteur méridienne la déclinaiſon, ſi cette déclinaiſon eſt Septentrionale ; ce qui arrivera depuis l'Equinoxe du Printems juſqu'à l'Equinoxe d'Automne. De cette maniere on aura la hauteur de l'Equateur, laquelle étant ôtée de 90 degrez, le reſte ſera la Latitude qu'on cherche.

On travaillera de la même façon la nuit à l'égard des Etoiles qui ſeront vers le Midi : mais à l'égard de celles qui ſont vers le Septentrion, & qui ne ſe couchent point, voici ce qu'il faut faire. Dès que la nuit ſera venue, on prendra la hauteur méridienne d'une de ces Etoiles, & le matin douze heures aprés la hauteur méridienne de la même Etoile ; on ajoûtera enſemble ces deux hauteurs trouvées. La moitié de la ſomme donnera la hauteur du Pole ſur l'horiſon.

PROBLEME IV.

Connoître la quantité du plus grand jour d'Eſté en un lieu propoſé de la Terre, dont on connoit la Latitude.

POur connoître, par exemple, à Paris, où le Pole eſt élevé ſur l'horiſon d'environ 49 degrez, le plus grand jour d'Eſté qui eſt de même longueur que la plus grande nuit d'hyver ; décrivez à volonté du centre D, le demi-cercle ABC. Prenez d'un côté l'arc CE égal à l'élevation du Pole ſur l'horiſon, qui a été ici ſupppoſée de 49 degrez & de l'autre côté l'arc AF égal au complement de Planche 30. Fig. 116.

Planche 30. Fig. 116.

l'élevation du Pole, qui dans cette ſuppoſition eſt de 41 degrez. Tirez du centre D, par les points E, F, les lignes DE, DF; dont la premiere DE repreſentera le cercle de ſix heures, & la ſeconde DF l'Equateur, en prenant le cercle ABC pour le Méridien du lieu propoſé, & le diametre AC pour l'horiſon ſelon les regles de la Projection Ortographique de la Sphere.

Après cela prenez l'arc FB, égal à la plus grande déclinaiſon du Soleil, qui eſt d'environ 23 degrez & demi. Par le point B menez à la ligne DF, la parallele BH, qui coupe ici le cercle de ſix heures au point G, & l'horiſon au point H. Décrivez du point G, comme centre, par le point B, l'arc de cercle BI, qui ſera terminé en I, par la ligne HI parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne BH. Cet arc BI ſe trouve ici de 120 degrez, ou de 8 heures, en prenant 1 heure pour 15 degrez, dont le double fait connoître qu'à Paris, & en tout autre lieu, où le Pole eſt élevé ſur l'horiſon de 49 degrez, le plus grand jour d'Eſté, ou la plus grande nuit d'Hyver eſt de 16 heures. On connoîtra la quantité de l'arc BI par le moyen d'un Rapporteur.

L'arc BI étant de 120 degrez, ou de 8 heures, fait connoître que le Soleil ſe couche au plus grand jour d'Eſté, ou ſe leve au plus court jour d'Hyver à 8 heures, & que par conſéquent il ſe leve au plus grand jour d'Eſté, ou ſe couche au plus court jour d'Hyver à 4 heures. Ce qui arrive lorſque le Soleil eſt dans le Tropique d'Eſté, ou dans le Tropique d'Hyver. On pourra de la même façon trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil, lorſqu'il eſt dans quelqu'autre Signe du Zodiaque par exemple au commencement de ♉ & de ♍

pourvû que l'on ſçache décrire le Parallele de ce Signe ; ce qui ſe fera en cette ſorte. Planche 30. Fig. 116.

Tirez du centre D, qui repreſente le point de l'Orient & de l'Occident Equinoctial, par le point B, qui repréſente le Point Solſtitial de ♋, ou de ♑, la ligne DB, qui repreſentera par conſéquent un quart de l'Ecliptique. Prenez ſur le Méridien, ou ſur le Colure des Solſtices ABC, l'arc BK de 60 degrez, tel qu'eſt la diſtance du Signe propoſé au commencement de ♋, qui eſt repréſenté par le point B, parce qu'on ſuppoſe que le Colure des Solſtices convient avec le Méridien. Menez du point K, la ligne KL perpendiculaire à la ligne DB, & par le point L, à la ligne DF, la parallele MN, qui repreſentera le Parallele de ♉, & coupera l'horiſon AC au point N, & l'axe du Monde DE en O. De ce point O, comme centre, vous décrirez par le point M, l'arc MP, qui ſera terminé en P, par la ligne NP parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne MN. Cet arc MP étant réduit en heures, lorſqu'on en aura connu les degrez & les minutes avec un Rapporteur, donnera l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

L'arc FM eſt la déclinaiſon du Signe propoſé, dont la diſtance au plus proche Equinoxe eſt ſuppoſé de 30 degrez : l'arc DN eſt l'Amplitude Orientale, ou Occidentale du même Signe à l'égard de l'horiſon AC, que nous avons ſuppoſé oblique de 49 degrez : & l'arc ON eſt la différence Aſcenſionnelle, qui montre de combien le Soleil étant au Signe propoſé, ſe leve ou ſe couche devant ou après ſix heures ſous le même hori-

Plan. 30. Fig. 116

son. Ces arcs se peuvent connoître Géométriquement dans la Figure ; mais on les peut connoître beaucoup plus exactement par la Trigonometrie, en cette sorte.

I.

Pour connoître l'arc FM en supposant l'arc FB, ou l'angle FDB, c'est-à-dire, l'obliquité de l'Ecliptique de 23. d. 30', on fera cette Analogie, où nous nous sommes servi des Logarithmes qui sont très-commodes dans la Trigonométrie Spherique.

Comme le Sinus total ; 100000000
Au Sinus de la distance du Signe proposé au plus proche Equinoxe 96989700
Ainsi le Sinus de l'obliquité de l'Ecliptique 96006997
Au Sinus de la déclinaison qu'on cherche. 92996697

qui se trouvera de 11 degrez & d'environ 30 minutes.

II.

Pour l'*Amplitude* DN, on se servira de la déclinaison tronvée pour faire l'Analogie suivante,

Comme le Sinus du complement de la hauteur du Pole, 98169429
Au Sinus de la déclin. trouvée 92996697
Ainsi le Sinus total, 100000000
Au Sinus de l'Amplitude qu'on cherche 94827268

qui se trouvera de 17 degrez, & d'environ 41 minutes.

III.

Pour trouver la *Difference Aſcenſionnelle* NO ; on ſe ſervira pareillement de la déclinaiſon trouvée, pour faire cette Analogie,

Comme le Sinus total, 100000000
A la tangente de la déclinaiſon trouvée. 93084626
Ainſi la tangente de l'élevation du Pole, 100608369
Au Sinus de la difference Aſcenſionnelle 93692995

qui ſe trouvera de 13 degrez & 32 minutes, leſquels étant réduits en tems par cette regle de trois ; ſi 15 degrez donnent 1 heure ou 60 minutes, combien donneront 13 d. 32', ou 812', on connoîtra que le Soleil étant au commencement de ♉, ou de ♍, ſe couche à 6 heures & 54 minutes, & que par conſequent il ſe leve à 5 heures & 6 minutes, &c.

PROBLEME V.

Trouver le climat d'un lieu propoſé, dont la Latitude eſt connue.

ON appelle *Climat*, un eſpace de Terre compris entre deux cercles paralleles à la Ligne équinoctiale, tellement éloignez l'un de l'autre, qu'il y ait la difference d'une demi-heure entre le plus long jour d'Eſté de l'un de ces cercles, & le plus long jour d'Eſté de l'autre.

Comme les Climats ſe comptent vers l'un des

deux Poles du monde, en commençant depuis l'Equateur, ſous lequel en tout tems le jour eſt de douze heures, & la nuit d'autant : & que ceux qui ſont éloignez de l'Equateur ont le plus grand jour d'Eſté plus long que douze heures, & d'autant plus long, que plus ils en ſont éloignez ; il s'enſuit que la fin du premier Climat eſt le lieu, où le plus grand jour d'Eſté eſt de douze heures & demie, la fin du ſecond, le lieu où le plus grand jour d'Eſté eſt de treize heures, & ainſi de ſuite, juſqu'à la fin du 24. Climat, où le plus grand jour d'Eſté eſt de 24 heures. Ce qui arrive ſous le cercle Polaire Arctique ou Antarctique, où l'élevation du Pole eſt de 66 d. 30', au-delà duquel on ne ſçauroit plus compter de Climats, parce que pour peu qu'on s'en éloigne en s'avançant vers le Pole le plus proche, le plus grand jour d'Eſté croîtra de plus en plus d'une demi-heure. Ce qui a fait que les Modernes ont ajoûté ſix autres Climats depuis le Cercle Polaire juſqu'au Pole, en faiſant croître le plus grand jour d'Eſté d'un mois entier.

Ainſi pour ſçavoir en quel Climat eſt ſitué un lieu propoſé de la Terre, dont on connoît la Latitude, il n'y a qu'à chercher par le Problême précedent la quantité du plus grand jour d'Eſté, & en ôter douze heures. Le double du reſte ſera connoître le nombre du Climat qu'on cherche. Ainſi ayant connu qu'à Paris, où le Pole eſt élevé ſur l'horiſon d'environ 49 degrez, le plus grand jour d'Eſté eſt de 16 heures, ſi l'on en ôte 12, il reſtera 4, dont le double 8 fait connoître que Paris eſt dans le huitieme Climat. Ainſi des autres.

REMARQUES.

I.

Comme les longitudes font connoître les Pays les plus Orientaux ou les plus Occidentaux, & les Latitudes, les Pays les plus Méridionaux, ou les plus Septentrionaux : de même les Climats font connoître les Pays où les jours ſont plus longs ou plus courts. Or par la connoiſſance du Climat on peut aiſément trouver le plus long jour d'Eſté, par une operation contraire à la précedente, ſçavoir, en ajoûtant 12 à la moitié du nombre du Climat ; car la ſomme donnera la quantité du plus long jour d'Eſté. Ainſi ſçachant que Paris eſt dans le huitiéme Climat, en ajoûtant 4 moitié de 8, à 12, la ſomme 16 fait connoître qu'à Paris le plus grand jour d'Eſté eſt de 16 heures.

II.

Mais pour n'avoir point la peine de faire tant de calculs, on va donner une Table des 24 Climats diviſez en quatre colomnes. La premiere à gauche contiendra ces XXIV Climats : on verra dans la ſeconde le commencement, le milieu & la fin de chaque Climat, que l'on marquera en heures & minutes dans la troiſiéme colomne, pour faire connoître la longueur des jours dans ces trois differences d'un Climat, enfin la quatriéme colomne contiendra la Latitude ou élevation du Pole pour le commencement, le milieu & la fin de chaque Climat. Il n'eſt point néceſſaire d'avertir, que le commencement d'un Climat eſt la fin du précédent.

Table des 24 Climats, dont chacun eſt d'une demie-heure.

Climats.	*Paralleles.*	*Longueur du jour.*	*Latitude du lieu.*
	Commenc.	12 h 0′	0.° 0′
I.	Milieu	12 15	4 15
	Fin	12 30	8 25
II.	Milieu	12 45	12 30
	Fin	13 0	16 25
III.	Milieu	13 15	20 15
	Fin	13 30	23 50
IV.	Milieu	13 45	27 40
	Fin	14 0	30 20
V.	Milieu	14 15	33 40
	Fin	14 30	36 28
VI.	Milieu	14 45	39 2
	Fin	15 0	41 22
VII.	Milieu	15 15	43 32
	Fin	15 30	45 29
VIII.	Milieu	15 45	47 20
	Fin	16 0	49 1
IX.	Milieu	16 15	50 33
	Fin	16 30	51 58
X.	Milieu	16 45	53 17
	Fin	17 0	54 27
XI.	Milieu	17 15	55 34
	Fin	17 30	56 37

Climats.	*Paralleles.*	*Longueur du jour.*	*Latitude du lieu.*
XII.	Milieu	17h 45′	57.° 32′
	Fin	18 0	58 29
XIII.	Milieu	18 15	59 14
	Fin	18 30	59 58
XIV.	Milieu	18 45	60 40
	Fin	19 0	61 18
XV.	Milieu	19 15	61 55
	Fin	19 30	62 25
XVI.	Milieu	19 45	62 54
	Fin	20 0	63 22
XVII.	Milieu	20 15	63 40
	Fin	20 30	64 6
XVIII.	Milieu	20 45	64 30
	Fin	21 0	64 49
XIX.	Milieu	21 15	65 6
	Fin	21 30	65 21
XX.	Milieu	21 45	65 35
	Fin	22 0	65 47
XXI.	Milieu	22 15	65 57
	Fin	22 30	66 6
XXII.	Milieu	22 45	66 14
	Fin	23 0	66 20
XXIII.	Milieu	23 15	66 25
	Fin	23 30	66 28
XXIV.	Milieu	23 45	66 30
	Fin	24 0	66 31

III.

Les 24 Climats de la Table précedente ſont compris entre l'Equateur, & l'un des Cercles Polaires, & ils ne different entr'eux que d'une demi-heure, c'eſt-à-dire, que les habitans de la fin d'un Climat, terminé par le Parallele qui eſt vers le pole, ont leur plus grand jour d'Eſté plus long d'une demi-heure, que les habitans du commencement de ce même Climat, terminé par le Parallele qui eſt vers l'Equateur.

Les Climats qui ſont renfermez dans l'un des Cercles Polaires, ont une difference plus conſiderable, puiſqu'elle eſt d'un mois. C'eſt ce qu'on remarquera dans la Table ſuivante, où l'on n'a mis dans la troiſiéme colomne que les degrez de Latitude où finit chaque Climat.

Table des ſix Climats, dont chacun eſt d'un mois.

Climats.	*Longueur du Jour.*	*Latitude du lieu.*
XXV.	1 mois.	67.° 30′
XXVI.	2.	69 30
XXVII.	3	73 20
XXVIII.	4	78 20
XXIX.	5	84 0
XXX.	6	90 0

IV.

On voit par ces deux Tables que l'on compte à preſent ſoixante Climats, ſçavoir, trente dans la partie Méridionale de la Sphere, & trente dans la partie Septentrionale. Il faut obſerver qu'on n'a eu aucun égard aux réfractions du Soleil, lorſqu'on a calculé ces Climats; d'où il pourroit arriver quelque difference dans la longueur des jours aux lieux où l'on obſerveroit cette longueur : mais cette difference n'eſt point aſſez ſenſible pour mériter quelque attention dans une matiere, où il ne faut point demander une préciſion Géometrique.

PROBLEME VI.

Trouver en lieues la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.

EN ſuppoſant que la Terre eſt ronde, & que ſon centre eſt le même que celui du Monde, un degré de l'un de ſes Cercles répondra à un degré d'un ſemblable Cercle correſpondant dans le Ciel. De ſorte que ſi une perſonne parcourt un degré de la Terre ſur un même Méridien terreſtre, en allant directement vers le Midi, ou vers le Septentrion, ſon zenit s'éloignera auſſi d'un degré dans le Ciel ſous le Méridien céleſte correſpondant, & l'élevation du Pole ſur l'Horiſon changera par conſéquent d'un dégré. Pareillement ſi une perſonne parcourt un degré de la Terre ſur l'Equateur terreſtre, en allant directement vers l'Orient, ou vers l'Occident, ſon zenit s'éloignera auſſi d'un degré dans le Ciel ſous l'Equateur

céleſte, & ſa Longitude changera par conſéquent d'un degré.

Ce changement ayant été remarqué par quantité d'experiences faites par pluſieurs Aſtronomes en des lieux differens de la Terre, nous pouvons conclure de-là que la Terre eſt ronde du Midi au Septentrion, & de l'Orient à l'Occident, & qu'elle eſt au centre du Monde, ou pour le moins au milieu des circonvolutions céleſtes. On en tire auſſi la maniere de trouver en lieues, ou en quelqu'autre meſure que ce ſoit la quantité d'un degré d'un de ſes grands Cercles, qui ſont tous égaux. C'eſt en choiſiſſant ſur la Terre deux lieux ſitués ſous un même grand Cercle, par exemple, ſous un même Méridien, dont on connoît exactement la diſtance & les latitudes; car en ôtant la plus petite de ces deux latitudes de la plus grande, on aura l'arc du Méridien compris entre ces deux lieux de la Terre. Ainſi l'on ſçaura qu'à un certain nombre de degrez & de minutes d'un grand Cercle de la Terre, il répond un certain nombre de lieues; ce qui ſuffit pour connoître la valeur d'un degré du même grand Cercle, & même de toute la circonference de la Terre, en diſant par la Regle de Trois directe, ſi à tant de degrez & de minutes, s'il y en a, il répond tant de lieues, combien de lieues répondront à un degré, ſi l'on ne veut connoître qu'un degré, ou à 360 degrez, ſi l'on veut connoître le contour de la Terre.

Suppoſons que les deux lieux de la Terre ſoient Paris & Dunkerque, qui ſont ſitués ſous un même Méridien, & éloignés l'un de l'autre d'environ 62 lieues Pariſiennes de 2000 toiſes chacune. La latitude de Paris eſt de 48 degrez 51', laquelle

étant ôtée de celle de Dunquerque, qui eſt de 51 degrez 1', il reſte 2 degrez 10', ou 130 minutes pour l'arc du Méridien compris entre Paris & Dunkerque ſçachant donc qu'un arc d'un grand Cercle de la Terre de 130 minutes eſt de 62 lieues, on ſçaura de combien de lieues doit être un degré ou 60 minutes du même Cercle, en multipliant ces 60 minutes par 62, qui eſt la diſtance de Paris à Dunquerque, & en diviſant le produit 3720 par 130, qui eſt le nombre des minutes de l'arc du Méridien commun à ces deux Villes. Le Quotient donnera environ 28 lieues Pariſiennes pour la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.

J'ai dit environ 28 lieues, parce que Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences ont trouvé qu'un degré de la Terre vaut 57060 toiſes, meſure du Châtelet de Paris : ces 57060 toiſes font un peu plus de 28 lieues Pariſiennes de 2000 toiſes chacune, comme on le connoît en diviſant 57060 par 2000; car le Quotient eſt 28, & il reſte encore 1060 à diviſer par 2000; ce qui fait environ une demi-lieue.

Voyez la premiere obſervation du Problême ſuivant.

La Toiſe du Châtelet de Paris ſe diviſe en 6 Pieds, & ſi l'on diviſe ce pied en 1440 parties, le Pied Rheinlandique, ou de Leyde, en comprendra 1390, le Pied de Londres 1350, le Pied de Boulogne 1686, & la Braſſe de Florence 2580

PROBLEME VII.

Connoître la Circonference, le Diamétre, la Surface & la Solidité de la Terre.

I.

QUoiqu'on ne puiſſe pas meſurer actuellement la circonférence de la Terre, à cauſe des hautes montagnes & des vaſtes mers, qu'on ne ſçauroit parcourir en ligne droite ; on peut néanmoins aiſément la déterminer par les régles de l'Aſtronomie ; enſuite ſon diamétre, ſa ſurface, & ſa ſolidité par les principes de la Géométrie, comme vous allez voir.

II.

Premierement, pour connoître la circonférence de la Terre, ayant trouvé par le Problême précedent, qu'un degré de cette circonférence eſt de 28 lieues Pariſiennes, ſi l'on multiplie ces 28 lieues par 360, c'eſt-à-dire, par le nombre des degrez du contour de la Terre, le produit donnera 10080 lieues Pariſiennes pour la circonférence de la Terre.

III.

Secondement, pour trouver le diamétre de la Terre, ou la diſtance qu'il y a d'ici à nos Antipodes, on conſiderera que le diamétre d'un Cercle étant à ſa circonference, comme 100 eſt à 314, ou comme 50 eſt à 157, & que la circonference de la Terre ayant été trouvée de 10080 lieues Pariſiennes, il n'y a qu'à multiplier ces 10080 par 50, & diviſer le produit 504000 par

157. Le quotient donnera 3210 lieues pour le diamétre de la Terre.

IV.

Troiſiémement, pour trouver en lieues quarrées la ſurface de la Terre, il n'y a qu'à multiplier ſa circonférence, qui a été trouvée de 10080 lieues, par ſon diamétre que nous avons trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 32356800 lieues quarrées pour la ſurface de la Terre.

V.

Enfin pour trouver en lieues cubiques la ſolidité de la Terre, il n'y a qu'à multiplier ſa ſurface qui a été trouvée de 32356800 lieues quarrées par la ſixiéme partie 535 de ſon diamétre, qui a été trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 173108880000 lieues cubiques pour la ſolidité de la Terre.

VI.

Parce que dans le diamétre de la Terre nous avons négligé les fractions, cela nous a donné ſa ſurface un peu imparfaite, & ſa ſolidité encore plus imparfaite. Si vous voulez trouver plus exactement cette ſurface & cette ſolidité, ſans vous ſervir du diamétre de la Terre, mais ſeulement de ſa circonférence qui a été trouvée préciſement de 10080 lieues Pariſiennes, ſuivez cette méthode.

VII.

Pour trouver en premier lieu la ſurface de la Terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieues, multipliez ce contour 10080 lieues par lui-même, pour avoir ſon quarré 101606400, que

vous multiplierez par 50. Vous diviſerez le produit 5080320000 par 157. Le quotient donnera 32358726 lieues quarrées pour la ſurface de la Terre.

VIII.

Pour trouver maintenant la ſolidité de la Terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieues, multipliez ce contour 10080 par lui-même, pour avoir ſon quarré 101606400, qu'il faudra multiplier encore par le même contour 10080, pour avoir ſon cube 1024192512000. Ce nombre cubique étant multiplié par 1250, & le produit 1080240640000000 étant diviſé par 73947, le quotient donnera 173129490004 lieues cubiques pour la ſolidité de la Terre.

COROLLAIRE I.

De ce que la circonference de la Terre eſt de 10080 lieues Pariſiennes, on conclud aiſément, que ſi la Terre ſe meut autour de ſon axe d'Occident en Orient, en ſorte que dans l'eſpace de 24 heures elle acheve une circonvolution, un lieu de la Terre ſitué ſous l'Equateur, qui eſt un grand Cercle, doit parcourir en une heure 420 lieues par le mouvement de la Terre; parce que diviſant ſon contour 10080 par 24, le quotient eſt 420. Ce même lieu en une minute de tems doit faire ſept lieues, comme on le connoît en diviſant 420 par 60.

COROLLAIRE II.

De ce que le diamétre de la Terre eſt de 3210 lieues, on conclud que ſon demi-diamétre, ou la diſtance qu'il y a de ſa ſurface à ſon centre, eſt de

1605 lieues, comme on le connoît en prenant la motié de 3210. D'où il eſt aiſé de tirer cette conſéquence, que ſi l'on pouvoit faire un puits qui pénetrât juſqu'au centre de la Terre, la profondeur de ce puits ſeroit de 1605 lieues, ou de 32100000 toiſes, comme on le connoît en multipliant 1605, qui eſt le demi-diamétre de la Terre, par 2000, qui eſt le nombre des toiſes d'une lieue Pariſienne, ſuivant ce qui eſt dit au Problême VI.

COROLLAIRE III.

Sçachant que la profondeur d'un puits eſt de 32100000 toiſes, il n'eſt pas difficile de connoître le tems qu'un corps peſant jetté de la ſurface de la Terre, doit employer pour aller juſqu'au fond de ce puits, que je ſuppoſe être vuide. Il ſuffit de ſçavoir par quelque experience bien faite, le tems que ce corps peſant employeroit à parcourir un eſpace connu en tombant librement dans l'air.

Suppoſons qu'en une minute de tems un corps peſant ſoit deſcendu de 100 toiſes. Pour trouver le tems qu'il doit employer à deſcendre dans le même milieu de 32100000 toiſes, multipliez ce nombre 32100000 par le quarré 1 du tems, c'eſt-à-dire, de 1 minute: diviſez le produit 32100000 par 100, qui eſt l'eſpace parcouru pendant 1 minute. Le quotient ſera 32100, dont la racine quarrée donnera 179 minutes, qui font preſque 3 heures, pour le tems que le même corps peſant doit employer à deſcendre juſqu'au centre de la Terre.

REMARQUES.

I.

Nous remarquerons que ſi ce puits étoit conti-

nué jusqu'aux Antipodes, en sorte que la Terre fût percée à jour, le corps pesant qui y seroit jetté de la surface de la Terre, ne s'arrêteroit pas tout court au centre de la Terre, quoique ce soit le lieu le plus bas. Car étant parvenu au centre de la Terre par un mouvement fort acceleré, il s'éloigneroit, & remonteroit vers les Antipodes par un mouvement qui diminueroit peu à peu, & se détruiroit entierement proche la surface de la Terre vers les Antipodes, d'ou il retomberoit, & reviendroit en deça du centre de la Terre vers nous. De sorte que pendant quelque tems, en faisant abstraction de la résistance de l'air, ce corps pesant continueroit à aller & à revenir par plusieurs vibrations, qui seroient à peu près d'une égale durée, quoique toûjours plus petites de plus en plus, jusqu'à ce qu'enfin il s'arrêtât au centre de la Terre.

II.

Tout ce que nous avons dit touchant les mesures de la Terre, suppose qu'elle est parfaitement ronde, quoiqu'elle ne le soit pas en parlant à la rigueur, à cause de la hauteur des montagnes, qui n'est considerable qu'à l'égard de nous. Car à l'égard de la Terre, c'est peu de chose, comme vous voyez dans la Table suivante, que nous avons tirée du P. Kircher, & qui montre en pas géometriques la hauteur des plus considerables montagnes du Monde, autant qu'on a pû en juger par la longueur de leurs ombres.

Table de la hauteur de quelques Montagnes considerables de la Terre.

Pelion Montagne de la Thessalie.	1250

Le Mont Olympe en Theſſalie 1269
Catalyrium 1680
Cyllenon 1875
Le Mont-Ætna, ou Mont-Gibel en Sicile 4000
Les Montagnes de Norvege 6000
Le Pic des Canaries 10000
Hemus Montagne de la Thrace 10000
Le Mont Caucaſe dans les Indes 15000
Le Mont Atlas dans la Mauritanie 15000
Les Montagnes de la Lune 15000
Le Mont Athos entre la Macedoine & la Thrace 20000
Stolp le plus haut des Monts Riphées en la Scythie 25000
Le Mont Caſſius 28000

Obſervation.

I.

On ne convient pas qu'il faille donner 28 lieues à un degré d'un grand cercle de la Terre ; on ne lui en donne ordinairement que 25 : mais auſſi on compte la lieue commune de France de 2200 toiſes, ou plûtôt de 2282 toiſes, 2 pieds & près de 5 pouces ; car on compte au degré d'un grand Cercle 57060 toiſes, meſure du Châtelet de Paris. Cela ſuppoſé, il n'eſt point difficile de connoître que la circonference d'un grand Cercle de la Terre eſt de 9000 lieues, en multipliant 360 par 25, ou de 20541600 toiſes.

On n'a point encore déterminé préciſément la proportion qu'il y a entre la circonference & le diamétre d'un même cercle, on peut en approcher de plus en plus ; mais dans l'uſage il eſt bon de s'en tenir à celle qui a été enſeignée par Archimede, & qui eſt à peu près de 22 à 7. Ainſi pour

connoître le diamétre d'un grand Cercle de la Terre, dont la circonference eſt de 9000 lieues, il faut multiplier 9000 par 7, & diviſer le produit 63000 par 22. Le quotient 2863 lieues & $\frac{7}{11}$ de lieues ſera le diamétre d'un grand Cercle de la Terre, & le rayon par conſéquent ſera d'environ 1431 ou 1432 lieues.

Si l'on vouloit avoir la ſurface d'un grand Cercle de la Terre, il faudroit multiplier 4500 lieues, moitié de la circonference de ce grand Cercle par 1432, moitié du diamétre de ce Cercle; le produit 6444000 lieues quarrées ſera la ſurface d'un grand Cercle de la Terre. Voyez le Problême XLV. de Géometrie; Tome I. p. 325.

Préſentement ſi l'on multiplie 9000 lieues, circonference d'un grand Cercle de la Terre par 2863 ſon diamétre, il viendra au produit 25767000 lieues quarrées pour la ſurface du Globe terreſtre.

Enfin pour avoir la ſolidité de la Terre, on multipliera 6444000 lieues, ſurface d'un grand Cercle de la Terre par 2863 lieues, qui en eſt le diamétre, le produit donnera 18449172000 lieues cubiques. Enſuite on prendra les deux tiers de ce produit, qui ſont 12299448000 lieues cubiques, & c'eſt la ſolidité de la Terre, en ſuppoſant que le degré d'un grand Cercle ne contient que 25 lieues communes de France.

II.

Le calcul qu'on vient de faire, eſt fondé ſur la grandeur du dégré d'un Méridien, que M. Picard a trouvé être de 57060 toiſes, lorſque dans ſa meſure de la Terre, il a déterminé l'intervalle qui eſt entre le Parallele d'Amiens & celui de

Malvoiſine. Mais M. Caſſimi rapporte dans la ſuite des Memoires de l'Académie Royale des Sciences 1718, * que le degré d'un Méridien du côté du Midi, par rapport à l'Obſervatoire, doit avoir 57097 toiſes. D'où il conclud que la circonference de la Terre, en la ſuppoſant Spherique, eſt de 20554920 toiſes, qui valent 8999 lieues, & ſon diamétre de 6542840 toiſes, qui valent 2864 lieues, dont 25 font un degré; chacune de ces lieues eſt de 2284 toiſes de Paris.

* Premiere partie. p. 148, & 149.

Il dit auſſi dans les mêmes Memoires * que la grandeur du degré d'un Méridien du côte du Septentrion, par raport à l'Obſervatoire, a été trouvée de 56960 toiſes. D'où l'on auroit, en multipliant ce nombre par 360, une circonference moindre que celles qu'on vient de trouver, & par conſéquent un diamétre différent des précedens, en obſervant la proportion qui eſt entre la circonference d'un Cercle & ſon diamétre. D'où il réſulte vraiſemblablement que la Terre n'a pas une figure ſpherique.

* Seconde part. pag. 237.

III.

Ce qu'on a dit dans les articles précedens, ſuppoſe que la Terre eſt un corps ſpherique, tel que l'a conjecturé Ariſtote, qui a entrepris de le prouver dans le Chapitre 14. de ſon ſecond Livre *de Cœlo*. Mais d'autres Philoſophes célébres ont crû que la Terre avoit une figure elliptique. Quelques-uns ont penſé qu'elle étoit applatie vers les Poles, & plus élevée vers l'Equateur. Meſſieurs Huyghens & Newton ont prétendu que la Terre étoit ſemblable à un Spheroïde, dont le plus grand diamétre ſous l'Equateur, ſelon le premier, ſeroit au plus petit diamétre d'un Pole à l'autre,

comme 578 à 577, & ſelon le ſecond, comme 230 à 229. Quelques autres Philoſophes au contraire ont crû que la Terre étoit allongée vers les Poles.

IV.

M. Caſſini nous permettra de le mettre à la tête de ces derniers Philoſophes, puiſqu'ayant trouvé que les degrez d'un Méridien ſont plus grands, plus ils ſont près de l'Equateur, & qu'ils diminuent à meſure qu'ils s'approchent du Pole, il dit qu'on peut conclure que la circonférence de la Terre n'eſt pas de figure ſpherique. Pour appuyer ce ſentiment, & lui donner tous les éclairciſſemens poſſibles, il propoſe une Ellipſe, dont la proprieté eſt telle, qu'étant diviſée en dègrez par des perpendiculaires élevées ſur ſa ſurface, chacun de ces degrez diminue en s'approchant des Poles, & augmente en s'en écartant. Après quelques demonſtrations, il trouve que ſuppoſant l'excentricité de la Terre de 14400 parties, dont le rayon eſt 100000, c'eſt-à-dire, environ comme 1 à 7, cette Ellipſe repréſente aſſez exactement la figure d'un Méridien de la Terre, tel qu'il réſulte des dimenſions obſervées dans les Voyages de Meſſieurs de l'Obſervatoire, tant en 1700 vers le Midi, qu'en 1718 vers le Septentrion.

V.

La diſtance entre le Parallele de la face Méridionale de l'Obſervatoire de Paris, & celui de Collioure priſe ſur la méridienne, eſt de 360604 toiſes, & l'arc compris entre ces deux Paralleles eſt de 6 d. 18′ 56″ 20‴. De même la diſtance entre le Parallele de la même face de l'Obſervatoire

& celui de Dunkerque prise sur la méridienne, est de 125454 toises, & l'arc compris entre ces deux Paralleles, est de 2 d. 12′ 15″ 30‴. Par conséquent la distance entre les Paralleles de Collioure & de Dunkerque sur la méridienne, est de 486058 toises, & l'arc de ce Méridien est de 8 d. 31′ 11″ 50‴.

VI.

Cela supposé, on trouve, selon M. Cassini, que le degré compris entre la hauteur du Pole de 48 & de 49 degrez, tel qu'il est aux environs de Paris, est de 57005 toises; que dans l'étendue de la France la grandeur du degré diminue d'environ 31 toises en s'approchant du Pole, & augmente à peu près de la même quantité en s'en éloignant; en sorte que le degré compris entre les Paralelles de 50 & 51 degrez, est de 56944 toises 2 pieds, & le degré compris entre les Paralleles de 42 & 43 degrez, est de 57192 toises & 4 pieds.

La longuenr du grand axe de ce Méridien Elliptique sera de 6579368 toises, la distance entre les foyers de 947434 toises, & le petit axe de 6510796 toises. La difference du petit axe au grand sera de 68572 toises. Le petit axe, diamétre de l'Equateur, étant connu, on aura sa circonference de 20454274 toises, qui étant divisées par 360, donnent la grandeur des degrez de l'Equateur, égaux entr'eux dans cette hypothese de 56817 toises, à peu près de même que le degré du Méridien, qui est à la distance du Pole de 36 degrez. La circonférence du Méridien Elliptique sera de 20563100 toises, & sa différence à la circonférence de l'Equateur sera de 108826 toises.

VII.

Si on divise toutes ces dimensions par 2000, on aura leur valeur en lieues telles qu'elles sont aux environs de Paris. Ainsi l'axe du Méridien Elliptique, sera de 3289 de ces lieues, la distance entre les foyers de 474 lieues, le petit axe de 3255 lieues, & la différence du petit axe au grand de 34 lieues, la circonférence de l'Equateur sera de 10227 lieues; celui d'un Méridien Elliptique de 10282 lieues, & leur différence d'environ 55 lieues.

VIII.

Il faut consulter les Mémoires mêmes pour voir avec quelle facilité M. Cassini déduit toutes ces dimensions dans la figure Elliptique qu'il suppose à un Méridien. On y verra aussi comment on peut déterminer, suivant cette hypothese, la grandeur de chaque degré du Méridien, le diamétre, la circonférence & les degrez de chaque Parallelle. Toutes ces dimensions étant déterminées, il sera aisé de les employer pour la construction des Globes terrestres, & des Cartes Géographiques.

IX.

Les lieues dans les Provinces de France sont différentes, cependant on peut les rapporter à trois sortes. La lieue des environs de Paris est de 2000 toises: la lieue commune, dont il y a 25 au degré, sera de 2282 toises; & la lieue marine, dont il y a 20 au degré, est de 2853 toises. La toise contient 6 pieds, le pied 12 pouces, & le pouce 12 lignes.

X.

Supposant toûjours la Terre spherique, jusqu'à ce que les Observations de Messieurs de l'Obser-

vatoire ayent été confirmeés par d'autres, on s'en tiendra pour la grandeur d'un degré, à celle qui a été trouvée par M. Picard, de 57060 toiſes; une minute d'un tel degré contiendra 951 toiſes, & une ſeconde de cette minute aura quinze toiſes, 5 pieds, 1 pouce. Il ne ſera point difficile, en multipliant ces nombres par les nombres naturels, de conſtruire une Table qui contienne la grandeur des minutes & ſecondes d'un degré d'un Méridien.

XI.

On donnera ici une Table, où l'on a marqué les lieux, par le voiſinage deſquels paſſe la Méridienne de la France, qui traverſe l'Obſervatoire de Paris. On y a auſſi marqué quelques Villes qui n'en ſont pas fort éloignées. Cette Table a trois colomnes; la premiere contient les lieux dont on vient de parler; la ſeconde contient en Toiſes de Paris la diſtance de ces differens lieux à la Méridienne de l'Obſervatoire, c'eſt-à-dire, la perpendiculaire menée de chacun de ces lieux à cette Méridienne; enfin dans la troiſiéme colomne on a mis ces lettres Or. Occ. qui ſignifient que la Méridienne paſſe à l'Orient des lieux où l'on a marqué Or. & qu'elle paſſe à l'Occident des lieux où l'on a marqué Occ.

XII.

Table des lieux les plus voiſins de la Meridienne de l'Obſervatoire.

	Toiſes.	
Fort de Revers,	1206	Orientale.
Dunkerque,	1414	Or.
Saint Omer,	3011	Occidentale.

	Toiſes.	
Fiefe,	668	Occ.
Dourlens,		Occ.
Villers Bocage,	580	Occ.
Amiens,	1252	Occ.
Sourdon,	2341	Or.
Clermont,		Or.
Saint Denis,		Or.
Montmartre,	0	
Paris,	0	
L'Haï,	0	
Moulin de Villejuive,	1116	Or.
Juviſy,	1350	Or.
Boiſcommun,	1820	Or.
Orleans,	16396	Occ.
Prely,	834	Or.
Bourges,	2358	Or.
Morlac,	1176	Occ.
Saint Sauvier,	345	Occ.
Arbre de Saint Michel,	645	Occ.
Hermant,	9146	Or.
Mauriac,	382	Occ.
Marcoulés,	351	Or.
Saint Antoine,	278	Occ.
Rodés,	9528	Or.
Naucelle,	21	Occ.
Sommet du Puy de Rouet,	1247	Or.
Alby,	8316	Occ.
Chapelle de Saint Pierre,	248	Occ.
Caſtres,	3911	Occ.
Carcaſſonne,	246	Or.
Sommet de Bugarach,	1420	Or.
Perpignan,	23461	Or.
Pointe Noire du Mouſſet,	5545	Occ.
Sommet du Canigou,	4664	Or.

Il eſt bon de remarquer qu'on a placé un pilier dans l'endroit où la perpendiculaire tirée de la Tour de la Cathedrale de Bourges ſur la méridienne, la rencontre.

XIV.

Ce qu'on a dit ſur la fin du Probl. VI. nous donne occaſion de rapporter ici la proportion du pied de Roy, qui compoſe la Toiſe de Paris, à differentes meſures étrangeres. Le pied de Paris ſe diviſe en douze pouces, & chaque pouce en douze lignes. Si on ſuppoſe chaque ligne diviſée en dix parties, on aura les proportions de diverſes meſures contenues dans la Table ſuivante.

XV.

Rapport des Meſures de divers Pays.

Le pied de Paris	1440 parties.
Le pied de Boulogne de	1682
Le pied de Danemark de	1404
Le pied de Rhein ou de Leyde de	1390
Le pied de Londres de	1350
Le pied de Suede de	1316
Le pied Romain du Capitole de	1306
Le pied de Dantzik de	1272
Le pied d'Amſterdam de	1258
Le palme de Naples de	1169
Le palme de Genes de	1113
Le palme de Palerme de	1073
Le palme Romain de	990
La braſſe de Boulogne de	2640
La braſſe de Florence à terre de	2430
La braſſe de Parme de	2423
La braſſe de Plaiſance de	2423
La braſſe de Regio de	2348 $\frac{1}{2}$

La braſſe de Milan de	2166 parties.
La braſſe de Breſſe de	2075
La braſſe de Mantoue de	2062

XVI.

Table de la hauteur de quelques Montagnes de France ſur le niveau de la Mer.

Montagnes.	*Toiſes.*
Canigou,	1441
Mouſſet,	1253
Saint Barthelemi,	1184
La Matelote,	336
Maſſane,	408
Saint Elme,	101 3 pieds.
Puy de Bugarach,	650
Caroch,	348
Tautavel,	259
Mouſſet,	257
Monredon,	201
Montagne Noire,	284
Saint Barthelemi,	1195
Rupeyroux,	407
Plomb de Cantal,	993
Puy Mary,	956
Puy de Violent,	860
Tour de la Cathedrale de Rodés,	318
Mont-Salvy,	373
La Baſtide,	432
Montdor,	1048
Courlande,	846
La Coſte,	856
Lage-Chevalier,	332
Tour de Sermur,	428
Puy de Dome,	817
Mont-Caſſel,	96

Cette Table eſt extraite de la ſuite des Mémoires de l'Académie 1718. On voit que le Canigou eſt la plus haute de toutes ces Montagnes.

PROBLEME VIII.

Connoître la quantité d'un degré d'un petit Cercle propoſé de la Terre.

I.

AYant connu par le Probl. VII. la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre, il ſera facile de connoître la quantité d'un degré d'un petit Cercle, par exemple, d'un Cercle parallele à l'Equateur, qu'on appelle ſimplement *Parallele*, pourvû que ſa diſtance à l'Equateur ſoit connue. Ce qui ſert aux Géographes pour la deſcription des Cartes Chorographiques, & pour trouver la diſtance de deux lieues de la Terre, ſituez ſous un même Parallele, c'eſt-à-dire, également éloignez de l'Equateur.

Si vous voulez ſçavoir la valeur d'un degré du Parallele de Paris, qui eſt éloigné de l'Equateur d'environ 49 degrez, en ſuppoſant que la quantité d'un degré de l'Equateur eſt de 28 lieues, tirez une ligne AB d'une longueur priſe à volonté, que vous prendrez pour un degré de l'Equateur; diviſez-la en 28 parties égales, dont chacune repréſentera une lieue. Décrivez de l'extrèmité A, par l'autre extrêmité B, l'arc de Cercle BC de 49 degrez. Menez du point C, la ligne CD perpendiculaire à la ligne AB. Et comme cette ligne CD rètranche de la ligne AB, la partie AD d'environ 18 parties, vous conclurez qu'un degré d'un Parallele éloigné de l'Equateur de 49 degrez, eſt de 18 lieues Pariſiennes. Plan. 30. Fig. 118.

II.

Cette valeur se peut connoître plus exactement & plus facilement par la Trigonométrie, en raisonnant de la sorte.

Planche 30. Fig. 117. Soit l'axe du Monde AB, en sorte que A & B soient les deux Poles, & ACBD l'un des deux Colures. Soit l'Equateur CFD, & le Parallele de Paris GHI, dont le diamétre GI est perpendiculaire à l'axe AB, & dont la distance CG, ou DI à l'Equateur est supposée de 49 degrez, auquel cas le complement AG, ou AI, sera de 41 degrez.

Il est évident que CE étant le Sinus total, le demi-diamétre GK est le Sinus de l'arc AG, ou du complement de la distance du Parallele. Il est aussi évident que le demi-diamétre CE de l'Equateur, ou le Sinus total, est à sa circonférence, comme le demi-diamétre GK du Parallele, ou le Sinus du complement de la distance de ce Parallele, est à sa circonférence. Par conséquent le Sinus total est à un degré de l'Equateur, comme le Sinus du complement de la distance du Parallele est à un degré de ce Parallele. Et parce qu'un degré de l'Equateur est connu, ayant été trouvé de 28 lieues Parisiennes, on pourra connoître de combien de semblables lieues est un degré du Parallele proposé par cette Analogie,

Comme le Sinus total	100000
A un degré de l'Equateur	28
Ainsi le Sinus du complement de la distance du Parallele à l'Equateur	65606
A un degré de ce Parallele	18

qui se trouvera d'environ 18 lieues Parisiennes.

III.

Ayant ainſi connu la quantité d'un degré du Parallele de Paris, on pourra connoître, ſi l'on veut, la circonférence entiere de ce Parallele, en multipliant par 360 ſa quantité trouvée 18, ou plus exactement par cette Analogie.

Comme le Sinus total,	100000
A la circonférence de la Terre	10080
Ainſi le Sinus du complement de la diſtance du Parallele à l'Equateur	65606
A la circonférence du Parallele	6613

qui ſe trouvera d'environ 6613 lieues Pariſiennes. Ce qui fait connoître, que ſi la Terre ſe meut, la Ville de Paris, ou quelqu'autre point que ce ſoit de ſon Parallele, fait en 24 heures 6613 lieues d'Occident en Orient, & par conſéquent 275 lieues en une heure, & environ 4 lieues & demie en une minute de tems.

PROBLEME IX.

Trouver en lieues la diſtance de deux lieux propoſez de la Terre, dont on connoît les Longitudes & les Latitudes.

IL peut arriver trois cas différens dans cette queſtion. Le premier, lorſque les deux lieux propoſez étant ſous le même Parallele, ils ont une même latitude, mais des longitudes différentes. Le ſecond, lorſqu'étant ſous le même Méridien, ils ont une même longitude, mais des latitudes différentes. Le troiſiéme enfin, lorſqu'étant ſous

divers Paralleles & différens Méridiens, ils ont différentes latitudes & différentes longitudes. Nous allons réſoudre ces trois cas les uns après les autres, en cette ſorte.

Premier Cas.

Premierement, ſoient les deux lieux propoſez ſous un même Parallele, comme Cologne & Maeſtrick, qui ſont ſous un Parallele éloigné de l'Equateur vers le Septention de 50 d. 50′. Parce que Cologne eſt plus Oriental que Maeſtrick de 6 minutes de tems, qui valent 1 d. 30′ de l'Equateur, ou du Parallele ſous lequel ces deux Villes ſont ſituées, comme on le connoît en diſant ſi 1 heure ou 60 minutes valent 15 degrez, combien vaudront 6 minutes ? De ſorte que l'arc de ce Parallele compris entre Cologne & Maeſtrick eſt de 1 d. 30′, qui dans l'Equateur valent 42 lieues Pariſiennes, à raiſon de 28 lieues pour un degré, comme on le connoît en diſant, ſi 1 degré ou 60 minutes valent 28 lieues, combien vaudront 1 d. 30′, ou 90 minutes. Et pour ſçavoir de combien de ſemblables lieues doit être cet arc dans un Parallele éloigné de l'Equateur de 50 d. 50′, ou la diſtance des deux lieux propoſez, on ſe ſervira de cette Analogie,

Comme le Sinus total,	100000
A la valeur de 1 *d.* 30′ *de l'Equateur*	42
Ainſi le Sinus du complement de la diſtance du Parallele à l'Equateur	63158
A la diſtance qu'on cherche	$26\frac{1}{2}$

qui ſe trouvera d'environ 26 lieues Pariſiennes & demie.

Second Cas.

Secondement, ſoient les deux lieux propoſés ſous un même Méridien, comme Paris, dont la latitude eſt de 48 d. 51', & Amiens, dont la latitude eſt de 49 d. 54'. Otez de cette latitude 49 d. 54', la latitude de Paris 48 d. 51', qui eſt plus petite, pour avoir au reſte 1 d. 3', l'arc du Méridien, compris entre Paris & Amiens, que l'on convertira en lieues par la Regle de Trois, en diſant, ſi un degré, ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieues Pariſiennes, combien vaudra 1 d. 3', ou 63 minutes? Multipliant donc 63 par 28, & diviſant par 60 le produit 1764, le quotient donnera environ 29 lieues Pariſiennes pour la diſtance de Paris à Amiens.

Troiſiéme Cas.

Enfin ſi les deux lieux propoſés ſont différens en longitude & en latitude, comme Paris & Conſtantinople, qui eſt plus Oriental que Paris de 29 d. 30', & plus Méridional de 7 d. 45', on imaginera un grand Cercle qui paſſe par ces deux Villes, & l'on trouvera l'arc de ce grand Cercle, compris entre ces deux mêmes Villes, en cette ſorte.

Soit le premier Méridien ABCD, & l'Equateur BD également éloignés des deux Poles A, C. Soit le Méridien de Paris AEC, & ſon Parallele GHI, en ſorte que Paris ſoit en H. Soit encore le Méridien de Conſtantinople AFC, & ſon Parallele KLM, en ſorte que Conſtantinople ſoit en L. Soit enfin HL l'arc du grand Cercle NHLO, qui paſſe par les deux lieux propoſés H, L. Planche 31. Fig. 119.

Cet arc HL ſe pourra connoître par la Trigonométrie dans le Triangle Spherique obliquangle

Planche 31. Fig. 119. HCL, dans lequel on connoît le côté HC de 41 d. 9', complement de la latitude EH de Paris, qui eſt de 48 d. 51', le côté CL de 48 d. 54', complement de la latitude FL de Conſtantinople, qui eſt de 41 d. 6', & l'angle compris HCL, ou la différence des longitudes BCE, BCF, des deux lieux propoſés H, L, qui eſt de 29 d. 30'.

Pour trouver donc le côté ou la diſtance HL en degrez & en minutes, tirez de l'angle H, l'arc de grand Cercle HP perpendiculaire au côté oppoſé CL, & faites ces deux Analogies,

Comme le Sinus total 100000000
Au Sinus de complement de l'angle HCL 99396968
Ainſi la tangente du côté HC 99414585
A la tangente du Segment CP 98811553

qui ſe trouvera de 37 d. 25', leſquels étant ôtés de la baſe CL, ou de 48 d. 54', il reſtera 11 d. 29' pour l'autre Segment LP.

Comme le Sinus du complement du Segment CP 98999506
Au Sinus du complement du Segment LP 99912184
Ainſi le Sinus du complement du côté HC 98767889
Au Sinus du complement du côté HL 99680567

qui ſe trouvera de 21 d. 42', leſquelles étant réduits en lieues Pariſiennes par la Régle de Trois, en diſant, ſi un degré, ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieues Pariſiennes, com-

bien vaudront 21 d. 42', ou 1302 minutes ? on trouvera 607 lieues Parisiennes pour la distance de Paris à Constantinople.

REMARQUES.

I.

Lorsque les deux lieux proposés sont éloignés entr'eux d'une distance considerable, comme dans cet exemple, on pourra sans aucun calcul trouver presque aussi exactement cette distance en degrez & en minutes d'un grand Cercle de la Terre, par la projection Ortographique de la Sphere, comme vous allez voir.

Décrivez du centre A, avec une ouverture de compas prise à volonté, le demi-cercle BCDE, qui représentera le Méridien de Paris. Prenez sur ce demi-cercle l'arc BF de 48 d. 51', qui est la latitude de Paris, pour avoir le lieu de Paris en F. Par ce point F, & par le centre A, vous menerez le rayon AF. Planche 31. Fig. 120.

Prenez sur le même demi-cercle les arcs BC, ED, chacun de 41 d. 6', qui est la latitude de Constantinople. Tirez la ligne CD, qui représentera le Parallele de Constantinople, sur lequel vous déterminerez le lieu de Constantinople, en cette sorte.

Ayant décrit autour du diamétre CD le demi-cercle CGD, prenez sur sa circonference l'arc CG de 29 d. 30', qui est la différence des longitudes de Paris & de Constantinople. Menez du point G la ligne GH perpendiculaire au diamétre CD, pour avoir en H le lieu de Constantinople. De ce point H vous menerez la ligne HI perpendiculaire à la ligne AF. L'arc FI étant mesuré, donnera en degrez & en minutes la distance qu'on

Planche 31. Fig. 120. cherche, qui ſe trouvera d'environ 22 degrez ½ comme auparavant.

II.

Nous avons pris la latitude BC de Conſtantinople dans le même Hemiſphere que la latitude BF de Paris à l'égard de la ligne BE, qui repréſente l'Equateur, c'eſt-à-dire, depuis l'Equateur BE vers le lieu de Paris F, parce que les latitudes de ces deux Villes ſont Septentrionales. Car ſi l'une avoit été Méridionale, comme celle de Pernambouc dans le Breſil, qui eſt de 7 d. 40', il auroit fallu prendre l'arc BC de 7 d. 40' vers l'autre côté; & achever le reſte comme nous avons dit, en ſorte que l'arc CG fût de 44 d. 15', qui eſt la différence des longitudes de Paris & de Pernambouc. Et parce que l'arc FI ſe trouve d'environ 70 degrez, ſi l'on réduit ces 70 degrez en lieues, en les multipliant par 28, on aura 1960 lieues Pariſiennes pour la diſtance de Paris à Pernambouc.

Planche 32. Fig. 121.

III.

Lorſque la diſtance des deux lieux propoſés n'eſt pas conſiderable, comme celle de Lyon à Geneve, qui eſt plus Septentrional que Lyon de 36 minutes, * & plus Oriental que Lyon de 6 minutes de tems, qui valent 1 d. 30' de l'Equateur; la méthode précédente, quoique bonne en elle-même, pourroit ne pas bien réuſſir. Dans ce cas, on pourra ſe ſervir de la ſuivante, qui n'eſt pas à la vérité géométrique, mais dans une petite diſtance l'erreur ne ſera pas ſenſible.

Fig. 122. Ayant mené la ligne AB, diviſez-la en autant

* La latitude de Lyon eſt de 45 d. 46 minutes, celle de Geneve eſt de 46 d. 22 minutes.

de parties égales, & de telle grandeur qu'il vous plaira, ces parties repréſenteront des lieues. A l'extrêmité A de cette ligne AB élevez la perpendiculaire AC, que vous ferez de 17 parties priſes ſur l'échelle AB. On fait la perpendiculaire AC de 17 parties, parce que 36 minutes, différence des latitudes de Lyon & de Geneve, réduites en lieues, font environ 17 lieues de celles dont on donne 28 à un degré d'un grand Cercle de la Terre. Planche 32. Fig. 122.

Après cela ajoûtez enſemble les latitudes des deux lieux propoſez, ſçavoir, 45 d. 46', & 46 d. 22'. Prenez la moitié de leur ſomme 92 d. 8' pour avoir une latitude moyenne 46 d. 4', à l'égard de laquelle vous trouverez *par Probl.* 8 la quantité d'un arc de 1 d. 30', qui eſt la différence des longitudes des deux Villes propoſées. Cette quantité ſe trouvera d'environ 29 lieues Pariſiennes. C'eſt pourquoi vous tirerez par le point C, parallelement à la ligne AB, la droite CD de 29 parties priſes ſur l'échelle AB. Vous porterez ſur la même échelle AB, la longueur de la ligne AD, qui ſe trouvant ici d'environ 34 parties, fait connoître que de Lyon à Geneve il y a en ligne droite environ 34 lieues Pariſiennes.

Parce que le Triangle ACD eſt rectangle en C, & que le côté AC eſt de 17 parties, & l'autre côté CD de 29, on peut trouver par le calcul l'hypoténuſe AD, ou la diſtance qu'on cherche, en ajoûtant enſemble le quarré 289 du côté AC, & le quarré 841 du côté CD, & en prenant la racine quarrée de la ſomme 1130, qui donnera preſque 34 lieues Pariſiennes pour la ligne AD, qui repréſente la diſtance des deux lieux propoſez. Car le point A étant pris pour le lieu de Lyon, le point D peut être pris pour le lieu de Geneve,

& la ligne AD pour l'arc du grand Cercle qui passe par ces deux Villes ; parce que la ligne AC représente la différence de leurs latitudes, ou la distance de leurs Paralleles, & la ligne CD la différence moyenne de leurs longitudes, ou la distance moyenne de leurs Méridiens, &c.

PROBLEME X.

Décrire la ligne courbe que feroit un Vaisseau sur la Mer en faisant sa route par un même Rumb marqué dans la Bousſole.

Planche 33 Fig. 123. SUppoſons que l'arc AB, dont le centre eſt C, ſoit un quart de la circonférence de l'Equateur terreſtre, enſorte que le centre C ſoit la repréſentation de l'un des deux Poles du Monde, & que toutes les lignes droites tirées de ce centre C, par les diviſions de l'arc AB, comme CD, CE, CF, &c. repréſentent autant de Méridiens.

Suppoſons encore qu'un Navire parte du point A de l'Equateur, dont le Méridien eſt AC, pour aller en G, par le Rumb ou Vent AH, qui faſſe avec le Méridien AC, un angle CAH, par exemple, de 60 degrez, qu'on appelle *Inclinaiſon de la Loxodromie.* Il eſt évident que ſi le Vaiſſeau a toûjours le Cap au même Rumb, c'eſt-à-dire, qu'étant en H ſous le Méridien CD, il continue ſon chemin par le Rumb ou Vertical HI incliné au Méridien CD du même angle de 60 degrez ; enſorte que l'angle CHI ſoit auſſi de 60 degrez ; les trois points A, H, I, ne ſont pas en ligne droite. Pareillement ſi le même Navire continue ſa route depuis I, où il a la ligne CE pour Méridien, en K, par le Rumb IK, qui fait avec le Méridien

CE, l'angle CIK auſſi de 60 degrez, les trois points H, I, K, ne ſeront pas en ligne droite, & ainſi de ſuite, juſqu'en L ſur le dernier Méridien CB. Planche 33 Fig. 123.

D'où il eſt aiſé de conclure que la ligne AHIKL, que le Vaiſſeau a décrit en ſuivant le même Vent, & qu'on appelle *Ligne Loxodromique*, ou ſimplement *Loxodromie*, eſt une ligne courbe qui s'écarte continuellement du lieu G, où l'on s'étoit propoſé d'aller, & qui imite la figure d'une ligne Spirale, qui, comme vous voyez, s'approche toûjours du Pole C.

REMARQUES.

I.

Si on diviſe la Ligne Loxodromique AKL en pluſieurs parties égales ſi petites qu'elles puiſſent paſſer pour des lignes droites, comme AH, HI, IK, &c. & que par les points de diviſion H, I, K, &c. on faſſe paſſer autant de Paralleles, ou Cercles de latitude; tous ces Cercles ſeront également éloignez entr'eux, de ſorte que les arcs des Méridiens DH, MI, NK, &c. ſeront égaux entr'eux, auſſi-bien que les arcs correſpondans AD, HM, IN, &c. non pas en degrez, mais en lieues, à cauſe de l'égalité des Triangles rectilignes rectangles ADH, HMI, INK, &c.

Quand on ſçait le tems qu'on a employé pendant un Vent favorable à parcourir une Loxodromie très-petite, comme AH, en ſuivant un même Rumb, & qu'ainſi on connoît l'arc AD, qu'il eſt facile de réduire en lieues, en donnant 20 lieues à un degré; & qu'étant en H, on a *pris Hauteur*, c'eſt-à-dire, qu'on a obſervé la hauteur du Pole,

Planche 33. Figure 123.

ou la latitude DH, qu'il eſt auſſi aiſé de réduire en lieues ; on peut aiſément connoître le chemin qu'on fait de A juſques en H, ajoûtant enſemble les quarrez des lignes AD, DH, & prenant la racine quarrée de la ſomme.

II.

Il eſt viſible que la Loxodromie eſt une ligne droite, lorſque ſon angle d'inclinaiſon eſt nul, c'eſt-à-dire lorſque le Vaiſſeau navigue Nord & Sud, on ſuit le Rumb Nord & Sud marqué par la Bouſſole, quand l'éguille ne décline point, parce que le Vaiſſeau avançant ſelon la ligne méridienne, doit néceſſairement décrire cette ligne, qui eſt droite, puiſqu'elle eſt la commune ſection du Méridien & de l'Horiſon.

III.

Il arrivera la même choſe, lorſque le Navire étant ſous l'Equateur celeſte, ou ſous quelqu'un de ſes Paralleles, met le Cap à l'Eſt ou à l'Ouëſt, c'eſt-à-dire, navigue directement à l'Eſt ou à l'Ouëſt, en ſorte que l'inclinaiſon de la Loxodromie ſoit de 90 degrez, parce que le Vaiſſeau décrit ou l'Equateur terreſtre, ou l'un de ſes Paralleles qui ſont avec tous les Méridiens des angles droits, ou de 90 degrez.

IV.

Enfin il eſt viſible que, comme nous avons déja dit, un Vaiſſeau qui navigue par un même Rumb oblique, enſorte que l'inclinaiſon de la Loxodromie ſoit un angle oblique, c'eſt-à-dire aigu, ou Obtus, décrit ſur la ſurface de la Mer une ligne courbe, comme AKL, pour aller de A en G, par

le Rumb oblique AH, parce que les Méridiens terreſtres CA, CD, CE, CF, &c. ne ſont pas paralleles entr'eux. Car s'ils étoient paralleles, au lieu de décrire la ligne courbe AKL, qui fait avec ces Méridiens des angles égaux, il décriroit la ligne droite AG, qui feroit avec ces mêmes Méridiens des angles égaux. Plan. 33. Fig. 123.

Cette ligne courbe AKL reſſemble à celle que décriroit un corps peſant, comme une pierre qui tomberoit de la ſurface de la Terre juſqu'à ſon centre, s'il eſt vrai que la terre ſe meuve autour de ſon axe d'Occident en Orient, comme vous allez voir par la deſcription de cette ligne courbe, dans le Problême ſuivant.

PROBLEME XI.

Repréſenter la ligne courbe qui décriroit par le mouvement de la Terre un corps peſant en tombant librement de haut en bas juſqu'au centre de la Terre.

SOit A le centre de la Terre, BC une partie de ſa circonférence, & B le lieu de la ſurface de la Terre, d'où on laiſſe tomber le corps péſant. Je ſuppoſe que le point B parcoure l'arc BC par le mouvement de la Terre en un certain temps, en parcourant en des tems égaux les arcs égaux BD, DF, FH, HK, KC. Fig. 124.

Cela étant ſuppoſé, le demi-diametre de la Terre AB prendra au premier tems la ſituation AD, & la pierre qui étoit en B, ſera deſcendue en E; le point B étant parvenu en D. Lorſqu'au ſecond tems ce point B ſera parvenu en F, le demi-diamétre AB aura pris la ſituation AF, & la

pierre ſera deſcendue en G ; de ſorte que la partie
Plan. 33. Fig. 124. FG ſera 4, la partie DE étant 1, par la nature des corps peſans, qui en tombant librement de haut en bas, acquierent en tems égaux des degrez égaux de vîteſſe, en parcourant des eſpaces qui croiſſent comme les quarez 1, 4, 9, 16, 25, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. ces eſpaces croiſſans les uns pardeſſus les autres, ſelon les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. C'eſt pourquoi lorſqu'au troiſiéme tems, le point D ſera parvenu en H, le demi-diamétre AB aura pris la ſituation AH, & la pierre ſera deſcendue en I, de ſorte que la partie HI ſera 9. Lorſqu'au quatriéme tems le point B ſera parvenu en K, le demi-diamétre AB prendra la ſituation AK, & la pierre ſera deſcendue en L, de ſorte que la partie KL ſera 16. Enfin le point B étant parvenu au cinquiéme tems en C, le demi-diamétre AB aura pris la ſituation AC, la pierre ſera deſcendue en A, & toute la ligne CA ſera 25. Ainſi la pierre en deſcendant continuellement, formera la ligne courbe BEGILA, que vous pourrez repréſenter en cette ſorte.

Parce que la ſomme des cinq premiers nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, eſt le nombre quarré 25, dont la racine quarrée eſt 5, marquez ſur la ligne droite AB indéfinies 25 parties égales d'une grandeur priſe à volonté depuis B juſqu'en A. De ce point A décrivez par le point B, l'arc de cercle BC d'une grandeur priſe auſſi à volonté. Diviſez cet arc BC en cinq parties égales aux points D, F, H, K. Par les points vous tirerez au centre A les rayons ou demi-diamétres AD, AF, AH, AK, ſur leſquels vous trouverez les points E, G, I, L, de la ligne courbe que vous voulez décrire,

en

en prenant la partie DE d'une partie égale prise sur la ligne AB, FG de quatre parties ; HI de neuf parties, & KL de seize parties, &c.

Observations.

On fera ici quelques observations qui seront de quelque utilité pour l'éclaircissement des Problêmes qu'on va proposer.

L'année Solaire, ou le tems que le Soleil employe à parcourir l'Ecliptique par son mouvement propre, est de trois cens soixante-cinq jours, cinq heures & quarante-neuf minutes.

Les anciens Romains depuis Numa Pompilius donnoient trois cens cinquante-cinq jours à leur année ; ce qui apporta par la suite des tems du dérangement dans les Saisons. L'Empereur Jules Césat voulut remedier à ce désordre, que le Calendrier de Numa avoit causé. Il ordonna que l'année se régleroit sur le mouvement du Soleil, qu'on feroit trois années de suite chacune de trois cens soixante-cinq jours, & que la quatriéme seroit de trois cens soixante-six jours : c'est cette quatriéme année qui fut nommée *Bissextile.*

Jesus-Christ étant venu au monde dans un tems où tout l'Univers étoit soumis à l'Empire Romain, les Nations furent obligées de se conformer à l'usage de cet Empire dans la la distribution des tems. Le Calendrier Julien fut suivi de tous les peuples, mais chacun demeura libre dans l'usage de ses coutumes & de ses traditions pour le culte divin. Les Juifs ne changerent rien à leurs Cérémonies, ni à leurs Fêtes : mais il les reglerent sur les divers tems qui leur convenoient de l'année Julienne ; à laquelle ils assujettissoient leur

année Lunaire. Les Chrétiens firent la même chose. Dans les premiers tems de l'Eglise on ne convint pas facilement du jour où l'on devoit célebrer la Pâque des Chrétiens. Les uns vouloient que ce fût le jour où Jesus-Christ avoit été crucifié, les autres prétendoient que ce devoit être le jour de sa Résurrection.

Le Concile général de Nicée, tenu sous l'Empire de Constantin le Grand, rendit uniforme l'usage de célebrer cette grande Fête parmi les Chrétiens. Il ordonna que la solemnité s'en feroit le premier Dimanche d'après le quatorziéme de la Lune du premier mois; en sorte néanmoins que le 14 de la Lune concourant avec un Dimanche, on ne célebrât la Pâque que le Dimanche suivant. Il déclara que ce premier mois étoit celui dont le 14 de la Lune tomboit au jour de l'Equinoxe du Printems, ou immédiatement après. Et comme l'Equinoxe répondoit en ce tems-là au 21 Mars, le Concile déclara que ce jour serviroit dans la suite à regler le premier mois de l'année Lunaire.

Comme l'année Julienne surpasse l'Astronomique d'environ 11 minutes, * cette difference s'étant multipliée tous les ans depuis le Concile de Nicée, il arriva que l'Equinoxe du Printems ne tomboit plus au 21 Mars du tems de Gregoire XIII. mais au 11 du même mois. Ce qui troubloit l'Eglise dans la célébration de la Pâque.

* L'année Julienne commune est de 365 jours, & la Bissextile de 366. L'année Astronomique est de 365 jours 5 heures 49 minutes. Ces 5 heures 49 minutes font presque 6 heures, lesquelles étant prises 4 fois, font un jour en 4 ans : de-là vient que l'année Civile surpasse l'Astronomique de 11 minutes.

Cette erreur obligea le Pape à faire assembler des Astronomes pour reformer le Calendrier Romain, afin de remettre l'Equinoxe du Printems au 21 Mars, comme il étoit au tems du Concile de Nicée, & d'empêcher qu'il n'arrivât dans la suite une pareille erreur. Ce fut pour cela qu'on retrancha tout d'un coup 10 jours du Calendrier, & que pour fixer perpetuellement l'Equinoxe du Printems au 21 Mars, le Pape ordonna que chaque centiéme année pendant trois siécles, ne seroit point Bissextile, & que la 400 le seroit, afin de retrancher les trois jours qui se trouvent de trop en 400 ans Juliens. Par ce moyen les Périodes Civiles sont à peu près conformes aux Astronomiques.

PROBLEME XII.

Connoître si une année proposée est Bissextile, ou de 366 jours.

1°. SI l'année proposée est une des six premieres de l'Ere commune, elle n'est point Bissextile, parce que les six premieres années de Jesus-Christ, furent toutes de 365 jours.

2°. Si l'année proposée est entre la 7 & la 459 de l'Ere commune, ôtez 7 de l'année proposée, & divisez le reste par 4. S'il ne reste rien après la division, cette année-là est Bissextile; s'il reste quelque chose, ce reste marque la quantiéme année après la derniere Bissextile, soit proposée, par exemple, la 54e année de l'Ere commune, ôtez 7 de 54, divisez le reste 47 par 4, la division étant faite, il restera 3, qui marque que l'année 54 de l'Ere commune ne fut point Bissextile, mais qu'elle étoit la troisiéme après la Bissextile.

3°. Si l'année proposée est entre celles-ci 459 & 464, elle n'est point Bissextile, parce qu'entre ces années, il y en eut 4 de suite qui ne furent point Bissextiles.

4°. Si on propose une année qui soit entre la 464 de l'Ere commune, & 1582, tems de la Reformation du Calendrier par Gregoire XIII, divisez le nombre donné par 4. La division étant faite, s'il ne reste rien, l'année est Bissextile, s'il reste quelque chose, elle ne l'est pas. Soit proposée, par exemple, l'année 1509, divisez 1509 par 4, il restera 1, qui montre que l'année 1509 a été la premiere après la Bissextile.

5°. Si dans la question proposée, il s'agit d'une année Grégorienne, c'est-à-dire, d'une de celles qui se sont écoulées depuis 1582 jusqu'à present, & qui s'écouleront dans la suite. La question se réduit à deux cas.

En premier lieu, si l'année proposée n'est pas une des centiémes, la pratique sera la même que la précédente, c'est-à-dire, qu'il faudra diviser le nombre donné par 4. Si aprés la division il ne reste rien, cette année-là est Bissextile, s'il reste quelque chose, ce reste marque la quantiéme année après la derniere Bissextile. Soit proposé 1692, on peut rejetter les deux premiers chiffres 16, & comme 92 peut être divisé par 4 sans reste, c'est une marque que 1692 est Bissextile. Soit encore proposé 1734, ayant rejetté les deux premiers chifres 17, les autres 34 ne peuvent être exactement divisez par 4, & après la division il reste 2, qui font voir que cette année 1734 est la seconde après la derniere année Bissextile 1732.

En second lieu, si l'année proposée est une des années centiémes; comme 1600, 1700, 1800,

1900, &c. il faut la diviſer par 400 ; ou, ce qui eſt la même choſe, retrancher deux zeros, & diviſer le reſte par 4. Si la diviſion eſt exacte, l'année eſt Biſſextile, ou de 366 jours; mais ſi la diviſion ne peut ſe faire ſans reſte, l'année n'eſt point Biſſextile, mais de 365 jours. Ainſi on connoît que 1600 a été Biſſextile; 1700 ne l'a point été; 1800 & 1900 ne le ſeront point.

REMARQUES.

La Réformation du Calendrier faite par le Pape Gregoire XIII, qui fit retrancher dix jours de l'année 1582 a fait donner le nom de *Calendrier Gregorien*, & de *Calendrier nouveau*, au Calendrier, dont l'Egliſe Romaine ſe ſert à préſent. On y a marqué les *Calendes*, qui ſont les premiers jours de chaque mois d'où il a tiré ſon nom, les *Nones* & les *Ides*, qui étoient autrefois en uſage parmi les Romains.

Avant cette Réformation, l'Equinoxe du Printems anticipoit de dix jours le 21 de Mars, car il arrivoit le 11 de ce mois. On les retrancha afin que cet Equinoxe qui regle le tems auquel les Fideles doivent célebrer la Fête de Pâques, arrivât toujours le 21 de Mars, comme il arrivoit au tems du Concile de Nicée. Ce qui rend à l'année Solaire un Siege déterminé, c'eſt-à-dire, que par cette Réformation les Equinoxes & les Solſtices ſont retenus, & dans les mêmes jours, & dans les mêmes mois. C'eſt pourquoi les peuples qui n'ont pas voulu recevoir cette Réformation, comptent les Equinoxes & tous les autres tems de l'année dix jours plus tard que nous ; il arrivera que dans la ſuite ils celebreront la Nativité de

Notre Seigneur Jesus-Christ au Solstice d'Esté, & la Fête de Saint Jean-Baptiste au Solstice d'Hyver.

PROBLEME XIII.

Trouver le nombre d'or d'une année proposée.

NOus avons dit que l'année Solaire est de 365 jours 5 heures & 49 minutes ; nous dirons ici que l'*Année Lunaire*, ou la somme de douze révolutions de la Lune par son propre mouvement sous le Zodiaque est de 354 jours 8 heures & 49 minutes. D'où l'on voit que l'Année Lunaire est plus courte que la Solaire d'environ 11 jours. Ce qui fait que l'année Lunaire finit 11 jours plûtôt que l'année Solaire, & par consequent les Nouvelles-Lunes arrivent 11 jours plûtôt en une année qu'en la précedente.

Ainsi le Soleil & la Lune ne finissent pas toujours leurs périodes en même tems, & ils ne repassent pas les mêmes dispositions, où ils se sont rencontrez auparavant, c'est-à-dire, que les Nouvelles-Lunes ne tombent jamais deux fois en un même jour dans l'espace de 19 ans. On doit remarquer que cette periode de 19 années est plus courte qu'il ne faudroit d'environ 1 heure 27 minutes, & 32 secondes. D'où il arrive que les Nouvelles-Lunes anticipent d'un jour dans l'espace d'environ 312 années. Ce qui a été l'une des causes de la Réformation du Calendrier, & qu'au lieu du Nombre d'or, qui est une periode de 19 années on a inventé les Epactes.

On appelle *Nombre d'or* le Nombre de 19 années Solaires, au bout desquelles le Soleil & la Lune se retrouvent à peu près dans les mêmes

points où ils étoient auparavant, c'eſt-à-dire, que ſi la Lune eſt Nouvelle, & par conſéquent en conjonction avec le Soleil au premier Janvier d'une certaine année, elle ſera encore Nouvelle au premier Janvier aprés 19 ans accomplis. On a nommé ce nombre *Nombre d'or*, parce que les Atheniens reçûrent ſa découverte avec tant d'applaudiſſement, qu'ils le firent écrire en gros caracteres d'or au milieu de la place publique. Il a été auſſi appellé *Cycle Lunaire*, parce que c'eſt une periode ou révolution de 19 années Solaires, qui font autant de 19 années-Lunaires, entre leſquelles il y en a douze *Communes*, on de douze mois Synodiques chacune, & ſept *Emboliſmiques*, c'eſt-à-dire de treize Lunes chacunes; ce qui fait en tout 235 Lunaiſons, au bout deſquelles les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours des mêmes mois qu'auparavant.

Pour trouver le Nombre d'or d'une année propoſée, ajoûtez 1 à cette année propoſée, & diviſez la ſomme par 19, ſans avoir égard au quotient, le reſte ſera le Nombre d'or qu'on cherche. S'il reſte 0 ou 19, l'année propoſée aura 19 de Nombre d'or. Si vous voulez avoir le Nombre d'or de l'année 1693, ajoûtez 1 à 1693, & diviſez la ſomme 1694 par 19; le Nombre 3 qui reſte après la diviſion, eſt le Nombre d'or de l'année 1693. De même pour trouver le Nombre d'or de 1728, ajoûtez 1 à 1728, & diviſez la ſomme 1729 par 19. La diviſion étant faite, il reſte 0, qui fait voir que le Nombre d'or de l'année 1728, ſera 19.

On ajoûte 1 au Nombre de l'annnée propoſée, parce que la premiere année de Jeſus-Chriſt avoit 2 de Nombre d'or.

S'il s'agiſſoit d'une année qui précedât l'Epoque de l'Ere commune, & que ce fut, par exemple, la 25e. avant Jeſus-Chriſt; ôtez 2 de 25, diviſez le reſte 23 par 19 : la diviſion étant faite, il reſtera 4, qu'il faut ôter de 19, pour avoir le reſte 5, qui ſera le Nombre d'or de la 25e. année avant Jeſus-Chriſt.

REMARQUES.

I.

Il eſt évident que quand on a trouvé le Nombre d'or d'une année, on peut par la ſeule addition avoir le Nombre d'or de l'année ſuivante, en ajoûtant 1 au Nombre d'or trouvé. On peut auſſi par la ſeule ſouſtraction avoir le Nombre d'or de l'année précedente, en ôtant 1 du même Nombre d'or trouvé. Ainſi ayant trouvé 3 pour le Nombre d'or de l'année 1693, en ajoûtant 1 à ce Nombre trouvé 3, on a 4 pour le Nombre d'or de l'année 1694, & en ôtant 1 du même Nombre trouvé 3, on a 2 pour le Nombre d'or de l'année 1692.

II.

Il eſt auſſi évident qu'à toutes les années qui ont un même Nombre d'or, les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours & les mêmes mois. Ainſi parce qu'en l'année 1693, qui eut 3 pour Nombre d'or, la Lune fut Nouvelle les Calendes du mois d'Aouſt, c'eſt-à-dire le premier jour de ce mois, elle ſera auſſi Nouvelle le premier jour du même mois aux années 1731, 1750, 1769, &c. qui auront auſſi 3 pour Nombre d'or.

PROBLEME XIV.

Trouver l'Epacte pour une année proposée.

NOus avons dit au Problême précedent, que l'année Solaire surpasse l'année Lunaire d'environ 11 jours. Ce qui est vrai précisement si l'on compare l'année Solaire commune, qu'on appelle *Année Egyptienne*, qui n'est que de 365 jours, avec l'année Lunaire commune, qui est de 354 jours seulement. Cette difference de 11 jours est ce qu'on appelle *Epacte*, laquelle étant ajoûtée à l'annné Lunaire commune, qui est le tems de douze Lunaisons, ou Lunes, ou *Mois Synodiques*, dont chacun est de 29 jours & demi, la rend égale à l'année Solaire commune.

Le *Mois Synodique* est le temps qui s'écoule depuis une Nouvelle-Lune jusqu'à l'autre Nouvelle-Lune, ce tems est, comme nous avons dit, de 29 jours & demi, ou plus rigoureusement, de 29 jours 12 heures 44 minutes. Le *Mois Periodique* est la révolution ou période de la Lune par son mouvement propre depuis un point du Zodiaque jusqu'au même point. Cette période est de 27 jours 5 heures, & 44 minutes. Le Mois Periodique est plus court que le Mois Synodique de 2 jours & 7 heures, à cause que le Soleil par son mouvement propre avance pendant le Mois Periodique d'environ 27 degrez, que la Lune doit parcourir après être retournée au point où elle étoit conjointe avec le Soleil, pour le pouvoir atteindre. Ce qu'elle ne fait que dans l'espace d'environ 2 jours & 7 heures, après avoir achevé sa periode ou révolution dans le Zodiaque.

Avant que d'enſeigner la maniere de connoître l'Epacte, qui dans chaque année ne commence qu'au mois de Mars, nous dirons que les Mois Synodiques étant chacun d'environ 29 jours & demi, on les trouve marquez dans le Calendrier alternativement de 29 & 30 jours, ſçavoir, le premier mois de 30 jours, & le ſecond de 29; le troiſiéme mois de 30 jours, & le quatriéme de 29, & ainſi de ſuite. Le mois de 29 jours ſe nomme *Mois Cave*, & le mois de 30 jours s'appelle *Mois Plein*. Lorſque l'année eſt Biſſextile, le mois de Fevrier eſt de 29 jours, & l'on fait en ce mois le mois Periodique de 30 jours.

Le premier mois commence en Europe à la Nouvelle-Lune de Janvier. Les Juifs le commencent en Septembre vers l'Equinoxe, & l'Egliſe le commence à la *Nouvelle-Lune de Pâques*, qui eſt celle où la Lune ſe trouve pleine après l'Equinoxe du Printems, ou le jour même de l'Equinoxe, que l'Egliſe a fixé au 21 de Mars, parce que, comme nous avons déja dit ailleurs, au tems du Concile de Nicée, l'Equinoxe du Printems arrivoit à peu près ce jour-là.

D'où il ſuit que lorſque la Lune ſe trouve Pleine avant le 21 de Mars, cette Lunaiſon n'eſt pas le premier mois de l'année, mais le dernier de l'année précedente, & que pour être le premier, il faut que la *Pleine Lune*, qui eſt le quatorziéme jour de la Lune, arrive ou le 21 de Mars, ou immediatement après le 21 de Mars. Alors les Catholiques Romains célebrent Pâques le Dimanche qui ſuit immediatement cette Pleine-Lune, en memoire de la glorieuſe Reſurrection de Notre Seigneur Jeſus-Chriſt.

D'où il ſuit encore que toutes les Lunes qui

commencent depuis le 8 de Mars juſqu'au 5 d'Avril incluſivement, peuvent être Paſcales. Par conſequent la Pâque ne ſe peut célebrer avant le 22 de Mars, ni après le 25 d'Avril. Ainſi Pâques peut arriver plus tard de 35 jours en une année qu'en un autre. Elle ſe célebre le 22 de Mars, lorſque la Lune ſe trouve Pleine le 21 de ce mois & que ce jour eſt un Samedi, comme il arriva en l'année 1693. Elle ſe celebre le 25 d'Avril, lorſque la Lune ſe trouve Pleine le 18 de ce mois, & que ce jour eſt un Dimanche, comme il arriva en l'année 1666.

Pour trouver l'Epacte d'une année propoſée, il faut faire une diſtinction entre les années Juliennes & les années Gregoriennes. On appelle annéee Gregoriennes celles qui ſont écoulées depuis 1582, année où Gregroire XIII fit un retranchement de dix jours pour remedier à l'inconvenient dont on a parlé, qui eſt que l'Equinoxe du Printems tomboit au 11 de Mars, an lieu de tomber au 21 du même mois, ſelon que l'avoit fixé le Concile de Nicée. On appelle années Juliennes celles qui ſe ſont écoulées avant 1582, ou mêmes celles qui ſe ſont écoulées ou s'écouleront depuis à l'égard de ceux qui n'ont point reçû la Reformation de Gregroire XIII.

I.

S'il s'agit d'une année Julienne, cherchez par le Problême precedent le Nombre d'or qui convient à cette année. Multipliez ce Nombre d'or par 11, qui eſt la difference de l'année Solaire & de l'année Lunaire. Diviſez le produit par 30, qui eſt le nombre des jours d'un mois Synodique. Puis negligeant le quotient de la diviſion, n'ayez

égard qu'au reſte, qui ſera l'Epacte qu'on cherche.

Qu'on propoſe 1489, dont on demande l'Epacte, le Nombre d'or de 1489 eſt 8. Multipliez 8 par 11, & diviſez le Produit 88 par 30; le reſte 28 ſera l'Epacte de 1489. De même ſi on regarde 1726 comme une année Julienne; c'eſt-à-dire, ſi ceux qui n'ont point reçu la Reformation de Gregoire XIII demandent l'Epacte de 1726, après avoir trouvé 17 Nombre d'or de 1726, il faut multiplier 17 par 11, & diviſer le produit 187 par 30 le reſte ſera l'Epacte de 1726, regardée comme année Julienne.

II.

Si l'année propoſée eſt Gregorienne, après avoir multiplié le Nombre d'or par 11, ôtez du produit le Nombre des jours retranchez par la Réformation de Grégoire XIII, & diviſez le reſte par 30, la diviſion étant faite, on n'aura point d'égard au quotient, & ce qui reſtera ſera l'Epacte de l'année Gregorienne. Depuis l'année 1582 juſqu'à l'année 1700 excluſivement, il faut ôter 10, à cauſe de 10 jours qu'on a retranchez de 1582 dans la Reformation du Calendrier. Mais depuis l'année 1700 incluſivement, juſqu'à l'année 1800 excluſivement, il faut ôter 11, parce que l'année 1700 n'a point été Biſſextile ſelon la Reformation, quoiqu'elle le dût être ſelon le Calendrier Julien: ainſi ce jour qu'on a retranché en 1700, & les 10 qu'on avoit retranché en 1582, font 11 jours qu'on doit ôter du produit du Nombre d'or trouvé par 11, difference de l'année Solaire & de la Lunaire, comme il a été dit. Lorſque ce produit diminué de 10 ou de 11 ne peut être diviſé par 30, le reſte eſt l'Epacte même qu'on cherche.

Qu'il ſoit propoſé de trouver l'Epacte de l'année Gregorienne 1693, dont le Nombre d'or eſt 3. Multipliez 3 par 11, ôtez 10 du produit 33, le reſte eſt 23, & comme ce nombre 23 ne peut être diviſé par 30, il s'enſuit que 23 eſt l'Epacte de 1693, ſuivant la remarque qu'on vient de faire. Si on demande l'Epacte de l'année Gregorienne 1726, ayant trouvé par le Problême precedent le Nombre d'or 17, multipliez 17 par 11, puis ôtant 11 du produit 187, diviſez le reſte 176 par 30: la diviſion étant faite, il reſtera 26, qui ſera l'Epacte de l'année 1726.

REMARQUES.

I.

L'Epacte qu'on trouve ſans ôter 10, 11, &c. au produit du Nombre d'or par 11 eſt appellée *Epacte Vieille*, parce qu'elle convient particulierement aux années avant la Reformation du Calendrier, c'eſt-à-dire avant l'année 1582.

Cette Epacte vieille ſe peut trouver ſans la diviſion, en cette ſorte. Faites valoir 10 l'extrêmité d'en haut du pouce de la main gauche, 20 la jointure du milieu, & 30 ou plûtôt 0, ou rien, l'autre extrêmité, ou la racine. Comptez le Nombre d'or de l'année propoſée ſur le même pouce, en commençant à compter 1 à l'extrêmité, 2 à la jointure, 3 à la racine, enſuite 4 à l'extremité; 5 à la jointure, 6 à la racine; de même 7 à l'extrêmité: 8 à la jointure, 9 à la racine, ainſi de ſuite, juſqu'à ce que vous ſoyez parvenu au Nombre d'or trouvé, auquel vous n'ajoûterez rien, s'il tombe à la racine, parce que nous lui avons attribué 0: mais vous y ajoûterez 10 s'il tombe à

l'extrêmité ; & 20 s'il tombe à la jointure, parce que nous les avons fait valoir autant. La ſomme ſera l'Epacte qu'on cherche, pourvû qu'on en ôte 30, quand elle ſera plus grande.

Le Nombre d'or de 1489 étoit 8. En comptant 8 ſur le pouce, comme on vient de dire, & commençant à compter 1 ſur l'extrêmité du pouce, 2 ſur la jointure, 3 ſur la racine, puis 4 ſur l'extrêmité, &c. on trouvera que 8 tombe ſur la jointure. Ajoûtez 20, qui a été attribué à la jointure au Nombre d'or 8, vous aurez 28, qui eſt l'Epacte cherchée de l'année 1489. De même ſi on veut ſçavoir l'Epacte vieille de 1726, dont le Nombre d'or ſera 17, commencez à compter 1 ſur l'extrêmité du pouce, 2 ſur la jointure, &c. juſqu'à ce que vous ayez compté 17, qui tombera ſur la jointure, puis ajoutez 20 nombre attribué à la jointure au Nombre d'or 17. De la ſomme 37 ôtez 30, il reſtera 7 pour l'Epacte vieille de 1726.

Par le même artifice on pourra trouver l'Epacte pour quelque année que ce ſoit du dernier ſiecle, pourvû que l'on faſſe valoir 20 l'extrêmité du pouce, 10 la jointure, & 0, ou rien la racine, & que l'on commence à compter 1 ſur la racine, 2 à la jointure, &c.

II.

Il eſt évident par ce qui a été dit, que pour trouver l'Epacte d'une année propoſée, l'orſqu'on a celle de l'année precedente : Il n'y a qu'à ajoûter 11 à l'Epacte de cette année precedente : & que ſi à cette Epacte trouvée on ajoûte pareillement 11, on aura l'Epacte de l'année ſuivante, ainſi de ſuite. Mais on aura ſoin d'ôter 30 de la ſomme, lorſqu'elle ſera plus grande, & d'ajoûter 12 au

lieu de 11, lorſqu'on aura 19, ou plûtôt 0 pour Nombre d'or.

Ainſi ayant trouvé 23 pour l'Epacte de l'année 1693, en ajoutant 11 à cette Epacte 23, la ſomme eſt 34, de laquelle ôtant 30, le reſte 4 eſt l'Epacte de l'année 1694. Si à cette Epacte 4 on ajoûte pareillement 11, on aura 15 pour l'Epacte de l'année 1695, & ainſi de ſuite.

III.

On peut encore trouver très-facilement l'Epacte pour une année propoſée depuis l'année 1582 juſqu'à l'année 1699 incluſivement, par le moyen de la Table ſuivante, qui eſt compoſée de deux colomnes, dont la premiere vers la gauche contient tous les Nombres d'or depuis l'unité juſqu'à 19, & la ſeconde vers la droite comprend autant de Nombres en proportion continue arithmetique, dont l'excès eſt 2, en commençant par 0, qui repond au premier Nombre d'or 1, juſqu'à 36, qui repond au dernier Nombre d'or 19.

1	0
2	2
3	4
4	6
5	8
6	10
7	12
8	14
9	16
10	18
11	20
12	22
13	24
14	26
15	28
16	30
17	32
18	34
19	36

Ayant trouvé par le Problême precedent le Nombre d'or d'une année propoſée, par exemple, 3 pour l'année 1693, multipliez par 5 le nombre 4, qui repond à la droite dans la ſeconde colomne, au Nombre d'or 3, qui eſt dans la premiere. Ajoûtez au produit 20 le même Nombre d'or 3. La ſomme 23 étoit l'Epacte de l'année propoſée 1693.

Il peut arriver que cette ſomme ſera plus grande que 30. Dans ce cas il en faut

ôter 30 autant de fois qu'il ſera poſſible, & le reſte ſera l'Epacte qu'on cherche. Comme pour trouver l'Epacte de l'année 1699, qui eut 9 de Nombre d'or. Multipliez par 5 le nombre 16, qui ſe trouve dans la Table precedente, vis-àvis de ce Nombre d'or 9. Ajoutant le mème Nombre d'or 9 au produit 80, vous aurez 89, d'où ôtant deux fois 30, c'eſt-à-dire, 60, le reſte 29 eſt l'Epacte qui convenoit à l'année 1699.

IV.

On peut auſſi trouver les Epactes depuis 1700 incluſivement juſqu'à 1900 excluſivement par cette Table dans laquelle on a exprimé les Nombres d'or par des chifres Arabes, & les Epactes par des chifres Romains.

Nombre d'or	10	11	12
Epactes	IX	XX	I
Nombre d'or	13	14	15
Epactes	XII	XXIII	IV
Nombre d'or	16	17	18
Epactes	XV	XXVI	VII
Nombre d'or	19	1	2
Epactes	XVIII	*	XI
Nombre d'or	3	4	5
Epactes	XXII	III	XIII
Nombre d'or	6	7	8
Epactes	XXIV	VI	XVII
Nombre d'or	9		
Epactes	XXVIII		

Qu'il

Qu'il ſoit propoſé de trouver l'Epacte de l'année 1726. Premierement cherchez le Nombre d'or 17 de cette année 1726. Enſuite prenez dans la Table precedente l'Epacte XXVI, qui répond au Nombre d'or 17. Ce ſera l'Epacte de l'année 1726.

PROBLEME XV.

Trouver l'âge de la Lune en un jour donné d'une année propoſée, & ſi elle eſt Nouvelle.

AVant que de trouver l'âge de la Lune dans un jour donné d'un mois propoſé, il faut trouver la Nouvelle-Lune de ce mois; ce qu'on va enſeigner par cette méthode.

Methode pour trouver la Nouvelle-Lune d'un mois propoſé.

On trouvera d'abord l'Epacte de l'année du mois propoſé: puis parmi les Epactes diſpoſées dans le Calendrier du Breviaire & des Miſſels, ſelon l'ordre des jours du mois, cherchez celle de l'année propoſée; ce ſera le jour de la Nouvelle-Lune.

Qu'on propoſe, par exemple, de trouver la Nouvelle-Lune du mois de Mars 1726, dont l'Epacte eſt XXVI, je cherche ce nombre XXVI dans les Epactes marquez à côté des jours du mois de Mars, je trouve que ce nombre XXVI répond au 5 de Mars; ce qui me fait connoître que la Lune ſera Nouvelle le 5 de Mars de l'année propoſée 1726.

Après avoir trouvé la Nouvelle-Lune par la méthode précedente, il ne ſera pas difficile de trouver l'âge de la Lune d'un mois propoſé, comme

on le va voir dans la premiere des deux méthodes ſuivantes.

Premiere Méthode de trouver l'âge de la Lune dans un jour d'un mois propoſé.

Ayant trouvé par le moyen des Epactes du Calendrier le jour de la Nouvelle-Lune du mois, comme il vient d'être enſeigné, comptez incluſivement combien il y a de jours depuis la Nouvelle-Lune juſqu'au jour propoſé, ce ſera l'âge de la Lune.

Qu'on propoſe de trouver quel ſera l'âge de la Lune le 15 Avril de l'année 1724, dont l'Epacte eſt IV. Ayant trouvé que ce nombre Epactal IV répond dans le Calendrier au 27 de Mars, comptez combien il y a de jours depuis le 27 de Mars incluſivement juſqu'au 15 d'Avril, ce ſera l'âge de la Lune, c'eſt-à-dire, que le 15 d'Avril ſera le 20 de la Lune.

Autre Méthode de trouver l'âge de la Lune dans un jour d'un mois propoſé.

On ajoûte ordinairement à l'Epacte de l'année le nombre des mois écoulés depuis Mars incluſivement, & le nombre des jours du mois dans lequel on eſt, ſi ce nombre eſt moindre que 30, il montre l'âge de la Lune, s'il eſt plus grand que 30, le ſurplus de 30 marque l'âge de la Lune. Si on veut ſçavoir quel fut l'âge de la Lune le 18 Avril de l'année 1693, dont l'Epacte étoit 23 à cette Epacte 23 ajoûtez 2, nombre des mois de Mars & Avril, & le nombre 18 du jour propoſé. De la ſomme 43 ôtez 30, le reſte 13 étoit l'âge de la Lune le 18 Avril de l'année 1693.

Cette méthode s'éloigne de la verité, comme on le peut voir en cherchant l'âge de la Lune au 15 Avril de l'année 1724; car au lieu de trouver 20 qui sera le vrai âge de la Lune, on trouveroit 21, en ajoûtant ensemble 4 d'Epacte 2 de mois, & 15 de jours de mois. C'est pourquoi il faut la rectifier par la Table suivante, dans laquelle les chiffres qui répondent au mois montrent combien il faut ajoûter de mois.

Janvier	0	Juillet	4
Février	1	Aoust	5
Mars	0	Septembre	7
Avril	1	Octobre	7
May	2	Novembre	9
Juin	3	Decembre	9

Je veux sçavoir, par exemple, quel sera l'âge de la Lune le 18 d'Octobre de l'année 1726, dont l'Epacte sera 26, je trouve 7 vis-à-vis Octobre. J'ajoûte 7 à 26, dont la somme est 33, que j'ajoûte aux 18 jours du mois d'Octobre de la somme 51 je rejette 30, qui est une Lunaison complete. Le reste 21 marque que le 18 d'Octobre de l'année 1726 la Lune aura 21 jours.

REMARQUES.

Si on prétend qu'il ne faille commencer à compter l'Epacte d'une année qu'au mois de Mars, & qu'on veuille sçavoir l'âge de la Lune au jour d'un mois qui precede le mois de Mars, par exemple, le 15 de Janvier de l'année 1693 au lieu de se servir de l'Epacte 23, on se servira de l'Epacte 12 de l'année précedente 1692. Ajoutez donc à

cette Epacte 12 le nombre 11 des mois inclusivement depuis le mois de Mars jusqu'au mois proposé de Janvier, & de plus le nombre 15 du jour donné ; ôtez 30 de la somme 38. Le reste 8 est l'âge de la Lune qu'on demande. Ce nombre 8 étant ôté du nombre donné 15, jour du mois, le reste 7 fait connoître que la Lune étoit Nouvelle le 7 du mois de Janvier de l'année 1693.

Ou bien pour trouver le jour de la Nouvelle Lune au mois de Janvier de la même année 1693, on ajoûtera à l'Epacte 12 de l'année précédente 1692, le nombre 11 des mois compris inclusivement entre le mois de Mars & le mois de Janvier. On ôtera de 30 la somme 23. Le reste 7 fait connoître que la Lune étoit Nouvelle environ le 7 Janvier de l'année 1693. Je dis environ, parce que par les Epactes on s'éloigne quelquefois d'un jour de la Nouvelle-Lune, comme il arrive dans cet exemple. Car les Tables Astronomiques font connoître que la Lune doit avoir été Nouvelle le 6 Janvier de l'année 1693. Par conséquent elle doit avoir été pleine le 20 du même mois, comme on le connoît en ajoûtant 14 au nombre trouvé 6 du jour de la Nouvelle-Lune.

PROBLEME XVI.

Connoître s'il y a Eclipse dans une Nouvelle ou Pleine-Lune.

QUoique le calcul des Eclipses soit très-pénible dans l'Astronomie, on pourra cependant, sans qu'il en coûte beaucoup de peine connoître les Eclipses par le moyen de la pratique suivante. Ce que nous allons dire ne sert que pour le dix-

huitiéme siécle, c'est-à-dire, depuis 1700 jusqu'à 1800.

I.

1°. Pour les Nouvelles-Lunes comptez le nombre des Lunaisons completes, * depuis celle qui commence au 8 Janvier 1701, suivant le Calendrier Gregorien, Jusqu'à la Nouvelle-Lune proposée. Multipliez ce nombre de Lunaisons completes par 7361. Ajoûtez 3890 à ce produit. Divisez la somme par 43200. Sans avoir égard au quotient, si ce qui reste de la division, ou la difference entre ce reste & le diviseur; est moindre que 4060, il y a Eclipse de Soleil.

Voyez le Problême XXXI.

Exemple d'une Eclipse de Soleil dans une Nouvelle-Lune.

On demande s'il y eut Eclipse de Soleil le 22 May 1705, qui fut le jour de la Nouvelle-Lune. Depuis le 8 de Janvier 1701 jusqu'au 22 May 1705, il y a 54 Lunaisons completes. Multipliez ce nombre 54 par 7361, & au produit 397494 ajoûtez 33890. Divisez la somme 431384 par 43200. Après la divison, il restera 42584, qui est plus grand que 4060. Mais ayant retranché 42584 du diviseur 43200, il reste 616, qui est un nombre plus petit que 4060. Il y eut donc Eclipse de Soleil le 22 May 1705.

II.

2°. Pour les Pleines-Lunes, comptez le nombre des Lunaisons completes depuis celle qui commence au huitiéme de Janvier 1701 jusqu'à la conjonction qui précede la pleine-Lune proposée. Multipliez ce nombre de Lunaisons completes par 7361. Ajoû-

tez à ce produit 37326. Diviſez la ſomme par le nombre 43200. Si ce qui reſte après la diviſion, ou la difference entre le reſte & le diviſeur eſt moindre que 2800, il y a Eclipſe de Lune.

Exemple d'une Eclipſe de Lune dans une Pleine-Lune.

On demande ſi dans la Pleine-Lune, qui arriva le 27 Avril de l'année 1706, il y eut Eclipſe de Lune. Depuis le huitiéme de Janvier 1701 juſqu'à la Nouvelle-Lune qui precede immediatement le 27 Avril 1706, il y a 65 Lunaiſons completes. Il faut donc multiplier 65 par 7361, & ajoûtant 37326 au produit 478465, on aura la ſomme 515791, qu'il faut enſuite diviſer par 43200. On trouvera que la diviſion étant faite ſans avoir égard au quotient, il reſtera le nombre 40591, qui eſt plus grand que 2800. Mais ayant retranché 40591 du diviſeur 43200, on aura après la ſouſtraction un reſte 2609, plus petit que 2800. D'où l'on conclura qu'il y eut Eclipſe de Lune dans la Pleine-Lune du 27 Avril 1706.

PROBLEME XVII.

Conſtruire une Machine qui montre les Eclipſes tant du Soleil que de la Lune, les mois, les années Lunaires, & les Epactes.

Planche 1. Fig. 33.

CEtte Machine inventée par feu M. de la Hire, eſt compoſée de trois platines rondes de cuivre ou de carton, & d'une regle ou alidade qui tourne autour d'un centre commun, comme il paroît par la Figure.

Vers le bord de la platine ſupérieure, qui eſt la plus petite, il y a deux bandes circulaires, dans leſquelles on a fait de petites ouvertures, dont les extérieures marquent les Nouvelles-Lunes & l'image du Soleil, & les interieures marquent les Pleines-Lunes & l'image de la Lune.

Le bord de cette platine eſt diviſé en douze mois Lunaires, qui ſont chacun de 29 jours 12 heures 44 minutes, mais de telle ſorte que la fin du douziéme mois qui fait le commencement de la ſeconde année Lunaire, ſurpaſſe la premiere Nouvelle-Lune de la quantité de 4 des 179 diviſions marquées ſur la ſeconde platine, qui eſt au milieu des deux autres.

Au bord de cette platine il y a un index attaché, dont l'un des côtés qui en eſt la ligne de foi, fait partie d'une ligne droite qui tend au centre de la Machine; cette ligne paſſe auſſi par le milieu de l'une des ouvertures exterieures, qui montre la premiere Nouvelle-Lune de l'année Lunaire. Le diametre des ouvertures eſt égal à l'étenduë de quatre degrez ou environ.

Le bord de cette ſeconde platine eſt diviſé en 179 parties égales, qui ſervent pour autant d'années Lunaires, dont chacune eſt de 354 jours & 9 heures ou environ. La premiere année commence au nombre 179, auquel finit la derniere.

Les années accomplies ſont marquées chacune par leurs chiffres 1, 2, 3, 4, &c. qui vont de quatre en quatre diviſions; & qui font quatre fois le tour pour achever le nombre 179, comme on le voit en la Figure de cette platine. Chacune des années Lunaires comprend quatre de ces diviſions, de ſorte que dans cette Figure elles anticipent l'une ſur l'autre de quatre des 179 diviſions du bord.

Sur cette même platine au-dessous des ouvertures de la premiere, il y a aux deux extrêmitez d'un même diametre une espace coloré de noir, qui répond aux ouvertures extérieures, & qui marque les Eclipses du Soleil, & un autre espace rouge, qui répond aux ouvertures intérieures, & qui marque les Eclipses de la Lune. La quantité de chaque couleur qui paroît par les ouvertures, fait voir la grandeur de l'Eclipse. Le milieu des deux couleurs, qui est le lieu du nœud de la Lune, répond d'un côté à la division marquée 4 & $\frac{2}{3}$ de degré de plus, & d'autré côté il répond au nombre oppose. La Figure de l'espace coloré se voit sur cette seconde platine, & son amplitude ou étendue, marque les termes des Eclipses.

La troisiéme & la plus grande des platines qui est au-dessous des autres, contient les jours & les mois des années communes. La division commence au premier jour de Mars ; afin de pouvoir ajoûter un jour au mois de Fevrier, quand l'année est Bissextile. Les jours de l'année sont décrits en forme de spirale, & le mois de Février passe au-delà du mois de Mars, à cause que l'année Lunaire est plus courte que l'année Solaire. De sorte que la quinziéme heure du dixiéme jour de Fevrier répond au commencement du mois de Mars. Mais après avoir compté le dernier jour de Février, il faut rétrograder avec les deux platines supérieures dans l'état où elles se trouvent, pour reprendre le premier jour de Mars.

Il y a 30 jours marquez au-devant du mois de Mars, qui servent à trouver les Epactes.

Il faut remarquer que les jours, comme nous les prenons ici, ne sont point accomplis, suivant

l'uſage des Aſtronomes, mais comme le vulgaire les compte, commençant à une minuit, & finiſſant à minuit du jour ſuivant. C'eſt pourquoi toutes les fois qu'il s'agit du premier jour d'un mois, ou de tout autre, nous entendons l'eſpace de ce jour marqué dans la diviſion, car nous comptons ici les jours courans ſuivant l'uſage vulgaire, comme nous venons de le dire.

Dans le milieu de la platine ſupérieure; on a décrit des Epoques, qui marquent le commencement des années Lunaires par raport aux années Solaires, ſelon le Calendrier Gregorien, & pour le Méridien de Paris. Le commencement de la premiere année, dont la marque doit être 0, & qui répond à la diviſion 179, eſt arrivé à Paris le 29 Février à 14 heures & demie de l'année 1680. La fin de la premiere année Lunaire, qui eſt le commencement de la ſeconde, répond à la diviſion marquée 1; & elle eſt arrivée à Paris l'an 1681 le 17 Fevrier à 23 heures $\frac{1}{4}$, en comptant, comme nous avons dit, 24 heures de ſuite d'une minuit à l'autre. Et de crainte qu'il n'y eût quelque erreur en rapportant les diviſions du bord de la ſeconde platine avec celles des Epoques des années Lunaires qui leur correſpondent, nous avons mis les mêmes nombres aux uns & aux autres.

Nous avons marqué les Epoques de ſuite de toutes les années Lunaires depuis 1700 juſqu'à l'année 1750, afin que l'uſage de cette Machine fût plus facile pour accorder enſemble chacune des années Lunaires & Solaires. Quant aux autres années de notre Cycle de 179 ans, il ne ſera pas difficile de le rendre complet, en ajoûtant 354

jours, 8 heures 48 minutes & deux tiers pour chaque année Lunaire.

La regle ou alidade, qui s'étend du centre de l'inſtrument juſqu'au bord de la plus grande platine, ſert à rapporter les diviſions d'une platine avec celle des deux autres. Si l'on applique cette Machine à un Horloge, on aura un inſtrument parfait & accompli en toutes ſes parties.

La Table des Epoques qui eſt dreſſée pour le Méridien de Paris, pourra facilement ſe réduire aux autres Méridiens, ſi pour les plus Orientaux que Paris, on ajoûte le temps de la différence des Méridiens, & au contraire, ſi on l'ôte pour les lieux plus Occidentaux.

Il eſt à propos de mettre la Table des Epoques au milieu de la platine ſuperieure, afin qu'elle puiſſe être vûe avec cette Machine.

Epoques des Années Lunaires, rapportées aux Années Civiles pour le Méridien de Paris.

Ann. Lun.	Années Civiles.		Mois.	J.	H.	M.
179.	1680.	B.	Février,	29	14	24
1.	1681.		Février,	17	23	13
2.	1682.		Février,	7	8	1
10.	1689.		Novembre,	12	6	30
20.	1699.		Juillet,	26	22	37
21.	1700.		Juillet,	16	7	26
22.	1701.		Juillet,	5	16	14
23.	1702.		Juin,	25	1	3
24.	1703.		Juin,	14	9	52
25.	1704.	B.	Juin,	2	18	40
26.	1705.		May,	23	3	29
27.	1706.		May,	12	12	17

Ann. Lun.	Années Civiles.		Mois.	J.	H.	M.
28.	1707.		May,	1	21	6
29.	1708.	B.	Avril,	20	5	55
30.	1709.		Avril,	9	14	43
31.	1710.		Mars,	20	23	32
32.	1711.		Mars,	19	8	21
33.	1712.	B.	Mars,	7	17	9
34.	1713.		Février,	25	1	58
35.	1714.		Février,	14	10	47
36.	1715.		Février,	3	19	35
37.	1716.	B.	Janvier,	24	4	24
38.	1717.		Janvier,	12	13	12
39.	1718.		Janvier,	1	22	1
40.	1718.		Decembre,	22	6	50
41.	1719.		Decembre,	11	15	38
42.	1720.	B.	Novembre,	30	0	27
43.	1721.		Novembre,	19	9	16
44.	1722.		Novembre,	8	18	4
45.	1723.		Octobre,	29	2	53
46.	1724.	B.	Octobre,	17	11	41
47.	1725.		Octobre,	6	20	30
48.	1726.		Septembre,	26	5	19
49.	1727.		Septembre,	15	14	7
50.	1728.	B.	Septembre,	3	22	55
51.	1729.		Août,	24	7	44
52.	1730.		Août,	13	16	32
53.	1731.		Août,	3	1	21
54.	1732.	B.	Juillet,	22	10	9
55.	1733.		Juillet,	11	18	58
56.	1734.		Juillet,	1	3	46
57.	1735.		Juin,	20	12	35
58.	1736.	B.	Juin,	8	21	23
59.	1737.		May,	29	6	12

Ann. Lun.	Années Civiles.		Mois.	J.	H.	M.
60.	1738.		May,	18	15	1
61.	1739.		May,	7	23	49
62.	1740.	B.	Avril,	26	8	38
63.	1741.		Avril,	15	17	27
64.	1742.		Avril,	5	2	15
65.	1743.		Mars,	25	11	4
66.	1744.	B.	Mars,	13	19	53
67.	1745.		Mars,	3	4	41
68.	1746.		Février,	20	13	30
69.	1747.		Février,	9	22	18
70.	1748.	B.	Janvier,	30	7	7
71.	1749.		Janvier,	18	15	56
72.	1750.		Janvier,	8	0	44
80.	1757.		Octobre,	12	23	15
90.	1767.		Juin,	26	15	20
100.	1777.		Mars,	9	7	26
110.	1786.		Novembre,	20	23	33
120.	1796.	B.	Août,	3	15	39
130.	1806.		Avril,	17	7	45
140.	1815.		Decembre,	29	23	52
150.	1825.		Septembre,	11	15	58
160.	1835.		May,	26	8	4
170.	1845.		Février,	6	0	11
1.	1854.		Octobre,	20	16	17

Maniere de faire les diviſions ſur les platines.

Le cercle de la plus grande platine eſt diviſé de telle façon, que 368 degrez 2 minutes 42 ſecondes comprennent 354 jours 9 heures un peu moins; d'où il ſuit que ce cercle doit contenir 346 jours 15 heures, leſquels on peut prendre ſans erreur

ſenſible pour deux tiers de jour. Or pour diviſer un cercle en 346 parties égales & deux tiers, réduiſez le tout en tiers, qui ſont en cet exemple 1040 tiers, cherchez enſuite le plus grand nombre multiple de 3, qui ſe puiſſe facilement diviſer par moitié, & qui ſoit contenu en 1040. Ce nombre ſe trouvera dans cette progreſſion géometrique double, dont le premier & moindre terme eſt 3, comme, par exemple, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

Le neuviéme nombre de cette progreſſion eſt celui qu'on cherche : il faut donc ſouſtraire 768 de 1040, reſtera 272, & chercher combien ce nombre reſtant fait de degrez, minutes & ſecondes par la regle de Trois, en diſant : 1040 tiers. 360 degrez :: 272 tiers. 94 degrez 9 minutes 23 ſecondes.

C'eſt pourquoi retranchez de ce cercle un angle de 94 d. 9 m. 23 ſec. & diviſez le reſte du cercle toujours par moitié, après avoir fait huit ſouſdiviſions, vous parviendrez au nombre 3, qui ſera l'arc d'un jour, par lequel diviſant auſſi l'arc de 94 d. 9 m. 23 ſec. tout le cercle ſe trouvera diviſé en 346 jours & 2 tiers : car il y aura 256 jours dans le plus grand arc, & 90 jours 2 tiers dans l'autre. Chacun de ces eſpaces répond à 1 d. 2 m. 18 ſec. comme on voit en diviſant 360 par 346, 2 tiers ; & 10 jours répondent à 10 d. 23 m. Par ce moyen on pourroit faire une Table qui ſerviroit à diviſer cette platine.

Ces jours ſeront enſuite diſtribuez à chacun des mois de l'année, ſuivant le nombre qui leur convient, en commençant par le mois de Mars, & continuant juſqu'à la quinziéme heure du dixiéme de Fevrier, qui répond au commencement de

Mars, & le reſte du mois de Février paſſe au-delà & par-deſſus.

Le cercle de la ſeconde platine doit être diviſé en 179 parties égales. Pour cet effet cherchez le plus grand nombre qui ſe puiſſe toujours diviſer par moitié juſqu'à l'unité, & qui ſoit contenu en 179, vous trouverez 128; lequel ôté de 179 reſte 51. Cherchez quelle partie de la circonférence du cercle fait ce reſte par la regle de Trois, en diſant: 179 parties. 360 degrez:: 51 parties. 102 d. 34 m. 11 ſec.

C'eſt pourquoi ayant retranché du cercle un arc de 102 d. 34 m. 11 ſec. diviſez le reſte du cercle toujours par moitié, & après avoir fait ſept ſous-diviſions, vous parviendrez à l'unité. Ainſi cette partie du cercle ſera diviſée en 128 parties égales; puis avec la même derniere ouverture de compas vous diviſerez l'arc reſtant en 51 parties & tout le cercle ſe trouvera diviſé en 179 parties égales, dont chacune répond à 2 degrez & 40 ſecondes, comme il eſt aiſé de voir en diviſant 360 par 179 C'eſt un ſecond moyen pour diviſer cette même platine.

Enfin pour diviſer le cercle de la platine ſupérieure, prenez le quart de ſa circonférence, & ajoûtez-y une des 179 parties ou diviſions du bord de la platine du milieu: le Compas ouvert du quart ainſi augmenté, ayant tourné quatre fois diviſera ce cercle de la maniere qu'il doit être; car en ſouſdiviſant chacun de ces quarts en trois parties égales, on aura 12 eſpaces pour les 12 mois Lunaires, de telle ſorte que la fin du douziéme mois, qui fait le commencement de la douziéme année Lunaire, ſurpaſſe la premiere Nouvelle-Lune de 4 des 179 diviſions marquées ſur la platine du milieu.

Uſage de cette Machine.

PROBLEME XVIII.

Une Année Lunaire étant propoſée, trouver les jours de l'année Solaire qui lui répondent, dans leſquels doivent arriver les Nouvelles & Pleines Lunes & les Eclipſes.

SOit propoſée, par exemple, la vingt-quatriéme année Lunaire de la Table des Epoques qui répond à la diviſion de la platine du milieu marquée 24. Arrêtez la ligne de foi de l'index de la platine ſupérieure ſur la diviſion marquée 24 en la platine du milieu; où eſt le commencement de la vingt-cinquiéme année Lunaire. Et voyant par la Table des Epoques que ce commencement tombe ſur le quatorziéme jour de Juin de l'année 1703 à 9 heures 52 minutes, tournez enſemble les deux platines ſuperieures en cet état juſqu'à ce que la ligne de foi de l'index attaché à la platine ſuperieure, convienne avec la dixiéme heure, ou environ, du quatorziéme de Juin, marquée ſur la platine inferieure, auquel tems arrive la premiere Nouvelle-Lune de l'année Lunaire propoſée; car la ligne de foi de l'index paſſe par le milieu de l'ouverture de la premiere Nouvelle-Lune de cette année Lunaire.

Enſuite, ſans changer la ſituation des trois platines, étendez depuis le centre de l'inſtrument un fil, ou la regle mobile, la faiſant paſſer par le milieu de l'ouverture de la premiere Pleine-Lune, la ligne de foi de cette regle, répondra au commencement du vingt-neuviéme jour du mois de Juin à

4 heures $\frac{1}{4}$, qui eſt le tems de cette Pleine-Lune, laquelle ſera totalement éclipſée comme il paroît par la couleur rouge qui remplit toute l'ouverture de cette Pleine-Lune.

Nous connoîtrons par un ſemblable moyen qu'à la Nouvelle Lune qui doit arriver environ les trois heures du matin du quatorziéme de Juillet, il y aura une Eclipſe partiale du Soleil. Si l'on pourſuit plus avant, on remarquera les Eclipſes qui doivent arriver pendant le mois de Decembre de la même année 1703 vers le commencement de l'année ſuivante. Mais comme la dixiéme Nouvelle-Lune paſſe au-delà du vingt-huitiéme jour de Février, ayant conduit l'alidade juſqu'au vingt-huitiéme jour de Février, faites rétrograder les deux platines ſupérieures conjointement avec l'alidade en l'état où elles ſe trouvent juſqu'à ce que la ligne de foi ſe rencontre ſur le commencement de Mars, par où nous avons commencé la diviſion de l'année; d'où conduiſant la régle par toutes les ouvertures des Nouvelles & Pleines-Lunes, vous connoîtrez ſur la derniere platine le tems qu'elles doivent arriver.

Mais comme la treiziéme Nouvelle-Lune eſt la premiere de l'année ſuivante, laquelle répond au nombre 25 des diviſions de la platine du milieu, on laiſſera les deux platines inférieures en l'état où elles ſe trouvent, & on avancera celles de deſſus juſqu'à ce que la ligne de foi de ſon index convienne avec le nombre 25 de la platine du milieu, auquel point elle marquera ſur la derniere & plus grande platine le tour de la premiere Nouvelle-Lune de la vingt-ſixiéme année Lunaire, ſelon l'ordre de notre Epoque, laquelle arrivera le

ſecond

ſecond jour de Juin à 18 heures 40 minutes de l'an 1704. Enſuite conduiſant la regle mobile ſur le milieu des ouvertures des Nouvelles & Pleines-Lunes, elle marquera ſur la derniere platine les jours qu'elles doivent arriver, auſſi-bien que les Eclipſes juſqu'à la fin de Fevrier; après quoi il faudra faire le même que pour l'année précedente, c'eſt-à-dire qu'après être parvenu à la fin de Fevrier, il faudra rétrograder juſqu'au premier jour de Mars.

On pourroit ainſi trouver les commencemens de toutes les années Lunaires, ſans ſe ſervir de la Table des Epoques : mais d'autant qu'il n'eſt pas poſſible d'ajuſter ſi exactement les platines & l'alidade les unes ſur les autres, qu'il ne ſe gliſſe quelque erreur, qui s'augmente d'année en année. La Table des Epoques ſervira pour rectifier l'uſage de cette Machine.

En poſant la ligne de foi de la regle mobile ſur l'âge de la Lune entre les jours des mois lunaires marqués ſur le bord de la platine ſupérieure, on verra les jours des mois communs correſpondans, & à peu près les heures ſur le bord de la platine inférieure.

Il eſt à remarquer que les calculs de la Table des Epoques ſont faits pour les tems moyens des Nouvelles-Lunes, qui ſuppoſent les mouvemens du Soleil & de la Lune toujours égaux, c'eſt pourquoi il ſe trouve quelque difference d'avec les temps apparens des Nouvelles & Pleines-Lunes, & des Eclipſes, telles que nous les voyons de la Terre, comme elles ſont marquées dans les Ephemerides.

Les mouvemeus propres du Soleil & de la Lune, auſſi-bien que ceux des autres Planetes, nous

paroiſſent tantôt plus vîtes, tantôt plus lents. Cette inégalité apparente vient en partie de ce que leurs orbites ne ſont pas concentriques à la Terre, & en partie de ce que les arcs égaux de l'Ecliptique, qui eſt oblique à l'Equateur, ne paſſent pas toujours par le meridien avec des parties égales de l'Equateur. Les Aſtronomes pour la facilité de leurs calculs, ont imaginé un mouvement qu'ils appellent moyen ou égal, ſuppoſant que les Planettes décrivent en des tems égaux, des arcs égaux de leurs orbites. Le tems qu'ils appellent vrai ou apparent, eſt la meſure du mouvement vrai ou apparent, & le tems moyen eſt la meſure du moyen mouvement. Ils ont auſſi inventé des regles pour reduire les tems moyens en tems vrais ou apparens (ces deux mots ſignifians en cette occaſion la même choſe) & au contraire pour réduire les tems vrais ou apparens en tems moyens.

Voyez la Connoiſſance des tems.

Des Epactes.

Les jours des Epactes, qui ſont marquées avant le mois de Mars dans la platine ſupérieure, donnent les Epactes de chaque année, qu'il faut compter du premier de Mars en rétrogradant. Car après avoir fait retrograder les deux platines ſupérieures depuis le dernier de Fevrier juſqu'au premier de Mars, comme nous l'avons dit ci-deſſus, cherchez avec la regle mobile le jour des Epactes, qui répond à la Nouvelle-Lune qui précede immédiatement le premier de Mars. De cette maniere vouts trouverez qu'en l'année 1704 au commencement de Mars la Nouvelle-Lune répond à 22 jours $\frac{1}{3}$ de l'Epacte.

Conſultez les Tables Aſtronomiques de M. de la

Hire, & le traité de la conſtruction, & des principaux uſages des Inſtrumens de Mathematique par le Sieur Bion.

PROBLEME XIX.

Trouver la Lettre Dominicale, & le Cycle Solaire d'une année propoſée.

ON appelle *Cycle Solaire* une révolution perpetuelle de 28 années. Pour bien entendre la nature & l'origine de ce Cycle, il faut faire les remarques ſuivantes.

1. On a diſpoſé dans le Calendrier les ſept premieres lettres de l'Alphabet ABCDEFG, en ſorte que A réponde au premier Janvier, B au 2, C au 3, D au 4, E au 5, F au 6, G au 7, A au 8, B au 9, & ainſi de ſuite par pluſieurs révolutions de ſept. Les ſept jours de la ſemaine, qu'on nomme auſſi Feries, ſont repréſentés par ces ſept premieres lettres.

2. Parce que dans une année de 365 jours il y a 52 ſemaines & un jour, & que ce jour de reſte eſt le premier d'une 53 révolution, une année commune de 365 jours doit commencer & finir par un même jour de la ſemaine.

3. Dans cette diſpoſition, une même lettre de l'Alphabet répond toujours à une même Ferie de la ſemaine pendant le cours d'une année commune de 365 jours.

4. Ces lettres ſervant toutes alternativement à marquer le Dimanche dans une ſuite de pluſieurs années, ſont pour cela appellées *Lettres Dominicales.*

5. Il ſuit de-là que ſi une année commence par un Dimanche, elle finira auſſi par un Dimanche;

ainſi le premier Janvier de l'année ſuivante ſera un Lundi, qui répondra à la lettre A, & le ſeptiéme ſera un Dimanche, qui répondra à la lettre G. Cette lettre G ſera la lettre Dominicale de cette année-là. Par la même raiſon l'année d'après aura F pour lettre Dominicale. Celle qui ſuivra aura E, & ainſi de ſuite, en circulant dans un ordre rétrograde de celui de l'Alphabet. C'eſt de cette circulation des lettres qu'eſt venu le nom de *Cycle Solaire*, parce que le Dimanche chez les Payens étoit apellé *Dies Solis*, Jour du Soleil.

6. S'il n'y avoit point d'années Biſſextiles à ajoûter, tous les differens changemens de lettres Dominicales ſe feroient dans l'eſpace de 7. ans. Mais cet ordre eſt interrompu par les années Biſſextiles, dans leſquelles le 24. Fevrier répond à deux différentes Feries de la ſemaine. Ainſi la lettre F, qui auroit marqué un Samedi dans une annnée commune, marquera un Samedi & un Dimanche dans une année Biſſextile : ou ſi elle eut marqué un Dimanche dans une année commune, elle marqueroit un Dimanche & un Lundi dans une année Biſſextile, &c. D'où il ſuit que la lettre Dominicale change dans cette année, & que celle qui marquoit un Dimanche dans le commencement de l'année, marquera un Lundi après l'addition du Biſſexte. On voit par-là la raiſon pour quoi on donne deux lettres Dominicales à chaque année Biſſextile, l'une qui ſert depuis le premier Janvier juſqu'au 24 Février, & l'autre depuis le 24 Février juſqu'à la fin de l'année. De ſorte que la deuxiéme lettre Dominicale ſeroit naturellement celle de l'année ſuivante, ſi on n'y avoit point ajoûté de Biſſexte.

7. Enfin toutes les varietez poſſibles qui arri-

vent aux lettres Dominicales, tant dans les années communes, que dans les Biſſextiles, ſe font dans l'eſpace de 4 fois 7, qui font 28 ans. Car après ſept Biſſextes, le même ordre de lettres Dominicales revient & circule comme auparavant C'eſt cette révolution de 28 ans qu'on appelle *Cycle Solaire*, ou *Cycle de la Lettre Dominicale.*

Ce Cycle a été inventé pour connoître facilement les Dimanches d'une année propoſée, en connoiſſant la lettre Dominicale de cette année.

I.

Pour trouver la *Lettre Dominicale*, d'une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, ſelon le Calendrier nouveau, ajoutez au nombre de l'année propoſée, ſa quatriéme partie ou ſa plus prochainement moindre, ſi ce nombre ne ſe peut exactement diviſer par 4. Otez 5 de la ſomme pour le ſiecle 1600,6 pour le ſiecle ſuivant 1700,7 pour le ſiecle 1800,& 8 pour les ſiécles 1900,2000, parce que les années 1700, 1800, 1900, ne ſeront point Biſſextiles : 9 pour le ſiecle 2100,10 pour le ſiecle 2200,& 11 pour les ſiécles 2300 & 2400, parce que les trois années 2100, 2200, 2300, ne ſeront point Biſſextiles, & ainſi de ſuite. Diviſez le reſte par 7, & ſans avoir égard au quotient, le reſte de la diviſion vous fera connoître la lettre Dominicale qu'on cherche,en la comptant depuis la derniere G vers la premiere A. De ſorte que s'il ne reſte rien, la lettre Dominicale ſera A, s'il reſte 1, la lettre Dominicale ſera G ; s'il reſte 2, la lettre Dominicale ſera F, & ainſi des autres.

Ainſi pour trouver la lettre Dominicale de l'année 1693, ajoûtez à ce nombre 1693 ſa quatriéme partie 423. Après avoir ôté 5 de la ſomme 2116,

diviſez le reſte 211 par 7. Puis ſans avoir égard au quotient 301, le reſte 4 fait connoître qu'en l'année 1693 on eut D pour lettre Dominicale, puiſqu'elle eſt la quatriéme, en commençant à compter depuis la derniere lettre G, par un ordre rétrograde. Voyez la Table qui eſt ſur la fin du Problême XXII. Elle ſervira à trouver avec facilité la lettre Dominicale pour quelque année que ce ſoit depuis Jeſus-Chriſt ſans aucun calcul.

Obſervez que pour avoir ſûrement par cette pratique la lettre Dominicale d'un année Biſſextile, il faut d'abord trouver la Lettre Dominicale de l'année qui la précede, puis prendre la lettre précedente, qui ſervira juſqu'au 24 Fevrier de l'année Biſſextile, enſuite la lettre qui précede pour la faire ſervir le reſte de l'année.

Si je veux trouver la lettre Dominicale de 1724, je cherche d'abord celle de 1723, en lui ajoûtant ſa quatriéme partie prochainement moindre 430, ôtant 6 de leur ſomme 2153, & diviſant le reſte 2147 par 7. Sans avoir égard au quotient, le reſte 5, après la diviſion me fait voir que la lettre Dominicale de cette année 1723 eſt C, qui éſt la cinquiéme des 7 premieres lettres de l'Alphabet, en les comptant par ordre rétrograde. Connoiſſant que C eſt la lettre Dominicale de 1723, il ſera aiſé de connoître que B doit être la lettre Dominicale de l'année ſuivante 1724. Mais comme 1724 eſt Biſſextile, B ne ſervira que juſqu'au 24 Fevrier, & on prendra A qui précede B, pour le faire ſervir depuis le 24 Février juſqu'à la fin de l'année. D'où l'on voit que B & A ſont les deux lettres Dominicales de l'année Biſſextile 1724.

II.

Pour trouver le *Cycle Solaire* d'une année proposée, ajoûtez 9 à l'année proposée, & divisez la somme par 28, s'il ne reste rien, 28 est le nombre du Cycle Solaire ; s'il reste quelque chose, ce reste est le nombre qu'on cherche. Si on demande, par exemple, quel étoit le Cycle Solaire de 1693, ajoûtez 9 à 1693. Divisez la somme 1702 par 28 ; & sans avoir égard au quotient 60, le reste de la division vous fera connoître que le Cycle Solaire pour cette année 1693 est 22.

REMARQUES.

I.

Il est évident que quand on a une fois connu le nombre du Cycle Solaire pour une année depuis Jesus-Christ, on a en ajoûtant 1 à ce nombre, le Cycle Solaire de l'année suivante, & qu'en ôtant 1 du même nombre, on a le Cycle Solaire de l'année précedente. Ainsi ayant trouvé 22 pour le Cycle Solaire de l'année 1693, ajoûtant 1 à 22, on a 23 pour le Cycle Solaire de l'année suivante 1694, & ôtant 1 du même nombre 22, on a 21 pour le Cycle Solaire de l'année précedente 1692.

II.

Il est évident aussi que quand on a une fois la lettre Dominicale d'une année depuis Jesus-Christ, on a facilement la lettre Dominicale pour l'année suivante, ou pour la précedente. On prendra pour cette lettre Dominicale la lettre qui suit dans l'ordre de l'Alphabet, pour l'année précedente ; & réciproquement pour l'année suivante,

on prendra la lettre précédente qui ſervira pour toute l'année, ſi cette année n'eſt pas Biſſextile. Mais ſi elle eſt Biſſextile, cette lettre ne ſervira que juſqu'au 24 de Fevrier, & la lettre qui précedera en l'ordre de l'Alphabet, ſervira pour le reſte de l'année, parce que l'année Biſſextile ayant un jour de plus que la commune, a deux lettres Dominicales.

Ainſi ayant connu que la lettre Dominicale de l'année 1693 eſt D, on connoîtra que la lettre Dominicale de l'année ſuivante 1694 eſt C, & que l'année précédente 1692, qui étoit Biſſextile, avoit ces deux lettres Dominicales F, E, dont la premiere F ayant ſervi juſqu'au 24 de Février, l'autre lettre E ſervit le reſte de l'année.

III.

On peut ſans diviſion trouver immediatement le Cycle Solaire d'une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, par le moyen de la Table ſuivante, qui eſt compoſée de deux colonnes, dont celle qui eſt à gauche contient les années de Jeſus-Chriſt, depuis 1 juſqu'à 10, & depuis 10 juſqu'à 100, de dixaine en dixaine; depuis 100 juſqu'à 1000, de centaine en centaine; depuis 1000 juſqu'à 9000, de mille en mille. Il eſt facile de la continuer à l'infini, ſi l'on ſçait la maniere de mettre dans la colonne qui eſt à droite, vis-à-vis de ces années, les nombres du Cycle Solaire; ce qui ſe fait ainſi.

Ayant mis vis-àvis des dix premieres années, les mêmes nombres pour les Cycles Solaires de ces mêmes années, & auſſi 20 pour le Cycle Solaire de la 20. année, au lieu de mettre 30 pour le Cycle Solaire de la 30. année, mettez ſeulement 2, qui eſt l'excès de 30 ſur 28, ou ſur la periode

du Cycle Solaire : pour la 40. année, qui eſt la ſomme des années 10 & 30, mettez la ſomme 12

1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
20	20
30	2
40	12
50	22
60	4
70	14
80	24
90	6

100	16
200	4
300	20
400	8
500	24
600	12
700	0
800	16
900	4
1000	20
2000	12
3000	4
4000	24
5000	16
6000	8
7000	0
8000	20
9000	12

des Cycles Solaires 10 & 2, qui conviennent à ces années, & ainſi des autres, en ôtant toujours 28 de la ſomme des Cycles Solaires, quand elle ſera plus grande. Voilà pour la conſtruction de la Table ; venons maintenant à ſon uſage.

IV.

Premierement, ſi l'année propoſée, dont on cherche le Cycle Solaire, ſe trouve dans la Table précédente, on aura ce Cycle Solaire, en ajoûtant 9 au nombre qui lui répond dans la colonne qui eſt à droi-

te. Ainſi ajoûtant 9 au nombre 12, qui répond à l'année 2000 dans la Table précedente, on a 21 pour Cycle Solaire de l'année propoſée.

V.

Mais ſi l'année donnée ne ſe trouve pas exactement dans la Table précedente, on la diviſera en pluſieurs années qui s'y puiſſent trouver. On ajoûtera enſemble tous les nombres qui ſe trouveront dans la colomne à droite vis-à-vis de ces années qui ſont à gauche. La ſomme de tous ces nombres étant augmenté de 9, donnera le Cycle Solaire de l'année propoſée, pourvû qu'on ôte 28 de cette ſomme autant de fois qu'il ſera poſſible, quand elle ſera plus grande.

Comme pour trouver le Cycle Solaire de l'année 1693, on réduira ce nombre d'années 1693 en ces autres quatre 1000, 600, 90, 3, auſquels répondent dans la Table précedente ces quatre nombres 20, 12, 6, 3 dont la ſomme 41 étant augmentée de 9, donne cette ſeconde ſomme 50, d'où ôtant 28, il reſtera 22 pour le nombre du Cycle Solaire de l'année 1693.

VI.

On ajoûte 9 à la ſomme de tous ces nombres, parce que le Cycle Solaire avant la premiere année de Jeſus-Chriſt étoit 9. Par conſéquent ce Cycle avoit commencé dix ans avant la Naiſſance de Jeſus-Chriſt; ce qu'on peut connoître en cette ſorte.

Sçachant par tradition, ou autrement, le Cycle Solaire d'une année, par exemple, que 22 eſt le Cycle Solaire de l'année 1693, ôtez 22 de 1693 Diviſez le reſte 1671 par 28. Enfin ôtez de 28 le

reſte 19 de la diviſion. Le nombre reſtant 9 eſt le Cycle Solaire avant la premiere année de Jeſus-Chriſt.

VII.

On pourra de la même façon conſtruire une Table propre pour connoître le Nombre d'or d'une année propoſée, avec cette difference, qu'au lieu d'ôter 28, il faut ôter 19, parce que la periode de ce Cycle eſt 19; & qu'au lieu d'ajoûter 9, il faut ajoûter ſeulement 1, parce que le nombre d'or avant la premiere année de Jeſus-Chriſt étoit 1. Par conſequent ce Cycle avoit commencé deux ans avant la Naiſſance de Jeſus-Chriſt, c'eſt-à-dire, que la premiere année de Jeſus-Chriſt avoit 2 de Nombre d'or, &c.

VIII.

On peut encore trouver la lettre Dominicale d'une année propoſée d'une autre maniere que celle que nous venons de donner. Cette lettre Dominicale étant trouvée ſervira à faire connoître la lettre qui convient à chaque jour de la même année, comme vous allez voir.

Diviſez le nombre des jours qui ſe ſont écoulez incluſivement depuis le premier de Janvier juſqu'au jour propoſé, qui doit être un Dimanche, quand on veut trouver la lettre Dominicale de l'année, autrement on trouvera ſeulement la lettre qui convient au jour propoſé. Diviſez, dis-je, ce nombre de jours par 7, s'il ne reſte rien de la diviſion, la lettre qu'on cherche ſera G; s'il reſte quelque choſe, ce nombre reſtant fera connoître le nombre de la lettre qu'on demande en la comptant ſelon l'ordre de l'Alphabet depuis la premiere lettre A.

Ainſi pour connoître la lettre qui convient au 26 d'Avril de l'année 1693, en diviſant par 7 le nombre 116 des jours compris incluſivement entre le 1 de Janvier & le 26 d'Avril, le reſte de la diviſion eſt 4, qui fait connoître que la quatriéme lettre D convient au jour propoſé, lequel étant un Dimanche, on conclud que la lettre Dominicale de l'année 1693 eſt D.

PROBLEME XX.

Trouver à quel jour de la ſemaine tombe un jour donné d'une année propoſée.

NOus avons deja dit que les jours de la ſemaine ſont appellez *Feries*, & nous dirons ici que la premiere Ferie eſt le Dimanche, que la ſeconde Ferie eſt le Lundi, que la troiſiéme eſt le Mardi, & ainſi de ſuite juſqu'au Samedi, qui eſt la ſeptieme Férie, & qui a été appellé *Samedi*, ou *Jour du Sabbat*, c'eſt-à-dire, jour du repos, parce que c'eſt ce jour-là que Dieu ſe repoſa dans la Création du Monde.

Pour trouver en quelle Ferie tombe un jour propoſé de quelque année depuis Jeſus-Chriſt, ajoûtez au nombre donné des années ſa quatriéme partie, ou ſa plus proche qui ſoit moindre, quand il n'en a pas une juſte. Ajoûtez encore à la la ſomme le nombre des jours compris incluſivement entre le 1 de Fevrier, & le jour propoſé. Vous aurez une ſeconde ſomme, de laquelle il faut ôter 12, & diviſer le reſte par 7. Le nombre qui reſtera après la diviſion, ſera le nombre de la Ferie qu'on cherche, ſçavoir, Dimanche, s'il reſte 1; Lundi, s'il reſte 2, Mardi, s'il reſte 3,

& ainſi de ſuite ; s'il ne reſte rien, le jour propoſé ſera un Samedi.

Ainſi pour ſçavoir à quel jour de la ſemaine tomboit, par exemple, le 27 d'Avril de l'année 1693, ajoûtez à 1693, ſa quatriéme partie 423, & de plus 117, nombre des jours qui ſe ſont écoulez depuis le premier de Janvier juſqu'au 27 d'Avril incluſivement. Ayant ôté 12 de la ſomme 2233, diviſez le reſte 2221 par 7, & ſans avoir égard au quotient 317, le reſte 2 après la diviſion fait connoître que le 27 d'Avril de l'année 1693 étoit la ſeconde Ferie, c'eſt-à-dire, un Lundi.

REMARQUES.

I.

Cette méthode ſuppoſe que l'on ſuit le Calendrier nouveau ; car en ſuivant le Calendrier Julien, au lieu d'ôter 12 de la ſomme, il ne faut ôter que 2, ſçavoir, 10 de moins, à cauſe des dix jours qui ont été retranchez en 1582. Ainſi avant cette année 1582, il ne faut ôter que 2 de la ſomme, & achever le reſte, comme il a été dit. Mais il faut ôter 13 de la même ſomme, à preſent que nous ſommes dans le dix-huitieme ſiécle, parce qu'en l'année 1700 on a omis un jour en ne la faiſant point Biſſextile, comme elle auroit dû l'être ſelon le Calendrier Julien. Voyez le Probl. XXII.

II.

Nous remarquerons que les noms des jours de la ſemaine, viennent des Idolâtres, qui ont marqué chaque jour de la ſemaine par le nom particulier d'une Planete. Neanmoins au lieu de dire *Jour du Soleil*, nous diſons *Dimanche*, mot qui

vient du Latin *Dies Dominica*, c'eſt-à-dire *Jour du Seigneur*, parce que Jeſus-Chriſt voulut reſſuſciter un tel jour ; & au lieu de dire *Jour de Saturne*, nous diſons *Samedi*, c'eſt-à-dire, *Jour du Sabbat*, ou *Jour du repos*, parce que, comme nous avons déja dit auparavant, Dieu ſe repoſa le ſeptiéme jour dans la Création du Monde.

PROBLEME XXI.

Trouver la Fête de Pâques, & les autres Fêtes mobiles en une année propoſée.

I.

NOus avons remarqué au Probl. XIV que la Pâques ſe peut célébrer depuis le 22 de Mars, lorſque la Lune étant Nouvelle le 8 Mars, ſon 14e. jour tombe au 21 de Mars, & que ce jour eſt un Samedi, juſqu'au 25 d'Avril incluſivement, lorſque la Lune étant Nouvelle le 5 d'Avril, le 14e jour tombe au 18 de ce mois, & que ce jour eſt un Dimanche. Car dans ce cas, on remet à célébrer la Pâque au Dimanche ſuivant, c'eſt-à-dire, ſept jours après, pour ne la pas célébrer avec les Juifs. Cela ayant été ainſi arrêté par les Conciles, & ſur-tout par celui de Nicée, qui a été tenu au Commencement du quatriéme ſiécle en la préſence du grand Conſtantin. Ainſi vous voyez que le commencement de la Lune Paſcale eſt entre le huitiéme de Mars & le cinquiéme d'Avril incluſivement.

II.

Nous avons dit auſſi au même Probl. XIV qu'on appelle *Epactes* les 11 jours, par leſquels l'année

Solaire surpasse l'année Lunaire. Ce qui a fait donner le même nom d'Epactes à ces trente nombres qui sont placez vis-à-vis des jours de chaque mois dans le Calendrier nouveau, par un ordre rétrograde. Les Epactes qui sont depuis XIX jusqu'à XXIX inclusivement, sont appellées *Epactes Emboliſmiques* : parce qu'en leur ajoûtant XI, qui est la veritable Epacte, la somme surpasse une Lune complete, c'est-à-dire 30, & qu'ainsi il y a treize Lunes Pleines dans les années, où ces Epactes Emboliſmiques servent d'Epactes.

Ces trente Epactes ainsi disposées dans le Calendrier Gregorien, servent à faire connoître les jours ausquels la Lune se trouve nouvelle dans toute une année. Ainsi l'Epacte 23 de l'annnée 1693 répondant dans le Calendrier Gregorien au 8 de Janvier, au 6 de Fevrier, au 8 de Mars, au 6 d'Avril, au 6 de May, au 4 de Juin, au 4 de Juillet, au 2 d'Août, au 1 & au 30 de Septembre, au 30 d'Octobre, au 28 de Novembre, & au 28 de Decembre, fait connoître que les Nouvelles-Lunes Eccleſiaſtiques arrivent ces mêmes jours.

III.

Cela étant supposé, connoissant la lettre Dominicale & l'Epacte d'une année, on trouvera le jour de Pâques de cette maniere. Cherchez dans un Calendrier, par le moyen de l'Epacte, le jour de la Nouvelle Lune Paſcale. Comptez 14 jours inclusivement depuis cette Nouvelle-Lune. La Fête de Pâques arrivera immédiatement le Dimanche d'après le quatorziéme de la Lune. Ce Dimanche sera facile à trouver par le moyen de la Lettre Dominicale.

Si vous voulez connoître par le Calendrier nouveau, le jour auquel on doit célebrer Pâques en une année proposée, par exemple, en l'année 1693, dont l'Epacte est 23, cherchez cette Epacte 23 dans le Calendrier, entre le 8 de Mars & le 5 Avril inclusivement. Vous trouverez qu'elle répond au 8 de Mars, qui fut par consequent le premier jour de la Lune Paſcale. Si vous comptez ensuite 14 jours, en commençant à compter 1 sur 8, 2 sur 9, & ainsi de suite, vous tomberez au 21 du même mois, qui sera par consequent le jour de la pleine Lune Paſcale. Et comme ce jour étoit un Samedi, le Dimanche suivant, sçavoir le 22 de Mars fut le jour de Pâques en l'année 1693.

Pareillement pour connoître par le moyen du même Calendrier le jour auquel on célebra la Fête de Pâques en l'année 1666, dont l'Epacte est 24, cherchez cette Epacte 24 dans le Calendrier Gregorien entre le 8 de Mars & le 5 d'Avril inclusivement. Ayant trouvé qu'elle répond au 5 d'Avril, qui fut par conséquent le premier jour de la Lune Paſcale, comptez 14 jours depuis ce 5, en commençant à compter 1 sur 5, & vous arriverez au 18 d'Avril, qui se rencontrant un Dimanche, comme on le voit par le Problême XX. le Dimanche suivant, sçavoir le 25 d'Avril, fut le jour de Pâques en l'année 1666. Ainsi des autres.

IV.

On peut prendre pour regle dans cette recherche ces deux vers Latins.

Poſt Martis Nonas ubi ſit nova Luna require:
Tertia lux Domini proxima Paſcha dabit.

Ou bien ces deux vers François :

De Mars après le 7 cherchez Lune Nouvelle,
Trois Dimanches comptez, le 3 Pâques s'appelle.

C'eſt-à-dire, qu'il faut chercher dans le Calendrier en quel jour tombe le premier jour de la Nouvelle-Lune d'après le 7 de Mars, & compter depuis ce jour-là incluſivement trois Dimanches, le troiſiéme Dimanche ſera le jour de Pâques. Je dis incluſivement, parce que ſi cette Nouvelle-Lune tomboit en un jour de Dimanche, la Fête de Pâques arriveroit le troiſiéme Dimanche incluſivement, c'eſt-à-dire, y compris celui où tomberoit la Nouvelle-Lune Paſcale.

V.

Mais comme l'on n'a pas toûjours un Calendrier entre les mains, on pourra ſe ſervir de la Table ſuivante, qui eſt compoſée de 9 colomnes de haut en bas. La premiere vers la gauche contient les ſept lettres Dominicales ſuivant l'ordre de l'Alphabet. La derniere à droite comprend les mois & les jours des mêmes mois, auſquels ſe doit célébrer la Pâque aux années qui ont les mêmes lettres Dominicales que l'on voit écrites dans la premiere colomne, & les mêmes Epactes que l'on voit marquées par ordre dans les ſept autres colomnes d'entre-deux.

Ainſi vous voyez que pour connoître par le moyen de cette Table le jour auquel on doit célébrer la Fête de Pâques en une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, on doit ſçavoir l'Epacte de cette année par le Problême XIV, & auſſi la lettre Dominicale par le Problême XIX. Car vis-à-vis de cette Lettre Dominicale, & de cette Epacte,

Table pour trouver la Fête de Pâques.

A	23	22	21	20	19			26. Mars
	18	17	16	15	14	13	12	2. Avril
	11	10	9	8	7	6	5	9. Avril
	4	3	2	1	*	29	28	16 Avril
	27	26	25	24				23. Avril
B	23	22	21	20	19	18		27. Mars
	17	16	15	14	13	12	11	3. Avril
	10	9	8	7	6	5	4	10. Avril
	3	2	1	*	29	28	27	17. Avril
	26	25	24					24. Avril
C	23	22	21	20	19	18	17	28. Mars
	16	15	14	13	12	11	10	4. Avril
	9	8	7	6	5	4	3	11. Avril
	2	1*	29	28	27	26	25	18. Avril
	25	24						25. Avril
D	23							22. Mars
	22	21	20	19	18	17	16	29. Mars
	15	14	13	12	11	10	9	5. Avril
	8	7	6	5	4	3	2	12. Avril
	1*	29	28	27	26	25	24	19. Avril
E	23	22						23. Mars
	21	20	19	18	17	16	15	30. Mars
	14	13	12	11	10	9	8	6. Avril
	7	6	5	4	3	2	1	13. Avril
	*	29	28	27	26	25	24	20. Avril
F	23	22	21					24. Mars
	20	19	18	17	16	15	14	31. Mars
	13	12	11	10	9	8	7	7. Avril
	6	5	4	3	2	1	*	14. Avril
	29	28	27	26	25	24		21. Avril
G	23	22	21	20				25. Mars
	19	18	17	16	15	14	13	1. Avril
	12	1	10	9	8	7	6	8. Avril
	5	4	3	2	1	*	29	15. Avril
	28	27	16	25	24			22. Avril

On trouvera dans la derniere colonne le jour de la

Fête de Pâques, qui régle toutes les autres Fêtes Mobiles. Comme pour connoître le jour de Pâques en l'anné 1693, dont la lettre Dominicale étoit D, & l'Epacte 23, on trouvera vis-àvis de cette Epacte 23, & de cette lettre Dominicale D, que le jour de Pâques fut le 22 Mars. Pareillement pour connoître le jour de Pâques en l'année 1666, dont la lettre Dominicale étoit C, & l'Epacte 24, on trouvera vis-à-vis de l'Epacte 24, & de la lettre Dominicale C, le 25 d'Avril pour le jour de Pâques qu'on cherche.

VI.

Le jour de la Pleine-Lune Paſcale, qu'on nomme *Terme de Pâques*, étant connu, le jour de Pâques eſt aiſé à connoître, comme vous avez vû. Mais on le peut trouver encore autrement ſans Table & ſans Calendrier, en cherchant le Terme de Pâques, en cette ſorte.

Si l'Epacte nouvelle de l'année propoſée n'excede pas 23, ôtez-la de 44. Le reſte donnera le jour de Mars pour le Terme de Pâques, ſi ce reſte ne ſurpaſſe pas 31; car s'il excede 31, le ſurplus donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques. Mais ſi l'Epacte courante eſt plus grande que 23, ôtez-la de 43, ou ſeulement de 42, quand elle ſera 24 ou 25. le reſte donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques.

Ainſi pour avoir le Terme de Pâques en l'année 1693, dont l'Epacte étoit 23, ôtez 23 de 44; le reſte donne le 21 de Mars pour le Terme de Pâques. De même pour trouver le Terme de Pâques en l'année 1666, dont l'Epacte étoit 24, ôtant 24 de 42, on aura le 18 d'Avril pour le Terme de Pâques. Ainſi des autres.

VII.

Puiſque la Fête de Pâques regle toutes les autres Fêtes Mobiles, il ſera facile de connoître les jours auſquels ces Fêtes ſe doivent célébrer, ayant une fois connu le jour de Pâques. Car le Lundi après le cinquiéme Dimanche, c'eſt-à-dire, 35 jours après Pâques viennent les *Rogations*, après leſquelles, ſçavoir, le Jeudi ſuivant, ſuit immédiatement l'*Aſcenſion* de Notre-Seigneur Jeſus-Chriſt, le 40e jour après Pâques. Dix jours après, ou le 50e jour après Pâques, on célébre la Fête de la *Pentecôte*. Le Dimanche ſuivant, ſçavoir, 56 jours après Pâques, on célébre la Fête de la *Sainte Trinité*. Et le Jeudi ſuivant, ou 11 jours après la Pentecôte, c'eſt-à-dire, 60 jours après Pâques, arrive la *Fête-Dieu*.

Le neuviéme Dimanche avant Pâques eſt la *Septuageſime*, qui eſt éloignée de Pâques de 63 jours. Le Dimanche ſuivant, ou le huitiéme Dimanche avant Pâques, eſt la *Sexageſime*, qui eſt éloignée de Pâques de 56 jours. Le Dimanche ſuivant, ou le ſeptiéme Dimanche avant Pâques, eſt la *Quinquageſime*, qui eſt éloignée de Pâques de 49 jours. Enfin le Mercredi ſuivant, qui eſt éloigné de Pâques de 46 jours, eſt le *Jour des Cendres*.

Pour le Dimanche de l'*Avent*, qui ne dépend point de Pâques, c'eſt celui qui arrive ou le 30 de Novembre, Fête de Saint André, ou le Dimanche qui eſt le plus proche de cette Fête : ce qui eſt facile à connoître par la lettre Dominicale.

L'Egliſe appelle *Quadrageſime* le premier Dimanche du Carême : *Reminiſcere* le ſecond Dimanche du Carême : *Oculi* le troiſiéme Dimanche du Carême : *Lætare* le quatriéme Dimanche du Carême ;

Judica le Dimanche de la Paſſion, qui eſt le cinquiéme Dimanche du Carême: & *Hoſanna* le Dimanche des Rameaux, qui eſt le ſixiéme Dimanche de Carême, ou le premier Dimanche avant Pâques.

Elle appelle *Quaſimodo* le prémier Dimanche après Pâques : *Miſericordia* le ſecond Dimanche après Pâques : *Jubilate* le troiſiéme Dimanche après Pâques : *Cantate* le quatriéme Dimanche après Pâques : & *Vocem Jucunditatis* le cinquiéme Dimanche après Pâques, ou le Dimanche avant les Rogations.

VIII.

On pourra trouver le nombre des Dimanches entre la Pentecôte & le premier Dimanche de l'Avent par cette méthode. Comptez combien de fois la lettre Dominicale ſe trouve entre les deux termes excluſivement. E, par exemple, qui ſera la lettre Dominicale de l'année 1727, eſt contenu 27 fois entre le 11 Mai, jour de la Pentecôte, & le 30 Novembre, jour du premier Dimanche de l'Avent. Ce qui montre qu'il y aura 27 Dimanches entre la Pentecôte & le premier Dimanche de l'Avent. Il ne peut y en avoir plus de 28, ni moins de 23. Il n'y a dans le Breviaire des Offices que pour 24 Dimanches après la Pentecôte.

IX.

On pourra auſſi trouver combien il y aura de Dimanches entre l'Epiphanie & la Septuageſime, en comptant combien de fois la lettre Dominicale ſe trouve entre le 14 Janvier, qui eſt l'Octave de l'Epiphanie, & la Septuageſime. Il ne peut y en avoir plus de ſix ; mais il peut y en avoir moins,

Il y a des Offices dans le Breviaire pour ſix Dimanches après l'Epiphanie.

X.

Enfin les *Quatre-Tems* ſe trouvent par le moyen de ce petit Vers,

Poſt Pent. Cru. Luc. Cin. ſunt tempora quatuor anni.

dont le ſens eſt tel. Les Quatre-Tems arrivent le Mercredi d'après la Pentecôte, le Mercredi d'après l'Exaltation de la Sainte Croix en Septembre, le Mercredi d'après la Fête de Sainte Luce en Décembre, & le Mercredi d'après les Cendres.

REMARQUES.

Nous avons dit que le Breviaire ne contenoit des Offices que pour 24 Dimanches après la Pentecôte, & cependant on a vû qu'il pouvoit y avoir 28 Dimanches entre la Pentecôte & l'Avent. Il s'agit donc de trouver l'Office qu'on doit faire dans les Dimanches qui ſont au-deſſous ou au-deſſus des 24 après la Pentecôte. C'eſt ce que nous allons enſeigner dans les Remarques ſuivantes.

L'Egliſe s'eſt fait une loi dans les Rubriques de faire toûjours tomber l'Office du vingt-quatriéme Dimanche ſur le dernier d'après la Pentecôte, afin que l'année Eccleſiaſtique commençât & finît par un même Evangile. C'eſt pour cela que,

1°. Si le dernier Dimanche étoit le vingt-troiſiéme après la Pentecôte, il faudroit, pour ſatisfaire à la Rubrique, anticiper l'Office du vingt-troiſiéme Dimanche dès le Samedi précédent, ou quelqu'autre jour qui ne ſeroit point empêché

dans la même semaine, ou du moins en faire mémoire; si tous les jours de la semaine étoient remplis de Fêtes, afin que l'Office du vingt-quatriéme Dimanche tombât sur le dernier d'après la Pentecôte.

2°. S'il y avoit plus de 24 Dimanches entre la Pentecôte & le premier Dimanche de l'Avent, il faudroit encore transporter l'Office du vingt-quatriéme au dernier Dimanche. Pour ce qui est des autres Dimanches qui sont entre le 23 & le dernier, comme ils n'ont point d'Office affecté dans le Breviaire, la Rubrique de l'Eglise demande qu'on fasse alors l'Office des Dimanches qui sont restés après l'Epiphanie, c'est-à-dire, que lorsqu'il n'y a pas six Dimanches entre l'Octave des Rois & la Septuagesime, ceux dont on n'a pas fait l'Office entre les Rois & la Septuagesime, sont remis pour en faire l'Office entre le 23 & le dernier Dimanche après la Pentecôte.

L'année 1727, par exemple, qui aura 27 Dimanches après la Pentecôte, n'en aura point entre l'Octave des Rois: qui est le 14 Janvier & la Septuagesime, qui arrive le 20 du même mois. Il y a donc 5 Offices de Dimanches, qu'on ne peut célébrer en leurs jours. Ainsi il faudroit les transporter entre le 23 & le dernier Dimanche après la Pentecôte, s'il y avoit place. Mais comme il n'y a que 3 Dimanches entre le 23 & le 27 d'après la Pentecôte, on n'y peut transporter que les 3 derniers Dimanches d'après les Rois. Les Offices des deux autres Dimanches se font l'un le Samedi devant l'Octave des Rois, & l'autre dans la premiere Ferie d'après l'Octave.

PROBLEME XXII.

Trouver par quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année proposée.

I.

CE Problême se peut aisément résoudre par le moyen de la Table suivante, en cherchant à la tête la lettre Dominicale de l'année proposée, par exemple D, pour l'année 1693. Car au-dessous de cette lettre D, on trouve que Janvier

Table pour trouver le commencement de chaque mois.

	A	B	C	D	E	F	G
Janvier	Dimanche	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi
Février	Mercredi	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vend.	Jeudi
Mars	Mercredi	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vend.	Jeudi
Avril	Samedi	Vendr	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim
Mai	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi
Juin	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vend.
Juillet	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.
Août	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vend.	Jeudi	Mercr.
Septembre	Vendredi	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.
Octobre	Dimanche	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi
Novembre	Mercredi	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vend.	Jeudi
Decembre	Vendredi	Jeudi	Mercr	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.

commence par un Jeudi, Février par un Dimanche, Mars aussi par un Dimanche, Avril par un Mercredi, May par un Vendredi, Juin par un Lundi, Juillet par un Mercredi, Août par un Samedi, Septembre par un Mardi, Octobre par un

Jeudi, Novembre par un Dimanche, & Décembre bre par un Mardi.

Lorſque l'année eſt Biſſextile, on fait uſage de ces deux lettres Dominicales. On ſe ſert de la premiere pour les deux premiers mois, Janvier, Février; & de la ſeconde pour les dix autres mois.

II.

Mais quand on connoît * la lettre Dominicale d'une année propoſée, il eſt aiſé de trouver par quel jour de la ſemaine commence tel mois qu'on propoſera de cette année, ſans avoir la peine de recourir au Calendrier ou à la Table précédente. Ces deux vers François ſerviront de régle. * Problême XIX.

1 2 3 4 5 6
Au Dieu De Gloire Bien Eſpere
7 8 9 10 11 12
Grand Cœur, Faveur Aime de Faire.

Les ſix mots du premier vers répondent aux ſix premiers mois de l'année, ſçavoir, Janvier, Février, Mars, Avril, May, Juin. Les ſix autres mois, ſçavoir, Juillet, Août, Septembre, Octobre, Novembre, Décembre, répondent aux ſix mots du ſecond vers. Chaque lettre capitale de ces 12 mots eſt celle du premier jour de chaque mois. Je veux dire que A capitale du premier mot, marque le premier jour de Janvier; D capitale du ſecond mot, marque le premier jour de Février; D capitale du troiſiéme mot, marque le premier jour de Mars, & ainſi des autres.

Si donc je ſçai qu'en une année propoſée, comme en 1723 la lettre Dominicale eſt C, & que je veuille ſçavoir par quel jour de la ſemaine le mois

de Mars commencera ; je conſidere que le mois de Mars eſt le troiſiéme mois de l'année, qui répond au mot *De*. D'où je conclus que le D, qui marque le premier de Mars, étant la ſeconde lettre après C, ſuivant l'ordre de l'Alphabet, le premier de Mars de l'année 1723 ſera un Lundi.

De même ſi dans la même année je veux ſçavoir par quel jour de la ſemaine commencera le mois de May, je conſidere que May étant le cinquiéme mois, répond au mot *Bien*, dont la premiere lettre B marque le premier jour de May ; & comme B précede la lettre C, Dominicale de 1723, je dis que le mois de May commencera par un Samedi en l'année 1723.

Obſervez que la lettre du premier jour de chaque mois ſe trouve auſſi les 8, 15, 22 & 29 du même mois. Au lieu des vers François, on peut prendre pour régle les deux vers Latins qui ſuivent.

Aſtra Dabit Dominus, Gratiſque Beabit Egenos,
Grata Criſticolæ, Feret Aurea Dona Fideli.

PROBLEME XXIII.

Trouver à quel jour du mois arrive un jour donné de la ſemaine en une année propoſée.

CE Problême ſe peut auſſi aiſément réſoudre par le moyen de la Table ſuivante, qui montre les jours du mois auſquels ſe rencontre chaque jour de la ſemaine, lorſque le commencement du mois arrive un certain jour de la ſemaine. Ce qu'on peut connoître par le Problême précédent ; après quoi on achevera le reſte en cette ſorte.

Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé d'une Semaine.

DIMANCHE.					
Dimanche	1	8	15	22	29
Lundi	2	9	16	23	30
Mardi	3	10	17	24	31
Mercredi	4	11	18	25	
Jeudi	5	12	19	26	
Vendredi	6	13	20	27	
Samedi	7	14	21	28	

MERCREDI.					
Mercredi	1	8	15	22	29
Jeudi	2	9	16	23	30
Vendredi	3	10	17	24	31
Samedi	4	11	18	25	
Dim.	5	12	19	26	
Lundi	6	13	20	27	
Mardi	7	14	21	28	

LUNDI.					
Lundi	1	8	15	22	29
Mardi	2	9	16	23	30
Mercredi	3	10	17	24	31
Jeudi	4	11	18	25	
Vendredi	5	12	19	26	
Samedi	6	13	20	27	
Dim.	7	14	21	28	

JEUDI.					
Jeudi	1	8	15	22	29
Vendredi	2	9	16	23	30
Samedi	3	10	17	24	31
Dim.	4	11	18	25	
Lundi	5	12	19	26	
Mardi	6	13	20	27	
Mercredi	7	14	21	28	

MARDI.					
Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	31
Vendredi	4	11	18	25	
Samedi	5	12	19	26	
Dim.	6	13	20	27	
Lundi	7	14	21	28	

VENDREDI.					
Vendredi	1	8	15	22	29
Samedi	2	9	16	23	30
Dim.	3	10	17	24	31
Lundi	4	11	18	25	
Mardi	5	12	19	26	
Mercredi	6	13	20	27	
Jeudi	7	14	21	28	

SAMEDI.					
Samedi	1	8	15	22	29
Dim.	2	9	16	23	30
Lundi	3	10	17	24	31
Mardi	4	11	18	25	
Mercredi	5	12	19	26	
Jeudi	6	13	20	27	
Vendredi	7	14	21	28	

Pour ſçavoir, par exemple, quels quantiémes du mois de May de l'année 1693 arriva le Lundi; ayant trouvé par le Problême précédent, que le mois de May commenca en cette année 1693 par un Vendredi, je cherche dans la Table précédente le Lundi à la colomne de la main gauche ſous le Vendredi qui eſt écrit en lettres capitales. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 4, 11, 18, 25, qui ſignifient que le Lundi arriva en l'année 1693 le 4, 11, 18 & 25 jour du mois de May, On connoîtra de la même façon que le Dimanche arrive le 3, 10, 17, 24 & 31 jour du mois de May de la même année 1693. Ainſi des autres.

Pareillement pour ſçavoir quels quantiémes du mois d'Avril de l'année 1692 arriva le Lundi, ſçachant par le Problême précédent que le mois d'Avril commença un Mardi en l'année 1692, je cherche dans la Table précedente ſous Mardi, qui eſt écrit en lettres capitales, le Lundi à la gauche. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 7, 14, 21, 28, qui font connoître qu'en l'année

1692, le Lundi arriva le 7, 14, 21 & 28 jour du mois d'Avril. On connoîtra de la même façon, que le Jeudi arriva le 3, 10, 17 & 24, en laissant 31, parce que le mois d'Avril n'a que 30 jours.

REMARQUES.

I

On peut aussi par le moyen de la Table précédente, & du Problême précédent, résoudre le Problême XX, c'est-à-dire, trouver à quelle Férie, ou à quel jour de la semaine tombe un jour proposé de quelque mois que ce soit, & pour quelque année que ce soit depuis Jesus-Christ, comme vous allez voir.

Le Château de Namur se rendit au Roy le 30 Juin 1692, & l'on veut sçavoir à quel jour de la semaine cela arriva. Ayant connu par le Problême précédent que le mois de Juin commença par un Dimanche, je cherche le nombre 30 dans la Table précedente sous Dimanche en lettres capitales, & je trouve dans la premiere colomne vers la gauche, que le 39 de Juin répond à un Lundi, & qu'ainsi c'est un Lundi que le Château de Namur capitula.

II.

Puisque nous avons donné une Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé de la semaine, ou réciproquement à quel jour de la semaine tombe un jour proposé du mois, & une autre Table pour connoître à quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année proposée depuis Jesus-Christ; & que cela dépend de la lettre Dominicale, dont nous avons enseigné l'invention au Problême XIX, nous donnerons aussi

une Table pour trouver autrement & plus facilement la même lettre Dominicale à perpetuité, ſelon le Calendrier nouveau.

Cette Table, que uous avez dans les deux pages ſuivantes, a été diviſée pour une plus grande commodité en deux parties. La premiere ſert à connoître la Lettre Dominicale, ſelon le Calendrier Gregorien depuis la Naiſſance de Notre-Seigneur juſqu'à la fin de ce ſiécle 1600. L'autre partie ſert à connoître la même lettre Dominicale pour les ſiécles qui ſuivent, 1700, 1800, 1900, & ainſi de ſuite juſqu'au ſiécle qui ſuit 2700. Il eſt facile de continuer cette Table à l'infini.

Cette ſéparation a été faite pour la diſtinction des dernieres années des ſiécles qui ne ſont pas Biſſextiles ſelon le Calendrier Gregorien, ſçavoir, 1700, 1800; 1900, 2100, 2200, 2300, 2500, 2600, 2700, comme elles le devroient être, ſelon le Calendrier Julien. Ce qui fait qu'à ces années on n'a pas ajoûté en deſſous une double lettre Dominicale, comme nous avons fait aux années 1600, 2000, 2400, qui ſont Biſſextiles; & pareillement aux années 1628, 1656, 1684, ſçavoir, les deux lettres BA, parce que ces années ſont auſſi Biſſextiles, & pareillement les deux lettres FG aux années Biſſextiles 1732, 1760, 1788, &c.

Table des Lettres Dominicales pour chaque année, depuis la Naissance de Notre-Seigneur jusqu'à l'année 1700.

				0	100	200	300	400	500	600
				700	800	900	1000	1100	1200	1300
				1400	1500	1600				
0	28	56	84	G F	A G	B A	C B	D C	E D	F E
1	29	57	85	E	F	G	A	B	C	D
2	30	58	86	D	E	F	G	A	B	C
3	31	59	87	C	D	E	F	G	A	B
4	32	60	88	B A	C B	D C	E D	F E	G F	A G
5	33	61	89	G	A	B	C	D	E	F
6	34	62	90	F	G	A	B	C	D	E
7	35	63	91	E	F	G	A	B	C	D
8	36	64	92	D C	E D	F E	G F	A G	B A	C B
9	37	65	93	B	C	D	E	F	G	A
10	38	66	94	A	B	C	D	E	F	G
11	39	67	95	G	A	B	C	D	E	F
12	40	68	96	F E	G F	A G	B A	C B	D C	E D
13	41	69	97	D	E	F	G	A	B	C
14	42	70	98	C	D	E	F	G	A	B
15	43	71	99	B	C	D	E	F	G	A
16	44	72		A G	B A	C B	D C	E D	F E	G F
17	45	73		F	G	A	B	C	D	E
18	46	74		E	F	G	A	B	C	D
19	47	75		D	E	F	G	A	B	C
20	48	76		C B	D C	E D	F E	G F	A G	B A
21	49	77		A	B	C	D	E	F	G
22	50	78		G	A	B	C	D	E	E
23	51	79		F	G	A	B	C	D	F
24	52	80		E D	F E	G F	A G	B A	C B	D C
25	53	81		C	D	E	F	G	A	B
26	54	82		B	C	D	E	F	G	A
27	55	83		A	B	C	D	E	F	G

Suite de la Table des Lettres Dominicales jusqu'à l'année 2800.

				1600	1700	1800	1900
				2000	2100	2200	2300
				2400	2500	2600	2700
0	28	56	84	B A	C	E	G
1	29	57	85	G	B	D	F
2	30	58	86	F	A	C	E
3	31	59	87	E	G	B	D
4	32	60	88	D C	F E	A G	C B
5	33	61	89	B	D	F	A
6	34	62	90	A	C	E	G
7	35	63	91	G	B	D	F
8	36	64	92	F E	A G	C B	E D
9	37	65	93	D	F	A	C
10	38	66	94	C	E	G	B
11	39	67	95	B	D	F	A
12	40	68	96	A G	C B	E D	G F
13	41	69	97	F	A	C	E
14	42	70	98	E	G	B	D
15	43	71	99	D	F	A	C
16	44	72		C B	E D	F G	B A
17	45	73		A	C	E	G
18	46	74		G	B	D	F
19	47	75		F	A	C	E
20	48	76		E D	G F	B A	D C
21	49	77		C	E	G	B
22	50	78		B	D	F	A
23	51	79		A	C	E	G
24	52	80		G F	B A	D C	F E
25	53	81		E	G	B	D
26	54	82		D	F	A	C
27	55	83		C	E	G	B

pour

Pour connoître par le moyen de cette Table la lettre Dominicale d'une année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, de l'année 1693, cherchez dans la Table l'année 1600, & à côté vers la gauche le reste des années 93 ; vis-à-vis des deux vous trouverez D pour la lettre Dominicale de l'année 1693. Ainsi des autres.

PROBLEME XXIV.

Trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une année proposée.

LEs Grecs comptoient autrefois leurs années par *Olympiades*, qui est une révolution de quatres années, au bout de laquelle ils célebroient des Jeux qu'ils appelloient *Olympiques*, parce qu'ils furent autrefois instituez par Hercule proche la Ville d'Olympe en Arcadie. Mais depuis que Rome eut soumis la Grece à sa domination ; on ne compta plus par Olympiade, mais par *Indiction*, qui contient trois Lustres, ou quinze années.

Ainsi l'Indiction est une espace de quinze années, au bout duquel on commence de nouveau à compter par une circulation continuelle. Cette Période de quinze années a été appellée *Indiction*, parce que, selon quelques Auteurs, elle servoit aux Romains à indiquer l'année qu'il falloit payer la Taille ou le Tribut à la Republique ; ce qui lui fit donner le nom d'*Indiction Romaine* ; on l'appelle aussi *Indiction Pontificale* pour les raisons que nous allons dire.

La Cour de Rome compte encore par Indiction ; elle s'en sert dans ses Bulles & dans toutes ses Ex-

péditions. Cette Période a une origine fort auguſte parmi les Chrétiens, puiſqu'elle a pour Epoque la paix & le triomphe de l'Egliſe. L'Empereur Conſtantin s'étant rendu le Protecteur de la Religion Chrétienne, fit publier un Edit l'an 312 de l'Ere commune, par lequel il permettoit aux Chrétiens de faire profeſſion ouverte de leur foi ; il fit même arborer la Croix de Jeſus-Chriſt, comme la défenſe du peuple Romain & de tout l'Empire. Ce Prince fit aſſembler à Nicée en Bithinie le premier Concile général l'an 325, où l'héreſie d'Arius fut condamnée. Ce Concile dura 3 ans, & fut terminé en 328 ; de ſorte que vers la fin de l'année 312 de Jeſus-Chriſt, l'Égliſe ſe vit à l'abri de la perſecution, & 15 ans après, ſçavoir, au commencement de l'année 328, elle ſe vit victorieuſe de l'héreſie d'Arius, ennemie de la Divinité de Jeſus-Chriſt.

Les Chrétiens regarderent cette durée de 15 années comme un tems précieux, & conſacré en faveur de la Religion. Pour conſerver à la poſterité la mémoire de ce tems favorable, où l'Egliſe triompha de la perſecution & de l'héreſie ; ils voulurent que dans la ſuite on meſurât le tems par des périodes de 15 années, que l'on a appellées Cycles d'Indiction. L'Egliſe Romaine a mis l'Epoque de la premiére année des Cycles d'Indiction au commencement du mois de Janvier la 313e année de l'Ere commune, afin de commencer l'année d'Indiction avec l'année Solaire, quoique, ſelon l'Inſtitution de Conſtantin, confirmée par ſes Succeſſeurs, l'Epoque de ce Cycle eût été fixée d'abord au mois de Septembre de l'année 312 de Jeſus-Chriſt.

Ce fut l'Empereur Juſtinien qui rendit tout-à-

fait public cet uſage de compter par Indictions, lorſqu'il ordonna par un Edit qu'on inſéreroit les années d'Indiction dans les Actes publics.

L'Indiction Pontificale ayant été fixée en l'année 313, il ſuit que l'an 312 avoit 15 d'Indiction, & diviſant 312 par 15, il reſte 12. Ce reſte fait connoître que la douziéme année de Jeſus-Chriſt avoit 15 d'Indiction. Par conſéquent ce Cycle commenceroit 3 ans avant la Naiſſance de Jeſus-Chriſt, ou l'Ere commune.

C'eſt pourquoi pour trouver le nombre de l'Indiction Romaine ou Pontificale, qui répond à une année propoſée, ajoûtez 3 à l'année propoſée. Diviſez la ſomme par 15; ce qui reſtéra après la diviſion, ſans avoir égard au quotient, ſera le nombre de l'Indiction cherchée.

Qu'il ſoit propoſé, par exemple, de trouver le nombre de l'indiction Romaine, qui répond à l'année 1693, ajoûtez 3 à 1693, & diviſez la ſomme 1696 par 15. Le reſte 1 eſt le nombre de l'Indiction de l'année 1693. De même pour trouver l'Indiction de l'année 1700, on ajoûtera 3 à 1700. On diviſera la ſomme 1703 par 15. Le reſte de la diviſion donnera 8 pour le nombre de l'Indiction que l'on cherche. Ainſi des autres.

PROBLEME XXV.

Trouver le nombre de la Periode Julienne pour une année propoſée.

QUoique l'Indiction Romaine n'ait aucune connexion avec les mouvemens céleſtes, neanmoins on ne laiſſe pas de comparer cette révolution de 15 années avec la Période du Cycle Lunaire de 28 années, & la période du Nombre d'or de 19 années. En multipliant enſemble ces

trois Cycles 15, 28, 19, pour avoir en leur produit ſolide cette fameuſe Periode de 7980 ans. On l'appelle *Période Julienne*, parce que c'eſt *Jules Scaliger* qui en a parlé le premier. Les Chronologiſtes modernes l'ont introduite, pour y rapporter toute la différence des tems qui ſont marquez par quelque évenement dans les Hiſtoires. Car ce nombre 7680 contient toutes les combinaiſons des trois Cycles précedens ; de ſorte que les mêmes nombres de chaque Cycle, qui pris enſemble ſe rencontrent dans une même année, ne peuvent plus ſe rencontrer enſémble dans une autre année pendant l'eſpace de 7980 ans. Je m'explique par un exemple tiré de l'année 1693, où l'on eût 1 d'Indiction, 22 de Cycle Solaire, & 3 de Cycle Lunaire, & je dis que dans aucune autre année de la Période Julienne, l'on n'a point eu, & l'on n'aura pas 1 d'Indiction, 22 de Cycle Solaire & 3 de Cycle Lunaire.

Il ſera facile de trouver le nombre de cette Période de 7980 ans pour une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, ſi l'on ſçait une fois ſon commencement, c'eſt-à-dire, le tems qu'elle doit avoir commencé avant la premiere année de Jeſus-Chriſt, & même avant la création du Monde. Car comme cette Période eſt grande, ſa premiere année, ou le nombre de chacun des 3 Cycles dont elle eſt compoſée, auroit été 1, devance de pluſieurs années, non ſeulement l'Epoque des Chrétiens, mais encore le terme que l'Ecriture Sainte attribue à la création du Monde. Voici donc la maniére de trouver le commencement de cette grande Période.

Premiére Méthode.

1°. Parce qu'en la premiére année de Jeſus-Chriſt

on eut 4 d'indiction, 10 de Cycle Solaire, & 2 de Cycle Lunaire, ou de Nombre d'or, multipliez

6916	4845	4200
Indiction 4	*Cycle Sol.* 10	*Cycle Lun.* 2
27664	48450	8400
		48450
	4714	27664
	1692	84514 (10
	6406	7980
		4714

le nombre 4 de l'Indiction par 6916, le nombre 10 du Cycle Solaire par 4845, & le nombre 2 du Cycle Lunaire par 4200. Ajoûtez enſemble les trois produits 27664, 48450, 8400. Diviſez leur ſomme 84514 par 7980, qui eſt la Période Julienne; & négligeant le quotient 10, le reſte 4714 de la diviſion, fait connoître que le commencement de la Période Julienne eſt de 4714 années avant la Naiſſance de Jeſus-Chriſt.

Voyez la quatriéme remarque du Probl. ſuivant.

2°. Sçachant donc que le commencement de la Période Julienne eſt de 4714 ans avant la Naiſſance de notre Sauveur, ſi l'on veut ſçavoir le nombre de cette Période pour une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, par exemple, pour l'année 1693, ajoûtez au nombre 4714 des années du commencement de la Période Julienne le nombre 1692 des années qui ſe ſont écoulées depuis la Naiſſance de Notre-Seigneur juſqu'à l'année 1693, & la ſom-

me 6406 ſera l'année Julienne qu'on cherche.

Seconde Méthode.

Ou bien vous ſervant de la méthode indiquée dans le premier article précédent, multipliez le nombre 1 de l'Indiction pour l'année 1693 par 6916, le nombre 22 du Cycle Solaire par 4845, & le nombre 3 du Cycle Lunaire par

6916	4845	4200
Indiction 1	*Cycle Sol.* 22	*Cycle Lun.* 3
6916	9690	12600
	9690	106590
	100590	6916
		126106 (15
		7980
		46306
		7980
		6406

4200. Ajoûtez enſemble les trois produits 6916, 106590, 12600. Diviſez leur ſomme 126106 par 7980, & ſans vous mettre en peine du quotient 15, le reſte de la diviſion donnera 6406, comme auparavant, pour l'année Julienne qu'on cherche. Voyez le Problême ſuivant.

D'où l'on voit que la régle générale eſt de multiplier le nombre de l'Indiction de l'année propoſée par 6916, le nombre du Cycle Solaire par 4845, & le nombre du Cycle Lunaire par 4200, d'ajoû-

ter enſemble les 3 produits, & de diviſer la ſomme par la Période Julienne. La diviſion faite, on néglige le quotient, & le reſte donne l'année qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Comme la Période Julienne n'a été inventée que pour arriver à l'origine des tems, & qu'elle n'a que deux Cycles naturels & aſtronomiques, ſçavoir, le Cycle Solaire, & le Cycle Lunaire (le Cycle de l'Indiction étant arbitraire & politique) il ſemble qu'au lieu de ce troiſiéme Cycle on devroit plûtôt prendre le nombre 30 du Cycle naturel des Epactes. La Période qui ſe formeroit par la multiplication continuelle de ces trois Cycles 28, 19, 30, ſçavoir, 15960 ſeroit plus propre pour la Chronologie, non ſeulement parce qu'elle eſt compoſé de trois Cycles naturels, qu'il eſt bon de ne point ſéparer, mais encore parce qu'elle eſt plus étendue que la Période Julienne, qui n'en eſt que la moitié.

Cette Période de 15960 années, a été appellée par ſon Auteur Jean Louïs d'Amiens Capucin, *Période de Louïs le Grand*, parce qu'il l'a imaginée ſous le Regne de Louis le Grand. Nous ne parlerons pas davantage de cette Période; car quoiqu'elle ſoit excellente, les Chronologiſtes ont pourtant donné la préférence à la Période Julienne, parce qu'elle a paru la premiére.

II.

La ſeconde méthode ſuppoſant que l'on connoiſſe le Cycle Solaire, le Cycle Lunaire, & l'Indiction de l'année propoſée, il ne ſera peut-être

pas inutile de rechercher quelle eſt l'année de la Période Julienne, dont les Cycles ſont connus : de *trouver*, par exemple, *l'année de la Période Julienne, dont le Cycle Solaire eſt* 12, *le Cycle Lunaire eſt* 3, *& l'Indiction eſt* 1.

Cette queſtion étant aſſez difficile à réſoudre, on s'eſt déterminé à en donner la ſolution par Algébre ; ce n'eſt qu'une application de ce qui a été dit dans les Problêmes d'Arithmétique, Tome I. page 194 & ſuivantes. Cette queſtion dépouillée de ce qu'elle a de Chronologique, ſe réduit à trouver un nombre tel qu'étant diviſé par 28, il reſte 22 ; étant diviſé par 19, il reſte 3 ; & étant diviſé par 15, il reſte 1. On ſuivra la méthode de M. *de Lagny* dans ſes nouveaux Elemens d'Arithmétique & d'Algébre, page 430. Conſultez encore ce qu'il en a inſeré dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, de l'année 1720.

Soit nommé x l'année cherchée : x doit être un nombre tel qu'étant diviſé par 28, il reſte 22 ; étant diviſé par 19, il reſte 3 ; & étant diviſé par 15, il reſte 1. Voici les expreſſions où ſe réduiront ces trois rapports. 1°. $\frac{x-22}{28}=p$. 2°. $\frac{x-3}{19}=m$. 3°. $\frac{x-1}{15}=n$. Des deux premieres égalités je tire cette quatriéme $x=28p+22=19m+3$, Donc $p=\frac{19m-19}{28}$. Cette équation trouvée, je fais ce raiſonnement, ſuivant M. *de Lagny* : puiſque $19m-19$ doit être exactement diviſible par 28, toutes les différences de $19m-19$ à 28 ou à $28m$, ſeront auſſi diviſibles par 28. J'ôte donc $19m-19$ de $28m$, autant de fois que je le puis, & j'ai pour premier reſte $9m+19$, qui doit être diviſible par 28. C'eſt pourquoi j'ôte $27m+57$ triple de ce premier reſte, de $28m$, &

il reſte m 57 diviſible par 28 : mais en ſuivant toûjours le même raiſonnement, il faut ôter 28 de 57, autant de fois qu'on le peut, & l'ayant fait il reſtera $\frac{m-1}{28}$, où m ſe trouve ſeul ſans coefficient, & c'eſt à quoi on doit faire attention dans cette méthode.

Pour trouver la valeur de m, je puis faire $\frac{m-1}{28}=0=1=2=3$, &c. & eſſayer laquelle de toutes ces valeurs conviendra dans la troiſiéme expreſſion $\frac{x-1}{15}=n$. Mais pour abreger je fais $\frac{m-1}{28}=f$; ce qui me donne $m=28f+1$. Je ſubſtitue cette valeur d'm dans la quatriéme égalité $x=19m=3$, & j'ai une cinquiéme expreſſion $x=532f+22$. Je ſubſtitue cette derniere valeur d'x dans la troiſiéme expreſſion $\frac{x-1}{15}=n$, & l'on a $\frac{532f+21}{15}=n$; le numérateur $532f+21$ doit être exactement diviſible par 15, pour avoir un nombre entier n. Ainſi en ſuivant toûjours le même raiſonnement, il faut ôter 15 de $532f+21$, autant de fois que l'on pourra. Le premier reſte ſera $7f+6$, diviſible par 15. J'ôte donc encore $14f+12$ de $15f$, & j'ai pour ſecond reſte $f-12$ diviſible par 15 ; f étant ici ſeule, je fais d'abord $\frac{f-12}{15}=0$, d'où il vient $f=12$. Je ſubſtitue cette valeur d'f dans la cinquiéme expreſſion $x=532f+22$, & l'on a 6406, qui eſt l'année de la Periode Julienne cherchée.

III.

Si au lieu de faire $\frac{f-12}{15}=0$, on avoit fait $\frac{f-12}{15}=1$, on auroit eu $f=27$, qui auroit encore ſa-

tisfait à la queſtion. Mais alors le nombre trouvé ſeroit dans une autre Periode Julienne. Il en ſeroit de même de toutes les valeurs qu'on peut trouver d'f, en ſuppoſant $\frac{f-12}{15} = 0 = 1 = 2 = 3 = 4$, &c.

IV.

Lorſque l'année propoſée eſt une des 28 premieres de la Période Julienne, il ne ſera pas beſoin de ſe jetter dans aucun calcul. Voici quelques remarques qui la feront reconnoître. 1°. Si le nombre donné des trois cicles eſt le même pour chacun, l'année demandée eſt dans les 15 premieres années. 2°. Si le nombre du Cycle Solaire eſt le même que celui du Cycle Lunaire, celui de l'Indiction étant different, l'année demandée ſe trouve entre la quinziéme & la vingtiéme. 3°. Si le Cycle Lunaire & l'Indiction ſont différens, & que le Cycle Solaire ſoit entre 19 & 29, l'année demandée eſt au-deſſus de la dix-neuviéme, & au-deſſous de la vingt-neuviéme. Dans ces trois cas, on prendra toûjours le nombre donné du Cycle Solaire pour l'année cherchée.

V.

L'année 6406 de la Période Julienne ayant été trouvée, ſi on en ôte 4713, qui ſont les années de la Hériode Julienne avant l'Ere commune, on aura 1693 pour l'année de l'Ere commune qu'on cherchoit.

PROBLEME XXVI.

Trouver le nombre de la Période Dionisienne pour une année proposée.

SI l'on multiplie seulement la Période 28 du Cycle Solaire par la Période 19 du Cycle Lunaire, il se formera une Période de 532 ans, qu'on appelle *Période Dionisienne*, du nom de son inventeur. Elle sert à connoître toutes les différences & tous les changemens, qui se peuvent rencontrer entre les Nouvelles-Lunes & les lettres Dominicales dans le cours de 532 ans, après lesquels les combinaisons des uns & des autres retournent dans le même ordre, & continuent dans la même suite.

Pour trouver le nombre de cette Période de 532 ans, pour une année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour l'année 1693, qui eut 22 de Cy-

Cycle Sol. 22	*Cycle Lun.* 3	2682
57	476	532 (5
154	1428	22
110	1254	
1254	2682	

cle Solaire, & 3 de Cycle Lunaire, multipliez le nombre 22 du Cycle Solaire par 57, & le nombre 3 du Cycle Lunaire par 476. Ajoûtez ensemble les deux produits 1254, 1428. Divisez leur somme 2682 par 532, c'est-à-dire, par la Période Dionisienne, & sans vous mettre en peine du quotient 5,

arrêtez-vous au reſte de la diviſion, qui donnera 22 pour le nombre de la Période Dioniſienne en l'année 1693.

REMARQUES.

I.

Le nombre 57, par lequel on a multiplié le nombre 22 du Cycle Solaire, eſt tel qu'étant diviſé par la Période 28 du Cycle Solaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la Période 19 du Cycle Lunaire, il ne reſte rien. Réciproquement le nombre 476, par lequel on a multiplié le nombre 3 du Cycle Lunaire, eſt tel qu'étant diviſé par la Période 19 du Cycle Lunaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la Période 28 du Cycle Solaire, il ne reſte rien. Ainſi le premier nombre 57 fait connoître l'année Dioniſienne, à laquelle on a 0, ou 19 de Nombre d'or, & 1 de Cycle Solaire : & le ſecond nombre 476 fait connoître l'année Dioniſienne, à laquelle on a 0 ou 28 de Cycle Solaire, & 1 de Nombre d'or.

II.

Pour trouver le premier nombre 57, qui doit être multiple de 19, afin qu'étant diviſé par 19, il ne reſte rien, ſi l'on met, par exemple, le double de 19, ſçavoir, 38 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 38 étant diviſé par 28, il reſte 10, au lieu de reſter 1, comme porte la Queſtion. Et comme ce reſte 10 eſt moindre que le diviſeur 28 de 18, il eſt évident que ſi l'on ajoûte 18 à 38, on aura 56, qui étant diviſé par 28, ne laiſſera aucun reſte. C'eſt pourquoi, ſi au lieu d'ajoûter 18 a 38, on ajoûte 19, on aura 57, qui ſera le

nombre qu'on cherche, parce qu'il ſe rencontre multiple de 19, ſçavoir, le triple.

Si de la Période Dioniſienne 532, on ôte ce premier nombre trouvé 57, & qu'au reſte 475, on ajoûte 1, on aura le ſecond nombre 476, que l'on peut auſſi trouver immédiatement par un raiſonnement ſemblable au précedent, excepté qu'il y a plus de tentatives à faire, comme vous allez voir.

III.

Pour trouver le ſecond nombre 476, qui doit être multiple de 28, afin qu'étant diviſé par 28, il ne reſte rien, ſi l'on met par exemple, le double de 28, ſçavoir, 569 étant diviſé par 16, il reſte 18, au lieu qu'il devroit reſter 1, comme porte la Queſtion. Et comme ce reſte 18 eſt moindre que le diviſeur 19 de 1, il eſt évident que ſi l'on ajoûte 1 à 56, on aura 57, qui étant diviſé par 19, ne laiſſera aucun reſte. C'eſt pourquoi ſi au lieu d'ajoûter 1 à 56, on ajoute 2, on aura 58, lequel étant diviſé par 19, il reſtera 1. Mais comme ce nombre 58 ne ſe rencontre pas multiple de 28, il n'eſt pas le nombre qu'on cherche. Ainſi l'on en cherchera un autre de la même façon, en multipliant 28 par 3, par 4, par 5, & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'on rencontre un multiple de 28, qui étant diviſé par 19, donne pour reſte 1. Ce qui arrivera ici en multipliant 28 par 17. Le produit 476 ſera le nombre qu'on cherche. Ce nombre étant ôté de la Période Dioniſienne 532, & le reſte 56 étant augmenté de l'unité, on aura 57 pour le premier nombre.

IV.

Pareillement le nombre 6916, par lequel on a multiplié dans le Problême précedent le nombre de l'Indiction, eſt tel qu'étant diviſé par la Période 15 de l'Indiction, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la Période 28 du Cycle Solaire, & par la Période 19 du Cycle Lunaire, ou, ce qui eſt la même choſe, par le produit 532 de ces deux Périodes, il ne reſte rien. Le nombre 4845, par lequel on a multiplié dans le Problême précédent le nombre du Cycle Solaire, eſt tel qu'étant diviſé par la Période 28 du Cycle Solaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la Période 19 du Cycle Lunaire, & par la Période 15 de l'Indiction, ou, ce qui eſt la même choſe, par le produit 285 de ces deux Périodes, il ne reſte rien. Enfin le nombre 4200, par lequel on a multiplié dans le Problême précédent le nombre du Cycle Lunaire, eſt tel qu'étant diviſé par la Période 19 du Cycle Lunaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la Période 15 de l'Indiction, & par la Période 28 du Cycle Solaire, ou ce qui eſt la même choſe, par 420 produit de ces deux Périodes, il ne reſte rien.

Le premier nombre 6916 fait connoître l'année Julienne, qui a 1 d'Indiction, & 0 de Nombre d'or, & de Cycle Solaire, ou 0 de Période Dioniſienne. Le ſecond nombre 4845 fait connoître l'année Julienne, qui a 1 de Cycle Solaire, & 0 de Nombre d'or, & d'Indiction. Le troiſiéme nombre 4200 fait connoître l'année Julienne, qui a 1 de Nombre d'or, & 0 de Cycle Solaire, & d'Indiction. Ces trois nombres ont été trouvez comme les deux précédens.

PROBLEME XXVII.

Connoître les mois de l'année qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.

ELevez le pouce A, le doigt du milieu C, & l'auriculaire E, ou petit doigt de la main gauche. Abbaiſſez les deux autres, ſçavoir, l'index B, qui ſuit le pouce, & l'annulaire D, qui eſt entre le doigt du milieu, & l'auriculaire. Après cela commencez à compter Mars ſur le pouce A, Avril ſur l'Index B, May ſur le doigt du milieu C, Juin ſur l'annulaire D, Juillet ſur l'auriculaire E. Continuez à compter Aouſt ſur le pouce, Septembre ſur l'Index, Octobre ſur le doigt du milieu, Novembre ſur l'annulaire, Décembre ſur l'auriculaire, Enfin en recommençant continuez à compter Janvier ſur le pouce, & Février ſur l'index. Alors tous les mois qui tomberont ſur les doigts élevez A, C, E, auront 31 jours, & ceux qui tomberont ſur les doigts abaiſſez B, D, n'en auront que 30, excepté le mois de Février, qui a 28 jours dans les années communes, & 29 dans les Biſſextiles. Planche 35. Fig. 125.

PROBLEME XXVIII.

Trouver le jour de chaque mois, auquel le Soleil entre dans un Signe du Zodiaque.

LE Soleil entre dans chaque Signe du Zodiaque vers le 20 de chaque mois de l'année, ſçavoir, au premier degré de ♈ vers le 20 Mars, au premier degré ♉ vers le 20 Avril, & ainſi de

ſuite. Pour ſçavoir ce jour un peu plus exactement ſervez-vous de ces deux vers artificiels,

Inclita Laus Juſtis Impenditur, Hæreſis Horret,
Grandia Geſta Gerens Felici Gaudet Honore.

dont voici l'uſage.

Diſtribuez les douze mots de ces deux Vers aux douze mois de l'année, en commençant par Mars, que vous attribuerez à *Inclita*, & en finiſſant par Février, qui répondra à *Honore*. Conſiderez quel eſt le nombte de la premiere lettre de chaque mot dans l'Alphabet; car ſi de 30 vous ôtez ce nombre, le reſte donnera le jour du mois qu'on cherche.

Par exemple, *Inclita* répond au mois de Mars, & au Signe du Belier : Sa premiére lettre I eſt la 9e. lettre de l'Alphabet; ſi l'on ôte 9 de 30, le reſte 21 fait connoître que le 21 de Mars le Soleil entre dans Aries. Pareillement *Gaudet* répond au mois de Janvier & au Signe du Verſeau : Sa premiere lettre G eſt la 7e. dans l'ordre Alphabétique; en ôtant 7 de 30, le reſte 23 fait connoître que le 23 Janvier le Soleil entre au Verſeau. Il en eſt ainſi des autres.

PROBLEME XXIX.

Trouver le degré du Signe, où le Soleil ſe rencontre en un jour propoſé de l'année.

I.

POur ſçavoir le lieu du Soleil dans le Zodiaque, c'eſt-à-dire, en quel degré d'un Signe le Soleil eſt à chaque jour de quelque mois que ce ſoit,

ſoit, par exemple, aujourd'hui 18 May, auquel répond dans les deux Vers du Problême précedent, ce mot *Juſtis*, dont la premiere lettre I eſt la 9. de l'Alphabet, ajoûtez ce nombre 9 au nombre 18 du jour propoſé. La ſomme 27 fera connoître que le 18 de May eſt dans le 27 degré du Taureau, qui répond au mot precedent *Laus*, le premier *inclita* repondant au Belier, comme nous avons dit au Problême précedent.

II.

Cela ſe pratique ainſi lorſque la ſomme eſt moindre que 30, comme ici : car quand elle ſera plus grande que 30, on prend le Signe qui répond au mot Latin du mois propoſé, & l'on ôtera 30 de cette ſomme pour avoir au reſte le degré de ce Signe.

Comme pour ſçavoir le degré du Signe courant du Soleil, le 25 du mois d'Aouſt, auquel répond dans le premier des deux Vers précedens, le mot Latin *Horret*, qui appartient au Signe de la Vierge, & dont la premiere lettre H eſt la 8. de l'Alphabet; ajoutez 8 à 25, & ôtez 30 de la ſomme 33. Le reſte fait connoître que le Soleil eſt au 3. degré de la Vierge le 25 du mois d'Aouſt.

REMARQUES.

Dans ce Problême, & dans le précedent, nous avons ſuppoſé que l'on ſçait l'ordre des douze Signes du Zodiaque, & les mois qui leur répondent ce que peu de perſonnes ignorent: néanmoins nous avons ici ajoûté ces deux Vers Latins en faveur de ceux qui ne le ſçavent pas.

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

Le premier Signe *Aries* repond au mois de Mars, le ſecond *Taurus*, au mois d'Avril, & ainſi de ſuite, juſqu'au dernier *Piſces*, qui repond au mois de Fevrier.

Voici les caracteres ou figures dont les Aſtronomes & les Aſtrologues ſe ſervent pour exprimer les douze Signes.

♈ marque le Belier.
♉ marque le Taureau.
♊ marque les Gemeaux.
♋ marque l'Ecreviſſe, ou le Cancer.
♌ marque le Lion.
♍ marque la Vierge.
♎ marque la Balance.
♏ marque le Scorpion.
♐ marque le Sagittaire.
♑ marque le Capricorne.
♒ marque le Verſeur d'eau.
♓ marque les Poiſſons.

PROBLEME XXX.

Trouver le lieu de la Lune dans le Zodiaque en un jour propoſé de l'année.

ON trouvera premierement le lieu du Soleil dans le Zodiaque, comme il a été enſeigné au Problême précedent, & enſuite la diſtance de la Lune au Soleil, ou l'arc de l'Ecliptique, com-

pris entre le Soleil & la Lune, comme nous allons enſeigner.

Ayant trouvé par le Problême XV l'âge de la Lune, & l'ayant multiplié par 12, diviſez le produit par 30. Le quotient donnera le nombre des Signes, & le reſte de la diviſion donnera le nombre des degrez de la diſtance de la Lune au Soleil. C'eſt pourquoi ſi, ſelon l'ordre des Signes, on compte cette diſtance, dans le Zodiaque, en commençant depuis le lieu du Soleil, on aura le lieu de la Lune qu'on cherche.

Comme ſi l'on veut ſçavoir le lieu où étoit la Lune le 8 May 1693, le Soleil étant au 27. degré du Taureau, & l'âge de la Lune étant 14, multipliez 14 par 12, & diviſez le produit 168 par 30. Le quotient 5, & le reſte 18 de la diviſion, font connoître que la Lune eſt éloigné du Soleil de 5 Signes & de 18 degrez. Si donc on compte 5 Signes & 18 degrez dans le Zodiaque depuis le 27. degré du Taureau, qui eſt le lieu du Soleil, on tombera ſur le 15. degré du Scorpion, qui eſt le lieu de la Lune.

PROBLEME XXXI.

Trouver à quel mois de l'année appartient une Lunaiſon.

DAns l'uſage du Calendrier Romain, chaque Lunaiſon eſt eſtimée appartenir au mois où elle ſe termine, ſuivant cette ancienne maxime des Compuriſtes,

In quo completur menſi Lunatio detur.

C'eſt pourquoi pour ſçayoir ſi une Lunaiſon apar-

tient à un mois propoſé de quelque année que ce ſoit, par exemple au mois de May 1693 ayant trouvé par le Problême XV que l'âge de la Lune au dernier jour de May eſt 27. Cet âge 27 fait connoître que la Lune finit au mois ſuivant, c'eſt-à-dire, au mois de Juin, & que par conſequent elle appartient à ce mois. Il fait auſſi connoître que la Lunaiſon precedente a fini au mois de May & que par conſequent elle appartient à ce mois. Il en eſt ainſi des autres.

PROBLEME XXXII.

Connoître les années Lunaires qui ſont communes, & celles qui ſont Emboliſmiques.

CE Problême eſt aiſé à réſoudre par le moyen du précedent, par lequel on connoît facilement qu'un même mois Solaire peut avoir deux Lunaiſons. Car il ſe peut faire que deux Lunes finiſſent en un même mois, qui aura 30, ou 31 jours comme Novembre, qui a 30 jours, ou une Lune peut finir le premier de ce mois, & la ſuivante le dernier ou le 30 du même mois. Alors cette année aura treize Lunes, & ſera par conſequent Emboliſmique. En voici un exemple.

En l'année 1712 la premiere Lune de Janvier étant finie au huitiéme de ce mois, la deuxiéme de Février au ſixiéme, la troiſiéme de Mars au huitiéme, la quatriéme d'Avril au ſixiéme, la cinquiéme de Mai auſſi au ſixiéme, la ſixiéme de Juin au quatriéme, la ſeptiéme de Juillet auſſi au quatriéme, la huitieme d'Aouſt au deuxiéme, la neuviéme de Septembre au premier, la dixiéme d'Octobre auſſi au premier, l'onziéme auſſi d'Octobre

au trentiéme du même mois, la douziéme de Novembre au vingt-neuviéme, & la treiziéme de Decembre au vingt-huitiéme ; on connoît que cette année ayant treize Lune fut Emboliſmique.

On connoît que toutes les années civiles Lunaires du Calendrier nouveau, qui ont leur commencement au premier de Janvier ſont Emboliſmiques ; quand elles ont pour Epacte * 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 19, & auſſi 18 quand le Nombre d'or eſt 19.

Ainſi l'on connoît qu'en l'année 1693, dont l'Epacte étoit 3, l'année Lunaire civile fut Emboliſmique, c'eſt-à-dire, qu'elle eut treize Lunes; ce qui arriva à cauſe que le mois d'Août eut deux Lunaiſons, une Lunaiſon étant finie le premier de ce mois, & la ſuivante étant finie le trentiéme du même mois.

PROBLEME XXXIII.

Trouver combien de tems la Lune doit éclairer pendant une nuit propoſée.

AYant trouvé par le Problême XV l'âge de la Lune, & l'ayant augmenté d'une unité, multipliez la ſomme par 4, ſi cette ſomme ne paſſe pas 15 ; car ſi elle paſſe 15, il la faut ôter de 30 & multiplier le reſte par 4. Après quoi diviſez le produit par 5. Le quotient donnera autant de douziémes parties de la nuit, pendant leſquelles la Lune luit. Ces douziémes parties ſont appellées *Heures inegales*. Il faut les compter après le coucher du Soleil, lorſque la Lune croît & avant le lever du Soleil, lorſque la Lune décroît.

Si l'on veut ſçavoir le temps que la Lune éclair

pendant la nuit du 21 May 1693, où l'âge de la Lune étoit 17; ajoûtez 1 à 17, & ôtez la ſomme 18 de 30, il reſtera 12, lequel étant multiplié par 4, & le produit 48 étant diviſé par 5, le quotient donnera 9 heures inégales, & $\frac{3}{5}$, pour le tems pendant lequel la Lune éclaira la nuit avant le lever du Soleil.

Si je veux ſçavoir combien de tems la Lune éclairera pendant la nuit du 14 au 15 de Fevrier de l'année 1730. Je trouve d'abord que l'âge de la Lune du 14 Février eſt 26, auquel ayant ajoûté 1, la ſomme ſera 27. Je retranche cette ſomme 27 de 30, il reſte 3, que je multiplie par 4. Je diviſe le produit 12 par 5, le quotient eſt $2\frac{2}{5}$, qui ſont des heures inégales, c'eſt-à-dire, huit douziémes parties de l'arc nocturne, qu'on réduira en heures égales & aſtronomiques par la remarque ſuivante.

REMARQUE.

Il eſt aiſé de réduire les Heures inégales en Heures égales, ou Aſtronomiques, qui ſont la 24e. partie d'un jour naturel, comprenant le jour & la nuit, lorſque l'on ſçait la longueur de la nuit au jour propoſé. Comme dans ce premier exemple, ſçachant qu'à Paris la nuit du 21 May eſt de 8 heures 34 minutes, en diviſant ces 8 heures & 34 minutes par 12 on aura 42 minutes & 50 ſecondes pour la valeur d'une heure inégale, laquelle étant multiplié par $9\frac{3}{5}$, qui eſt le nombre des heures inégales, pendant leſquelles la Lune éclaire depuis ſon lever juſqu'au lever du Soleil, on aura 6 Heures égales, & environ 51 minutes

pour le tems compris entre le lever de la Lune & le lever du Soleil.

COROLLAIRE.

Par-là on peut *trouver l'heure du lever de la Lune*, lorſqu'on ſçait l'heure du lever du Soleil ; car ſi à l'heure du lever du Soleil, qui eſt 4 heures & 27 minutes, on ajoûte 12 heures, & que de la ſomme 16 heures & 17 minutes, on ôte 6 heures & 51 minutes, qui eſt le tems compris entre le lever de la Lune & le lever du Soleil, on aura au reſte 9 heures & 26 minutes pour l'heure du lever de la Lune.

PROBLEME XXXIV.

Trouver la hauteur du Soleil, & tracer la Ligne Méridienne.

LOrſque dans le Problême III nous avons enſeigné la maniere de trouver la Latitude d'un lieu propoſé de la Terre, nous avons ſuppoſé que l'on ſavoit connoître la hauteur du Soleil, & la Ligne Méridienne, puiſque nous nous ſommes ſervi de la Hauteur Méridienne. Ainſi on trouvera bon que nous ajoûtions ici en peu de mots le moyen de connoître la hauteur du Soleil en tout tems, & la maniere de tracer la Ligne Meridienne.

I.

Premierement, pour trouver la hauteur du Soleil à quelque heure du jour, élevez à angles droits ſur un plan horiſontal, le ſtile AB d'une longueur priſe à volonté. Marquez un point, comme C, à l'extrêmité de l'ombre du ſtile AB, dans le tems Planche 35. Fig. 12.

Plan. 35. Fig. 126. que vous voudrez connoître l'élevation du Soleil sur l'horiſon. Après cela tirez par le pied du ſtile A, & par le point d'ombre C, la ligne AC, qui repreſentera le vertical du Soleil. Tirez à AC par le même pied du ſtile A, la perpendiculaire AD égale au ſtile AB. Enfin menez par le point D, & par le point d'ombre C, la droite CD, qui repreſentera le rayon du Soleil, tiré de ſon centre par l'extrêmité B du ſtile AB, & qui fera au point C, avec le vertical du Soleil AC, l'angle ACD. Cet angle ACD étant meſuré avec un Tranſporteur, ou autrement, donnera les degrez de la hauteur du Soleil qu'on cherche.

II.

Secondement, pour trouver la Ligne Méridienne, marquez ſur quelque plan horiſontal, environ deux ou trois heures avant Midi, le point d'ombre C, comme il vient d'être dit. Décrivez du pied du ſtile A, qui repreſente le zenith, par ce point d'ombre C, la circonference de Cercle CFE, qui repreſentera l'Almicantarath du Soleil. Après cela marquez après midi un ſecond point d'ombre, comme E, lorſque l'extrêmité de l'ombre du ſtile AB ſera retournée ſur la circonferenee CFE. Ayant diviſé l'arc CE en deux également au point F, tirez par ce point de milieu F, & par le pied du ſtile A, la droite AF, qui ſera la Ligne Méridienne qu'on cherche. Voyez ce qu'on a dit au Problême 1 de la Gnomonique, Tom: II. p. 1. & au Problême 7 de la Coſmographie, Tom. II. p. 159. touchant la Ligne Meridienne de la France, qui paſſe par l'Obſervatoire de Paris.

PROBLEME XXXV.

Connoître facilement les Calendes, les Nones & les Ides de chaque mois de l'année.

I.

LEs Calendes, les Nones & les Ides, qui étoient autrefois en uſage parmi les Romains, ſe peuvent connoître facilement par le moyen de ces trois Vers Latins.

Principium menſis cujusque vocato Kalendas;
Sex Maius Nonas, *October, Julius & Mars;*
Quatuor at reliqui: dabit Idus *quilibet Octo.*

dont le premier montre que les *Calendes* ſont le premier jour de chaque mois, ce premier jour étant chez les Romains le premier jour de l'apparition de la Lune ſur le ſoir, auquel ils avoient coûtume d'appeller à la Ville le peuple de la campagne, pour apprendre ce qu'il avoit à faire pendant le reſte du mois.

Le ſecond Vers fait connoître que les *Nones* ſont les ſeptiémes jours des quatre mois Mars, May, Juillet & Octobre, & les cinquiémes jours des autres mois; & l'on connoît par le troiſiéme Vers, que les *Ides* ſont huit jours après les Nones, ſçavoir, les quinziémes jours de Mars, May, Juillet & Octobre, & les treiziémes jours des autres mois.

II.

On peut encore prendre pour regle ces Vers François,

A Mars, Juillet, Octobre & May
Six Nones *les gens ont donné :*
Aux autres mois quatre gardé,
Huit Ides *à tous accordées.*

Ces quatre Vers ont le même ſens & la même explication que les deux derniers Vers Latins.

REMARQUES.

Les Romains comptoient les autres jours à rebours, allant toujours en diminuant ; & ils donnoient le nom des Nones d'un mois aux jours qui ſont entre les Calendes & les Nones de ce mois : le nom des Ides d'un mois aux jours qui ſont entre les Nones & les Ides de ce mois, & le nom des Calendes d'un mois aux jours qui reſtent depuis les Ides juſqu'à la fin du mois précedent.

Ainſi dans les quatre mois, par exemple, Mars, May, Juillet, & Octobre, où les Nones ont ſix jours, le deuxiéme jour du mois s'appelle VI°. *Nonas*, c'eſt-à-dire, le ſixiéme jour avant les Nones, la prépoſition *antè* étant ſous-entendue. De même le troiſiéme jour ſe nomme V°. *Nonas*, pour dire le cinquiéme jour des Nones, ou avant les Nones, & ainſi des autres. Mais au lieu d'appeller le ſixiéme jour du mois II°. *Nonas*, on dit, *Pridie Nonas*, c'eſt-à-dire, la veille des Nones. On dit auſſi *poſtridie Calendas*, le jour d'après les Calendes ; *poſtridie Nonas*, le jour d'après les Nones ; *poſtridie Idus*, le jour d'après les Ides.

PROBLEME XXXVI.

Connoître quel quantiéme des Calendes des Nones, & des Ides répond à un certain quantiéme d'un mois donné.

IL faut faire attention à la remarque qu'on vient de faire, qui eſt que tous les jours qui ſont entre les Calendes & les Nones, appartienent aux Nones, les jours qui ſont entre les Nones & les Ides portent le nom des Ides, & que ceux qui ſont entre les Ides & les Calendes du mois ſuivant, portent le nom des Calendes de ce même mois. Cela ſuppoſé,

1°. Si le quantiéme du mois appartient aux Calendes, ajoûtez 2 au nombre des jours du mois & de la ſomme retranchez le nombre donné. Le reſte ſera le quantiéme des Calendes.

Si vous voulez ſçavoir, par exemple, à quel quantiéme des Calendes le 25°. May répond: ce jour appartient au Calendes, puiſqu'il eſt entre les Ides de May & les Calendes de Juin. Le mois de May a 31 jours; auquel nombre ajoûtez 2. De la ſomme 33 retranchez 25, il reſtera 8 qui marque que le 25 de May répond au 8e. des Calendes de Juin, c'eſt-à-dire, que le 25 May étoit appellé chez les Romains VIII°. *Calendas Junii.*

2°. Si le quantiéme du mois appartenoit aux Ides ou aux Nones, ajoûtez 1 au nombre des jours écoulez depuis le premier du mois juſqu'au Ides ou aux Nones incluſivement. De cette ſomme retranchez le Nombre donné, qui eſt le quantiéme du mois. Le reſte ſera préciſément le quantiéme des Nones & des Ides.

Je ſuppoſe, par exemple, que le quantiéme du mois ſoit le 9 May ; ce jour appartient aux Ides parce qu'il ſe trouve entre le ſeptiéme jour des Nones & le quinziéme jour des Ides. Si on ajoûte 1 à 15, & que de la ſomme 16 on retranche 9, le reſte 7 marque que le 9e. de May répond au 7e. des Ides de ce mois ; c'eſt-à-dire, que le 9e. du mois de May étoit appellé chez les Latins VII°. *Idus Maii.*

De même ſi le quantiéme du mois étoit le cinquiéme May, ce jour appartient aux Nones, parce qu'il eſt entre le 1 & le 7. Ajoutant donc 1 à 7, & de la ſomme 8 ôtant 5, qui eſt le quantiéme du mois, le reſte 3 montre que le cinquiéme May répond au 3e. des Nones, c'eſt-à-dire ; que ce jour-là étoit appellé chez les Romains III°. *Nonas Maii.*

PROBLEME XXXVII.

Le quantiéme des Calendes, des Ides, ou des Nones, étant donné, trouver quel quantiéme du mois doit y répondre.

ON ſatisfera à cette queſtion par une méthode toute ſemblable à celle qu'on vient de donner dans le Problême précedent. Il y a néanmoins cette difference, qu'au lieu de ſouſtraire le quantiéme du mois pour avoir le quantiéme des Calendes, &c. on ſouſtrait le quantiéme des Calendes, pour avoir celui du mois.

Je cherche, par exemple à quel quantiéme du mois doit repondre VI° *Calendas Junii*, le 6 des Calendes de Juin. Puiſque les Calendes ſe comptent en rétrogradant depuis le 1 Juin vers les Ides de May, il eſt clair que le 6 des Calendes

de Juin répond à un des jours du mois de May. Et comme ce mois a 31 jours, j'ajoute 2 à 31. De la ſomme 33, je retranche 6, qui eſt le quantiéme des Calendes. Il reſte 27, qui marque que le 6 des Calendes de Juin répond au 27 May.

On fera la même choſe à l'égard des Nones & des Ides.

REMARQUE.

Il ſera facile de ſatisfaire aux deux queſtions précedentes, ſi on a un Calendrier où les jours des Calendes, des Nones & des Ides ſoient marquez vis-à-vis les quantiémes des mois, comme on le voit dans le Calendrier Eccleſiaſtique.

PROBLEME XXXVIII.

Trouver la ſituation d'un Port.

POur bien entendre ce que c'eſt que la ſituation d'un Port, il faut remarquer, 1°. Que la pleine Mer n'arrive pas ſur toutes les côtes en même tems, mais chaque lieu a un tems particulier pour ſes marées.

2° Que le tems des marées n'eſt pas attaché aux heures du Soleil, mais à celles de la Lune. De ſorte que les heures de la Lune retardant tous les jours de 48′ ou $\frac{4}{5}$ d'heure, les marées retardent pareillement de $\frac{4}{5}$ d'heure.

3°. Les marées ne ſont rien autre choſe que le flux & le reflux de la mer, dont les eaux s'élevent & s'abaiſſent deux fois chaque jour Lunaire. Elles montent pendant ſix heures, & deſcendent pendant le même eſpace de tems. Le mouvement des

eaux s'appelle en montant *Flux de Mer*, ou Flot, & en descendant, *Reflux de la Mer*, *Ebe*, ou *Jusan*. On dit qu'il est *pleine Mer*, lorsque la Mer étant montée à son plus haut point, est prête à se retirer, & basse Mer après qu'elle est retirée.

3°. La situation d'un Port est proprement l'heure de la Lune à laquelle la pleine Mer arrive dans ce Port. Les Pilotes marquent les heures de la Lune par les airs de vent, dont chacun vaut $\frac{3}{4}$ d'heure.

Pour trouver la situation d'un Port, il suffit d'observer une fois à quelle heure de la Lune la pleine Mer arrive dans le Port.

Lors, par exemple, que la pleine Mer arrive dans un Port, je trouve que l'ombre de la Lune montre trois heures sur un Cadran qui marque les heures par un axe, comme sont les horisontaux. D'où je conclus que la situation de ce Port est 3 heures que les Pilotes marqueroient par NE & SO; c'est-a-dire, Nord-Est, & Sud-Oueſt, parce que chaque aire de vent vaut $\frac{3}{4}$ d'heure, & que NE, & SO, sont éloignez de 4 points du Meridien, qui valent 4 fois $\frac{3}{4}$ d'heure, ou trois heures.

PROBLEME XXXIX.

Ayant la situation d'un Port & l'âge de la Lune; trouver l'heure de la pleine Mer.

L'Heure de la Nouvelle-Lune ne se peut connoître que par les rayons du Soleil, puisque lui étant conjointe, si elle envoyoit quelques rayons, ils se confondroient avec ceux du Soleil. Mais lorsque la Lune est pleine, & qu'elle est sur notre horison, elle se trouve dans le point de l'E-

cliptique où le Soleil ſe trouvoit douze heures auparavant. Ainſi la Nouvelle & la Pleine-Lune ramenent les marées aux heures du Soleil ; c'eſt-à-dire que la Pleine Mer arrivera le jour de la Nouvelle ou de la Pleine-Lune à l'heure qui aura été obſervée pour connoître la ſituation du Port.

Il ne s'agit donc que de connoître l'heure de la pleine Mer dans les autres jours de la Lune. Mais ces jours peuvent être conſiderez ou devant la Pleine-Lune ou après.

Si l'âge de la Lune eſt au deſſous de 15, multipliez cet âge par $\frac{4}{5}$ & vous aurez les heures du retardement. Ayant gardé le quotient, multipliez ce qui reſtera par 12, pour avoir les minutes. Ajoûtez le tout à la ſituation du Port, & vous aurez l'heure de la Pleine Mer.

Si l'âge de la Lune eſt au-deſſus de 15, ôtez 15 de cet âge, & operez ſur le reſte de la même maniere qu'on vient d'enſeigner.

Problême XV.

La ſituation du port étant 3 heures, & l'âge de la Lune ayant été trouvé 18, ôtez 15 de 18, multipliez le reſte 3 par $\frac{4}{5}$: il viendra au quotient 2 heures, & il reſtera 2, que vous multiplierez par 12 le produit donnera 24 minutes. Ajoûtant 2 heures 24 minutes à 3 heures qui ſont la ſituation du Port, vous trouverez 5 heures 24 minutes pour la pleine Mer de ce jour-là.

PROBLEME XL.

Repreſenter le Globe Terreſtre en plan.

LA Carte qui repreſente toute la ſurface du Globe Terreſtre ſur une ſurface plate, ſe nomme *Planiſphere*, *Mappemonde*, & *Carte générale du Globe Terreſtre.*

On repreſente ordinairement cette Carte en deux Hémiſpheres, parce que le Globe artificiel du Globe Terreſtre, ne pouvant être vû d'un ſeul aſpect, on eſt contraint de le repreſenter en plan en deux moitiez, dont chacune eſt appelléc Hémiſphere. Il y a trois manieres de le décrire ainſi.

La premiere eſt de le repreſenter diviſé par l'Equateur en Hémiſphere Septentrional, & en Hémiſphere Meridional.

La ſeconde eſt de le faire voir diviſé par l'Horiſon, en Hémiſphere ſupérieur & en Hemiſphere inférieur, par rapport à chaque poſition.

La troiſiéme eſt de le décrire diviſé par le premier & le 180. Méridien, en Hémiſphere Oriental & en Hémiſphere Occidental.

On peut ſe ſervir de deux méthodes pour repreſenter ces ſortes d'Hémihſperes.

La premiere ſuppoſe le Globe vû par le dehors & en convéxe, & tel qu'il paroît à le voir d'une diſtance infinie.

La ſeconde conſidere le Globe vû en creux par le concave, & ſuppoſe que l'œil de celui qui decrit la Carte eſt à la convexité & ſurface du Globe, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe.

I.

Lorſqu'on repreſente le Globe vû en convexe, diviſé par l'Equateur, en Hémiſphere Septentrional & Méridional ; on ſuppoſe dans la deſcription du Septentrional, Arctique ou Boreal, l'œil vis-à-vis du Zenith ou du Pole Arctique, à diſtance infinie du plan de projection. Tous les Méridiens deviennent alors des lignes droites qui s'entrecoupent au Pole Arctique, & les Paralleles deviennent des cercles également diſtans entr'eux, mais beaucoup plus ſerrez vers l'Horiſon que vers le Pole Arctique. De même lorſque l'on décrit le Méridional, ou plûtôt l'Antarctique & Auſtral, on ſuppoſe l'œil vis-à-vis du Pole Antarctique. Tous les Méridiens & les Paralleles ſont comme dans l'Hémiſphere Septentrional.

Au contraire, lorſqu'on repreſente en creux, on ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'Hémiſphere Septentrional, eſt au Pole Méridional ou Auſtral à la convexité & ſurface du Globe Terreſtre, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe à travers l'Equateur, qui ſert de plan. Tous les Méridiens y ſont repreſentez de même que dans la précédente, par des lignes droites, & les Paralleles par des cercles également diſtans entr'eux, mais dont les eſpaces ſont plus petits vers le Pole Septentrional ou Boreal, que vers l'Equateur, parce qu'ils ſont plus éloignez de celui qui regarde ou décrit la figure, & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans la précedente Carte, paroîtront à gauche.

Pour y remedier, & rendre cet Hémiſphere ſemblable à ce qui ſe voit par la forme convexe, il faut tourner la figure, ce qu'une contr'épreuve fait

aiſément, offrant à la vûe des parties telles qu'elles ſe voyent dans le convexe, & pour lors celui qui regarde la Carte, ſe doit mettre vis-à-vis du Pole oppoſé, & à une diſtance égale au demi-diamétre da la figure.

Cette maniere de repreſenter le Globe Terreſtre, n'a d'autre défaut que de couper les parties des Continens, & peut paſſer pour une des meilleurs.

II.

Lorſque par la premiere méthode on repreſente le Globe en convexe, diviſé par l'Horiſon en Hémiſphere ſupérieur & en Hémiſphere inférieur, par rapport à quelque poſition, comme à Paris, on ſuppoſe d'abord l'œil vis-à-vis du Zenith de l'Hémiſphere ſupérieur, & à diſtance infinie du plan de projection. Enſuite on le ſuppoſe vis-à-vis du Zenith de l'Hémiſphere inferieur de l'Antipode de Paris, & pour lors tous les Méridiens & les Paralleles ſont repréſentez par des Ellipſes, excepté le Méridien qui paſſe par le Midi & le Minuit du lieu propoſé. Toutes les parties de ces Hémiſpheres ſont repreſentées plus ſerrées à proportion qu'elles s'approchent de l'Horiſon.

Mais lorſqu'on les repreſente en creux, on ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'Hemiſphere ſupérieur de Paris, eſt au Nadir, à la concavité du Globe, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe, à travers le cercle de l'Horiſon, qui ſert de plan. De même l'œil de celui qui décrit l'Hémiſphere inferieur, eſt à la convexité du Globe au Nadir, qui eſt le Zenith de Paris, & le point oppoſé d'où il regarde de même tous les lieux terreſtres à travers le cercle de l'Horiſon. Tous les Meridiens & les Paralelles y ſont repré-

ſentez par des portions de cercle, excepté le Méridien du lieu propoſé, mais dont les eſpaces augmentent en grandeur à proportion qu'ils s'approchent de l'Horiſon, & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans les precedentes Cartes, paroiſſent àgauche.

On peut rendre cet Hémiſphere ſemblable à l'autre par une contr'épreuve, qui fera voir les parties du même côté.

III.

Lorſqu'on repreſente le Globe en convexe, diviſé par le premier & le 180e. Meridien en Hémiſphere Oriental & en Occidental; pour l'Oriental on ſuppoſe l'œil à une diſtance infinie du plan de projection vis-à-vis la ſection du 90e. Méridien, & de l'Equateur, pour l'Occidental on ſuppoſe l'œil vis-à-vis la ſection du 270e. Méridien & de l'Equateur, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe à travers le premier & le 180e. Méridien, qui ſervent de tableau & de plan. Alors les Méridiens deviennent des Ellipſes, excepté le 90e. Méridien & le 270e. qui ſont des lignes droites. Le premier Méridien & le 180e. ſont repreſentez par des demi-cercles, & les Paralleles le ſont par des lignes droites. Les parties des terres ſont repreſentées plus étendues vers le milieu, & plus ſerrées vers les extrêmitez, ſelon les regles de l'Optique.

Il arrive le contraire lorſqu'on repreſente ces Hémiſpheres par la ſeconde méthode, c'eſt-à-dire, en creux. On ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'Hémiſphere Oriental eſt à la convexité & ſurface du Globe vis-à-vis la ſection du 270e. Méridien & de l'Equateur, & qu'il eſt à celle du 90e.

Méridien & de l'Equateur, pour décrire l'Hémiſphere Occidental, d'où il regarde tous les lieux de la Terre ſur le plan du premier & du 180e. Méridien, qui ſervent de tableau, & voit l'Europe à ſa droite, & l'Aſie à ſa gauche, mettant le Nord en haut : ainſi les parties parroiſſent tout autrement que vûes par le dehors. Les Méridiens & les Paralleles ſont marquez par des cercles & par des portions de cercles, excepté l'Equateur, le 90. & le 270e. Méridien, qui ſont des lignes droites. Les parties de la Terre ſont plus ſerrées vers le milieu de la Carte, que vers les extrêmitez, étant les plus éloignées de l'œil.

Pour y remedier, & rendre ces Hémiſpheres ſemblables à ce qui ſe voit par la forme convexe, il faut tourner la Carte, ce qu'une contr'épreuve fait aiſément, offrant à la vûe les parties telles qu'elles ſe voyent dans le convexe; & pour lors celui qui regarde la Carte, doit ſe mettre vis-à-vis l'interſection du 90e. Méridien & de l'Equateur pour l'Hémiſphere Oriental, vis-à-vis l'interſection du 270e. Méridien & de l'Equateur pour l'Occidental, & à une diſtance égale au demi-diametre de l'Equateur de la Carte.

AVERTISSEMENT.

Ce qu'on a dit dans ce Problême eſt extrait de l'Introduction à la Geographie par M. *Moulart-Sanſon*. On y verra les differentes projections rapportées ci-deſſus, & d'autres manieres de décrire & de repreſenter le Globe Terreſtre.

Principes de Géographie touchant la maniere dont le Soleil éclaire la Terre, par le R. P. Deſchalles.

PROBLEME XLI.

Trouver la durée du plus grand jour dans une latitude moindre que 66 degrez 30 minutes.

LA Science de la Sphere nous apprend qu'en quelque latitude que ce ſoit, c'eſt le Tropique du côté du Pole apparent, qui eſt comme la régle du plus grand jour de l'année; & au contraire le Tropique du côté du Pole caché, eſt la meſure du plus court jour. Cela étant, le plus long jour en ce pays-ci ſitué au Septentrion, eſt le 22 Juin, & depuis ce terme le jour décroit juſqu'au 23 Decembre, & de-là le Soleil remontant vers Juin aggrandit les jours. Nous ſçavons auſſi que plus la latitude eſt grande, plus les Tropiques ſont coupez inégalement; & c'eſt-là la raiſon pourquoi le jour eſt plus long, & la nuit plus courte dans une grande latitude; & réciproquement la nuit plus grande & le jour plus court dans une petite latitude. De-là vient auſſi qu'on prend le plus grand jour comme la meſure de l'accroiſſement & décroiſſement des jours & des nuits; car étant donnée la durée du plus long jour dans une certaine latitude, on ſçaura aiſément par les méthodes que nous donnerons ci-après, la durée de quelque jour que ce ſoit; comme auſſi la durée du plus long jour dans chaque latitude. Ce que l'on éprouvera, ſi ayant diſpoſé le Globe ſelon la latitude du Pays, on compte les degrez du Tropi-

que voisin du Pole apparent, qui sont sur l'Horison, ce nombre sera la durée du plus long jour.

Ou autrement, en transportant le premier degré de Cancer sur l'Horison Oriental, & marquant le point de l'Equateur, qui se leve en même tems; soit ensuite tourné le Globe jusqu'à ce que ce premier degré de Cancer soit à l'Horison Occidental, & soit marqué derechef le point de l'Equateur, qui est à l'Horison Oriental. Le nombre des degrez de l'Equateur compris entre ces deux points, vous donnera l'arc diurne, & s'il est divisé par 15, vous aurez la quantité des heures.

Vous connoîtrez la même chose par la Mappemonde, en appliquant l'Horison ou Regle mobile sur la latitude proposée, & marquant combien de degrez du Tropique sont compris entre cette Régle & le Méridien. Ces degrez contiennent l'arc semi-diurne, & étant doublez, ils donneront l'arc diurne entier. Et si l'on veut avoir les minutes, pour agir avec plus de précision, il faut se servir de la Trigonométrie en cette sorte.

Planche 36. Fig. 35. Soit, par exemple, ABCD le Cercle Meridien, les Poles A & C, l'Horison BD, l'élevation du Pole AD, l'Equateur EF, GH le Tropique coupant l'Horison en I, & AIC un cercle horaire.

Comme dans l'Equinoxe le Soleil se leve à 6 heures, le cercle AOC sera le cercle de 6 heures, & l'arc OK montrera de combien le Soleil étant en Cancer, se leve devant 6 heures: c'est pourquoi il faut connoître la valeur du Triangle OIK, dans lequel trois choses sont données: sçavoir, l'angle IOK, dont la mesure est DF, complement de la hauteur du Pole AD, l'angle K est aussi connu, étant droit, & la déclinaison du Soleil

parcourant le Tropique, qui eſt l'Arc IK. Soit donc fait cet Analogie.

Comme la tangente de l'arc FD du complement de l'élevation du Pole,
A la tangente de l'arc KI de déclinaiſon de 23 *d.* 30′
Ainſi le Sinus total de l'arc OF,
Au Sinus total de l'arc OK.

& de la ſorte on aura cet arc.

L'arc OK eſt la difference aſcenſionnelle : & l'on a des Tables des differences aſcenſionnelles.

THEOREME I.

Le Soleil éclaire moins que la moitié de la Terre par une illumination centrale, & il en éclaire la moitié ſenſiblement.

QUe le Soleil ſoit A, la Terre B, & que le point C ſoit celui qui ſert de Pole ou de centre au Soleil. Je dis que ce point éclaire moins de la moitié de la Terre. Tirez les tangentes CF, CE, & la ligne CB, qui paſſe par le centre de la Terre. Menez auſſi les lignes BF, BE. Planche 36. Fig. 36.

Démonſtration.

Dans le Triangle CBE, l'angle E eſt droit par la 18 du 3 d'Euclide : donc l'angle CBE ſera aigu ; donc l'arc GE eſt plus petit qu'un quart de cercle, & FGE moindre qu'un demi-cercle ; & comme l'on peut appliquer la même demonſtration à tous les plans qu'on peut imaginer, le Soleil éclairera moins de la moitié de la Terre. Ce-

pendant parce que le Soleil eſt ſi éloigné, que BE demi-diametre de la Terre n'eſt que la 7000e. partie de cette diſtance BE, ces deux lignes CB, CE, ſont auſſi phyſiquement paralleles que le ſeroient deux lignes éloignées entr'elles d'un pied, leſquelles concourroient ſeulement à la diſtance de 7000 pieds.

THEOREME II.

Le Soleil éclaire 15 minutes plus que la moitié de la Terre d'une illumination imparfaite.

Planche 36. Fig. 37. LE Soleil A éclaire d'une illumination centrale l'Hémiſphere de la Terre GI. Qu'on tire la tangente AO, l'arc CI ſera ſenſiblement un quart de cercle par le Théoreme précedent. Qu'on tire auſſi du bord du Soleil la tangente EF, à laquelle on menera la perpendiculaire FB par le point d'attouchement F. Je dis que l'arc FI ſera de 15 minutes, & qu'il ne ſera pas éclairé du centre du Soleil. Donc un arc de 15 minutes eſt éclairé d'une illumination imparfaite.

Démonſtration.

Les Triangles DBF, DOI, ont les angles F & I droits, par 18, 3; & l'angle BDF eſt commun. Donc les angles EOA, DBF, ſont égaux, & l'angle EOA étant de 15 minutes, ou de la moitié de la grandeur apparente du Soleil, l'angle DBF ou l'arc FI eſt de 15 minutes.

THEOREME III.

Le Soleil éclaire par une illumination parfaite 15 minutes moins que la moitié de la Terre.

Planche 37. Fig. 38.

QUe le point A ſoit un point de la ſurface du Soleil, ou bien ſon centre. Que la Terre ſoit B; & qu'on tire des deux bords du Soleil deux lignes GI, QD, qui touchent la ſurface de la Terre au point I & D. Je dis que CI eſt un quart de cercle moins 15 minutes, & que l'arc DI eſt de 30 minutes.

Démonſtration.

Dans les Triangles KBD, KLI, les angles I & D ſont droits par 18, 3, & l'angle K commun. Donc les autres angles DBK, KLI, ſont égaux, & l'angle KLI étant de 30 minutes, comme étant celui qui meſure le Diametre apparent du Soleil, l'angle DBI, qui lui eſt égal, ou l'arc DI eſt par conſequent de 30 minutes. Or l'arc DC, par la précedente contient un quart de cercle, & 15 minutes. Donc l'arc CI, qui contient tout ce que le Soleil éclaire de ce côté-là parfaitement, eſt moindre de 15 minutes qu'un quart de cercle.

COROLLAIRE.

L'illumination de la Terre n'eſt pas préciſe, mais elle a une Penombre de 30 minutes; car nous venons de voir que le Soleil éclaire 15 minutes moins que la moitié de la Terre d'une illumination parfaite, & par la précedente il éclaire imparfaitement 15 minutes plus que la moitié de la Terre. Le Soleil éclaire donc ſur la Terre d'une illumina-

Planche 37. Fig. 38. tion parfaite un Hémiſphere moins une Zone de 15 minutes ; la Pénombre occupe un demi-degré, la moitié de laquelle, ſçavoir, celle qui fait partie de l'Hémiſphere éclairé, tient plus de la lumiere que des ténébres ; & l'autre moitié qui fait partie de l'Hémiſphere ombré, a plus de ténébres que de lumiere. Ainſi partageant le differend, nous parlerons doreſnavant comme ſi le Soleil éclairoit la moitié de la Terre, & que le bord de ce qui eſt éclairé, fût un grand cercle.

REMARQUES.

Dans l'Hémiſphere θCM, c'eſt-à-dire, dans tout ce qui eſt éclairé ſur la Terte d'une illumination centrale, il n'y a d'éclairé parfaitement que la partie ICN, laquelle eſt éclairée des deux bords & du centre du Soleil : c'eſt-àdire de tout le diamétre apparent du Soleil, & tout ce qui n'eſt pas éclairé de cette façon, ne l'eſt qu'imparfaitement. Ainſi nous diſons que la partie θCN, éclairée du centre A, & terminé par le rayon ON, ne pouvant être toute éclairée du bord G, comme elle l'eſt du bord O, ne ſera pas toute éclairée parfaitement (le rayon GI étant une tangente, le petit arc Iθ, qui eſt au-delà du point d'attouchement I, ne peut pas en être éclairé.)

Pareillement dans l'arc MCI, terminé par le rayon IG, il ſe trouve une portion MN, qui ne peut pas être vûe du bord oppoſé O : & comme elle eſt égale à la portion θI, elle ſera privée comme elle d'un nouveau degré de lumiere. Donc le ſeul eſpace ICN, qui peut être éclairé du centre & des deux bords du Soleil, ſera celui qui ſera éclairé parfaitement.

DI Pénombre dont l'étenduë de 30' eſt égale au diamétre apparent du Soleil.

θI moitié de la Pénombre déclinante en lumiere.

θD l'autre moitié de la Pénombre déclinante en ténebres, c'eſt cette Zone de 15' que le Soleil éclaire, outre la moitié de la Terre, mais imparfaitement.

θCM arc de l'illumination centrale, qui eſt ſenſiblement un demi-cercle ou un Hémiſphere, dont le bord θBM peut être pris pour un grand cercle déterminant la moitié de la Terre.

THEOREME IV.

Le Soleil parcourant l'Equateur, éclaire les deux Poles d'une illumination centrale.

QUe le cercle BC ſoit l'Equateur de la Terre A, dans le plan duquel le Soleil ſe trouve, & que la ligne DA, tirée du centre du Soleil à celui de la Terre, paſſe par l'Equateur au point B. Je dis que les deux Poles F & G ſeront éclairez par une illumination centrale, c'eſt-à-dire, que les deux Poles verront le centre du Soleil. Plan. 37. Fig. 39.

Démonſtration.

Le Soleil éclaire de tous côtez un quart de cercle la Terre. Donc BF, BG ſont chacun un quart de cercle, qui eſt la diſtance qu'il y a depuis l'Equateur juſques aux Poles; par conſequent les point F & G, auſquels ſe terminent l'illumination, ſont les Poles; & puiſque tout ce jour-là le Soleil demeure à peu près dans le plan de l'Equateur (ſes révolutions étant ſenſiblement des cercles) le bord de l'illumination paſſera toujours par les Poles.

COROLLAIRE.

Quand le Soleil eſt dans l'Equateur, le cercle qui borne l'illumination eſt un Méridien, ou cercle horaire qui paſſe par les Poles.

THEOREME V.

Un des Poles eſt autant dans l'Hémiſphere éclairé & l'autre autant dans la nuit que le Soleil a de déclinaiſon.

Planche 37. Fig. 40.

QUe les points B & C ſoient les Poles de la Terre BDC, DL l'Equateur, l'arc DE la déclinaiſon du Soleil, par exemple, de 20 degrez. Je dis que le Pole C eſt à 20 degrez dans la nuit, c'eſt-à-dire, dans l'Hémiſphere qui n'eſt pas éclairé, & que le Pole B eſt d'autant de degrez dans l'illumination; de ſorte que les arcs BH, CG, ſont de 20 degrez.

Démonſtration.

L'Equateur DL eſt éloigné des Poles B & C d'un quart de cercle. Donc les arcs DB, DC, ſont des quarts de cercle. Pareillement depuis le point E, qui eſt le milieu de l'illumination juſques à ſon bord il y a un quart de cercle : donc les arcs EH, EG, ſont auſſi des quarts de cercle égaux aux arcs DB, DC; & ôtant l'arc EB, qui leur eſt commun, reſtent les arcs égaux DE, BH, de 20 degrez chacun. Je démontrerai de la même maniere que les arcs DE, GC, ſont égaux.

COROLLAIRE I.

Parce que le Soleil a ſenſiblement la même dé-

clinaiſon pendant tout un jour, le bord de l'illumination demeure tout ce jour-là également éloigné des Poles, & parcourt le Paralléle HK, lequel comprend tous les pays qui voyent le Soleil pendant tout le jour. Pareillement le Parallele GI vers l'autre Pole C, contient tous les Pays qui ne le voyent point. On appelle celui-ci un Parallele de nuit continue, & le premier un Parallele de jour continû. Planche 37. Fig. 402

COROLLAIRE II.

Les Paralleles autant éloignez des Poles que le Soleil a de déclinaiſon, ſont ceux de la nuit & du jour continû.

COROLLAIRE III.

Depuis le jour de l'Equinoxe juſques aux Solſtices, le bord de l'illumination parcourt les Paralleles de jour & de nuit continus, leſquels vont croiſſant à meſure que la déclinaiſon du Soleil augmente; car nous avons démontré qu'elle eſt toujours égale à la diſtance du bord de l'illumination aux Poles. Il s'enſuit donc qu'au jour du Solſtice qui eſt celui de la plus grande déclinaiſon, l'illumination parcourt le plus grand de ces Paralleles, éloigné du pole de 23 d. 30', & le même que le cercle polaire.

PROBLEME XLII.

L'heure étant donnée, montrer ſur le Globe ou ſur la Carte le Pays auquel le Soleil eſt perpendiculaire.

POur mieux concevoir comment le Soleil éclaire la Terre, il le faut montrer ſur le Globe,

ou ſur la Mappemonde ; & pour cet effet il eſt néceſſaire de trouver en quelque tems que ce ſoit le point de la Terre, au Zenith duquel le Soleil ſe trouve. Cherchez le Parallele que le Soleil décrit ce jour-là, ſous lequel ſont tous les Pays auſquels le Soleil ſera perpendiculaire tout ce jour-là. Cherchez auſſi le Méridien dans lequel il ſe rencontre à l'heure propoſée, car le concours de ce Méridien & de ce Parallele, eſt le lieu que vous cherchez. Par exemple, pour ſçavoir étant à Paris, le pays auquel le Soleil eſt perpendiculaire le 22 Juin à ſix heures du ſoir, comptez 6 heures depuis le Méridien de Paris vers le Couchant, & regardez où ce Méridien coupe le Tropique que le Soleil parcourt ce jour-là. Vous trouverez la partie Occidentale de l'Iſle de Cuba.

PROBLEME XLIII.

Montrer ſur le Globe tous les Pays que le Soleil éclaire, & qui ont le jour ; comme auſſi ceux auſquels il eſt nuit, pour une heure donnée.

CHerchez ſur le Globe le pays auquel le Soleil eſt perpendiculaire, & mettez-le au Zenith, c'eſt-à-dire, diſpoſez le Globe ſelon la latitude de ce lieu, lequel vous mettrez ſous le Méridien. Je dis que l'horiſon ſera pour lors le bord de l'Hemiſphere éclairé.

Démonſtration.

Il y a de tous côtez 90 degrez depuis le Zenith juſqu'à l'Horiſon. Il y en a autant depuis le point auquel le Soleil eſt perpendiculaire, que nous avons mis au Zenith, juſqu'au bord de l'Hemiſ-

phere éclairé. Donc l'horiſon & le bord de l'illumination ſont le même cercle.

COROLLAIRE I.

Dans cette diſpoſition le Soleil faiſant le Midi de ce Pays, & de ceux qui ſont ſous le même Méridien, ſe leve à l'égard des pays qui ſont dans la partie Occidentale de l'Horiſon, & ſe couche à l'égard de ceux qui ſont dans la partie Orientale, ceux qui ſont ſur l'Horiſon ont le jour, & ceux qui ſont au-deſſous ont la nuit.

COROLLAIRE II.

Vous pourrez auſſi marquer les Pays qui ont le Soleil tout le jour ſans aucune nuit; car un des Poles ſera toujours ſur l'Horiſon, & l'autre deſſous, excepté le jour de l'Equinoxe, par Théoreme 5. Tous ceux qui ſeront autour du Pole élevé verront toujours le Soleil, & au contraire vers l'autre Pole les Pays qui ne monteront point ſur l'Horiſon, quand on fait tourner le Globe, auront une nuit continuelle. Enfin on peut dire en général que ſi on éleve ſur l'Horiſon un des Poles d'autant de degrez que le Soleil a de déclinaiſon, & ſi on met le pays au Méridien, & l'éguille ſur l'heure de midi, on aura la diſpoſition de l'illumination pour chaque heure, en faiſant tourner le Globe juſqu'à ce que l'éguille la marque.

THEOREME VI.

Quand le Soleil eſt dans le plan d'un grand cercle, le bord de l'Hemiſphere eclairé paſſe par ſon Pole, & le Soleil étant au Pole d'un grand cercle, le bord de l'Hémiſphere éclairé eſt la circonference de ce grand cercle.

Planche 38. Fig. 41.

QUe le Soleil ſoit dans le plan d'un grand cercle de la Terre, par exemple, de l'Horiſon, c'eſt-àdire, que la ligne tirée du centre du Soleil à celui de la Terre, coupe l'Horiſon AC au point B, & que les points D & E ſoient les Poles ou Zeniths de cet Horiſon : je dis que les points D & E ſeront éclairez.

Démonſtration.

Il y a de tous côtez un quart de cercle depuis le point B, qui eſt celui auquel le Soleil répond perpendiculairement juſqu'au bord de l'Hemiſphere éclairée EFD. Il y en a autant depuis un grand cercle juſqu'à ſon Pole. Donc le bord de l'illumination paſſe par les Poles D & E. Pareillement le point B étant celui auquel le Soleil répond perpendiculairement, il eſt évident que le bord de l'Hémiſphere éclairé ſera un grand cercle que l'on décriroit du point B comme Pole.

COROLLAIRE I.

Le Soleil étant dans le plan de l'Horiſon, le bord de l'Hémiſphere éclairé ſera un cercle vertical, diſtant de 90 degrez du point auquel cet Aſtre répond.

COROL-

Planche 38. Fig. 41.

COROLLAIRE II.

Quand le Soleil se leve au premier vertical, c'est-à-dire, au point du vrai Orient, le bord de l'Hémisphere éclairé est le même que le Méridien, parce que le point du vrai Orient est le Pole du Méridien. Ce qui arrive seulement le jour de l'Equinoxe ; & pour lors le Soleil se leve à l'égard de tous ceux qui sont dans le même Meridien, c'est-à-dire à 6 heures pour tous.

COROLLAIRE III.

Quand le Soleil se leve le vertical, qui est le bord de l'Hémisphere éclairé, décline autant du Méridien, qu'il y a d'amplitude ortive en ce jour-là. Par exemple, si le Soleil se leve en B, & que l'Amplitude ortive soit BG, c'est-à dire, la distance depuis le point d'intersection B du Parallele du Soleil avec l'horison, jusques au point G du vrai Orient. Il est évident que le cercle vertical DFE déclinera du Méridien DCE d'autant de degrez qu'il y en a dans l'arc BG, car BF est un quart de cercle, l'arc GC compris depuis le point G de l'Orient jusques au vrai Méridien est aussi un qnart de cercle ; ainsi les arcs BF, GC, sont égaux, & ôtant l'arc commun GF, les arcs BG, FC resteront égaux.

PROBLEME XLIV.

Déterminer la grandeur de quelque jour que ce soit pour chaque Latitude.

QUe le Pole du Globe Terrestre soit autant élevé sur l'Horison qué le Soleil a de déclinaiion, c'est-à-dire, que le Parallele que le Soleil

parcourt un certain jour determiné, paſſe par le Zenith. Imaginez vous que le Soleil répond à ce point, & qu'il eſt immobile ſelon l'Hypotheſe de Copernic. Cela poſé choiſiſſez quelque cercle de Latitude ou Pays que ce ſoit, dont vous voudriez ſçavoir la grandeur de ce jour. Comptez combien il y a de degrez de ce cercle ſur l'Horiſon. Si vous diviſez ce nombre par 15, vous aurez celui des heures que durera ce jour-là dans la Latitude propoſée. Par exemple ayant élevé le Pole Septentrional de 23 degrez $\frac{1}{2}$ ſur l'Horiſon, qui eſt la déclinaiiſon du Soleil au Tropique, ſi vous voulez ſçavoir la grandeur du jour ſous la Latitude de 49 degrez, comptez les degrez de ce cercle de Latitude, qui ſont ſur l'Horiſon, & vous trouverez 240, leſquels étant diviſez par 15, vous donneront pour quotient 16, qui ſera le nombre des heures pour ce jour-là.

Démonſtration.

Tranſportez la Ville de Paris, qui eſt dans ce cercle de Latitude, ou tel autre point qu'il vous plaira dans la partie Occidentale de l'Horiſon, ce ſera la diſpoſition qu'a le Globe quand le Soleil ſe leve à Paris, & pour lors l'horiſon eſt le bord de l'Hémiſphere éclairé. Qu'on tourne le Globe d'Occident en Orient, juſqu'à ce que Paris vienne en la partie Orientale de l'Horiſon, c'eſt-à-dire juſqu'à ce que le Soleil ſe couche à Paris. Il eſt certain que la durée du jour eſt depuis le lever du Soleil juſquà ſon coucher, c'eſt-à-dire, l'eſpace de tems que la Ville de Paris employe à aller de la partie Occidentale de l'Horiſon, c'eſt-à-dire, du bord de l'illumination, en l'Orientale. Ce tems

eſt encore meſuré par l'arc (de ce cercle de Latitude qu'a décrit la Ville de Paris par le mouvement diurne de la Terre) qui eſt compris entre la partie Occidentale & la partie Orientale de l'Horiſon. Donc la pratique propoſée donne la grandeur du jour.

REMARQUES.

I.

Pour rendre cette pratique plus facile, le Globe étant diſpoſé de ſorte que le Pole ſoit élevé d'autant de degrez que le Soleil a de déclinaiſon, tranſportez la Ville de Paris au Méridien, & l'éguille à l'heure de Midi. Faites rouler le Globe juſqu'à ce que Paris vienne s'arrêter en la partie Orientale, de l'Horiſon, vous aurez l'heure du lever ; & tranſportant la même Ville en la partie Occidentale, vous aurez l'heure du coucher. Ou bien mettez Paris ſur l'Horiſon Oriental, & l'éguille à Midi. Faites tourner le Globe, en ſorte que Paris s'arrête au Méridien : l'éguille marquera le nombre des heures du demi jour, lequel étant doublé, vous aurez le jour entier.

II.

Vous connoîtrez de même la grandeur du jour par la Mappemonde. Elevez le Pole ſur la regle horiſontale d'autant de degrez que le Soleil a de déclinaiſon. Alors la régle horiſontale repreſente le bord de l'Hémiſphere éclairé. Voyez combien de degrez de chaque Parallele ſont compris entre la regle & le Méridien, & vous aurez l'arc ſemi-diurne, c'eſt-à-dire, le tems qu'employe quelque point d'un cercle de Latitude depuis qu'il eſt au bord de l'illumination, & qu'il commence

à voir le Soleil jusqu'à Midi. Cette pratique fait bien entendre l'Illumination de la Terre, suivant l'opinion de Copernic, & elle a cette commodité, qu'on peut voir à la fois la grandeur du jour pour toutes les Latitudes & connoître la raison pourquoi les cercles de Latitude plus proches du Pole ont le jour plus grand, chaque point ayant à parcourir une plus grande partie de ces cercles pour venir depuis la partie Occidentale de l'Horison jusques en l'Orientale.

III.

Cette proposition peut aussi servir pour entendre cet Horloge universel qu'on nomme Analemme rectiligne, dans lequel les rayons des Signes représentent le bord de l'illumination pour différens tems.

THEOREME VII.

Les Pays sous un même Meridien qui ont une plus grande Latitude du côté du Pole apparent, sont plûtôt éclairez en Esté.

Planche 38. Fig. 42.

QUe les points A & C soient les Poles de la Terre ABC, & BD l'Equateur. Que le Soleil parcoure EF un Parallele d'Esté. Que H & G soient deux Pays situez sous le même Méridien, & que leurs Horisons soient IK & NM. Supposons que le Soleil est en R, & qu'il répond perpendiculairement au point O de l'Horison NM, qui appartient au point G, c'est-à-dire, qui est l'Horison du Zenith G.

Démonstration.

L'illumination sera GS, & le point H est encore

dans l'ombre. Donc le Pays dont la Latitude eſt G, verra plûtôt lever le Soleil que celui qui eſt ſitué en H, & par conſequent le Pays qui a une plus grande Latitude ſera plûtôt éclairé en Eſté. Le contraire arrivera quand le Soleil parcourra les Paralleles d'Hyver.

THEOREME VIII.

Quand le Soleil eſt dans le plan d'un cercle horaire le bord de l'illumination paſſe par un point de l'Equateur, qui en eſt éloigné de 6 heures.

QUe le Soleil réponde au point B du cercle horaire ABC; je dis que FG, qui eſt le bord de l'illumination, coupe l'Equateur ED dans le point D, éloigné de 6 heures du point E; de ſorte que l'arc ED eſt de 6 heures ou de 90 degrez. Planche 38. Fig. 43.

Démonſtration.

Quand le Soleil eſt dans le plan d'un grand cercle, l'illumination parvient juſqu'à ſon Pole. Or eſt-il que le Pole du cercle horaire ABC eſt dans l'Equateur; car puiſqu'il paſſe par les Poles A & C de l'Equateur, l'Equateur paſſera auſſi pas les ſiens, ſelon ce qu'a démontré Theodoſe; & puiſque le Pole eſt éloigné de 90 degrez du grand cercle, duquel il eſt Pole, ce ne peut être un autre point que D. Donc le bord de l'illumination paſſe par le point D.

THEOREME IX.

La differenee des heures marquées par le bord de l'illumination dans l'Equateur, & dans un cercle de Latitude montre combien le Soleil ſe leve dans cette Latitude devant ou après 6 heures.

Planche 39. Fig. 44.

QU'on propoſe deux Pays, l'un dans l'Equateur qui ſoit A, & l'autre dans un cercle de Latitude, qui ſoit B, & tous deux dans le même Méridien. Que le Soleil étant en C, le bord de l'illumination BFD coupe le cercle de Latitude au point B, & l'Equateur au point F en deux divers cercles horaires ABE, EFH; de ſorte que la diſtance de ces cercles horaires ſoit l'arc AF. Je dis qu'elle eſt égale à l'arc IK, qui montre combien le Soleil ſe leve devant 6 heures dans le cercle de Latitude BG : ſuppoſé que le point C eſt un point de l'Horiſon duquel B eſt le Zenith.

Démonſtration.

Le Soleil étant dans le point C de l'Horiſon; ſon Pole ou Zenith B, ſera éclairé, & parce que nous ſuppoſons que le Soleil a quelque déclinaiſon, le bord de l'illumination déclinera du Méridien par Théoreme 6. Que le cercle HIE ſoit celui de 6 heures, l'arc IA ſera un quart de cercle & l'arc KF ſera auſſi par la precedente un quart de cercle, & ôtant l'arc IF, qui leur eſt commun, il reſtera les acrs IK & FA égaux ; ce qui confirme la propoſition où nous avons trouvé la grandeur du jour dans chaque cercle de Latitude.

THEOREME X.

Si l'on divise un cercle de Latitude en 24 parties égales, en commençant à quelque Pays, le bord de l'illumination du lever, y montrera les heures Babyloniennes pour le même Pays, & celui du coucher, les Italiennes.

QU'on propose le cercle de Latitude AB, & qu'on le divise en 24 parties égales, à commencer du point A, qui represente le Pays qu'on aura déterminé, auquel on pourra donner le chifre 0, ou 24; & au poinr suivant vers le Couchant, on marquera 1, puis 2, 3, 4, &c. Si l'on met le lieu du Soleil au Zenith du Globe, de sorte que l'Horison soit le cercle de l'illumination, je dis que sa partie Occidentale (laquelle je devrois nommer du lever, puisqu'elle marque les Pays à l'égard desquels le Soleil se leve) montrera l'heure Babylonienne, & sa partie Orientale montrera l'heure Italienne au respect du lieu A. Planche 39. Fig 45.

Démonstration.

Le Globe étant disposé selon la déclinaison du Soleil, quand le point A se trouve en la partie Occidentale de l'Horison, c'est-à-dire, du bord de l'illumination, le Soleil se leve à l'égard de ce même point A: donc il est 24 heures Babyloniennes au Pays A. Et parce que le bord de l'illumination parcourt uniformement ce Paral'ele, de sorte qu'il retourne au même point dans 24 heures, il se retirera d'une vingt-quatriéme partie. Donc si nous pouvions voir comment la Terre est éclairée, le bord de l'illumination montreroit ve-

ritablement les heures Babyloniennes, & s'éloigneroient du point A de 15 degrez à chaque heure. J'en dis de même du bord du Coucher ; car le Soleil se couche au respect du point A, quand ce point A arrive au bord Oriental de l'illumination, & il est pour lors 24 heures, selon la maniere de compter les heures en Italie. Et parce que le même bord parcourt uniformement le Parallele, il s'éloignera pareillement de 15 degrez par heure.

Nous devons à M. de R** ces Principes de Geographie.

DES ETOILES.

On distingue deux sortes d'Etoiles : les Etoiles fixes, & les Planetes. Les Etoiles fixes sont celles qui gardent toujours ent'elles, la même situation & la même distance, quoiqu'elles nous paroissent chaque jour tourner autour de la Terre d'Orient en Occident. Les Planetes sont des Etoiles qui changent à tout moment de situation & de distance, tant à l'égard d'elles-mêmes, qu'à l'égard des Etoiles fixes.

DES PLANETES.

On a toujours compté sept Planetes, sçavoir ; la Lune, Venus, Mercure, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne. On leur a donné cet ordre, parce que la Lune étant la plus proche de la Terre, Venus vient après, Mercure ensuite, & ainsi des autres, jusqu'à Saturne, qui est le plus éloigné.

La plûpart des nouveaux Philosophes ne reconnoissent point ce même nombre de Planetes. Ils prennent le Soleil pour une Etoile fixe, qui est au centre de ce qu'ils appellent *Tourbillon* du

Soleil, & autour duquel tournent les autres Planetes. Ils placent Mercure auprès du Soleil ; enſuite Venus, puis la Terre, Mars, Jupiter & Saturne. Pour ce qui eſt de la Lune, ils la mettent au nombre de ce qu'ils ont nommé *Satellites*. Par le nom de Satellite, ils entendent une Etoile qui tourne autour d'une Planete. Les Lunettes de longue vûë en ont fait découvrir quatre, qui accompagnent Jupiter, & cinq qui accompagnent Saturne. On a encore découvert un Anneau autour de Saturne.

Les Planetes font leur mouvement dans le Zodiaque, elles s'écartent de l'Ecliptique, les unes plus, les autres moins, tantôt vers le Midi, tantôt vers le Septentrion. Il n'y a que le Soleil, ou plûtôt la Terre, qui prenne invariablement ſa route ſur l'Ecliptique.

DU SOLEIL.

Le Soleil paroît beaucoup plus grand que les autres Etoiles, ſa chaleur eſt très-ſenſible, principalement lorſqu'il donne à plomb ſur quelque lieu, comme il eſt évident dans cette partie Septentrionale du monde, où le Soleil ſe fait beaucoup plus ſentir en Eſté, quand il eſt vers le Tropique de l'Ecreviſſe. qu'en Hyver, quand il eſt vers le Tropique du Capricorne. Cependant le Soleil en Eſté eſt bien plus éloigné de la Terre, qu'en Hyver on prétend que le Soleil au commencement de l'Hyver eſt plus proche de la Terre, qu'en Eſté de 748 demi-diamétres terreſtres ; ce qui feroit plus d'un million de lieues communes de France. Et ſi ſa chaleur eſt plus forte en Eſté, c'eſt qu'elle donne plus à plomb, & que l'Atmoſphere détourne moins de rayons.

La lumiere du Soleil eſt fort vive : de-là on pourroit conjecturer qu'il eſt compoſé d'un liquide, qui eſt dans un mouvement continuel, & que ce liquide fournit une matiere qui n'eſt autre choſe que la lumiere même, qui ſe répand inceſſamment dans l'Uuivers. Voyez la Diſſertation de M. de Mairan ſur les Phoſphores, & ce qui en a été dit ſur la fin de l'Optique, Tome, I. p. 457.

Dominique. M. Caſſini a decouvert en 1683 autour du Soleil une lumiere, qui ne paroît que dans le tems des Crepuſcules, & qui l'accompagnent apparemment toûjours. On voit un mois avant & après l'Equinoxe de Mars, lorſque le Soleil eſt couché, & le Crepuſcule fini, une certaine lumiere blanchâtre, qui reſſemble à une queue de Comete. On la voit avant le lever du Soleil, & après le Crepuſcule vers l'Equinoxe de Septembre ; & vers le Solſtice d'Hyver, on la voit ſoir & matin : hors de ces tems-là on ne l'apperçoit point.

Les Eclipſes de Soleil ne font plus ſur les eſprits les impreſſions funeſtes qu'elles faiſoient autrefois. On ſçait à preſent que l'Eclipſe du Soleil n'eſt autre choſe que l'ombre de la Lune, qui paſſant entre le Soleil & la Terre nous cache la lumiere du Soleil. Il arrive ſouvent que le Soleil n'eſt éclipſé qu'en partie ; il eſt rare qu'il le ſoit tout entier : quand l'Eclipſe même eſt totale, ce n'eſt que pour une partie de la Terre. L'Eclipſe eſt plus ou moins grande dans les differens lieux, & on ne la voit pas à la même heure dans les endroits qui ne ſont pas ſous le même Méridien. Quoique l'Eclipſe paroiſſe en quelques endroits de la Terre, il y en a d'autres où elle ne paroît pas.

Pendant la plus grande obſcurité de l'Eccliſpe, lorſqu'elle eſt conſiderable, on diſtingue à la vûë,

quoique foiblement, la Planete de Mercure, & l'on apperçoit celle de Venus qui paroît très-claire, non seulement dans le fort de l'Eclipse, mais encore quelque tems avant & après la plus grande obscurité.

Au tems de la plus grande obscurité, lorsque l'Eclipse est totale, on voit autour du Soleil entierement éclipsé un cercle lumineux de couleur d'argent, large de la douziéme partie du diametre de son disque apparent : ce cercle s'efface dès que la plus petite partie du Soleil recommence à briller, il paroît plus vif vers les bords de la Lune, & va toujours en diminuant de vicacité. On est d'abord porté à croire que ce cercle lumineux est cette lumiere que M. Cassini a observé le premier sur le Zodiaque avant le Crépuscule du matin, & après celui du soir. On pourroit aussi conjecturer qu'il est causé par un Atmosphere de la Lune, qui rompant une partie des rayons du Soleil, les envoye vers la Terre. Enfin on peut dire que quoiqu'il n'y ait point d'Atmosphere autour du Globe de la Lune, les rayons de lumiere sont néanmoins *fléchis* & modifiez de la même maniere, que s'il y en avoit une. Car il est constant que les rayons lumineux, qui ne paroissent capables que de réflexion ou de réfraction, le sont encore d'une troisiéme sorte, qu'on peut appeller *infraction* ou *diffraction*. Si, par exemple, un rayon est tangent d'un Globe opaque, comme de bois ou de métal, autour duquel on ne peut supposer d'Atmosphere. Ce rayon après l'attouchement, ne continue point sa route en ligne droite ; mais il se détourne, & parvient jusqu'à l'œil, que l'on suppose être placé de l'autre côté du Globe opaque, & vis-à-vis de son centre apparent. Cette

infraction ſeroit peut-être encore plus ſenſible, ſi le Globe opaque n'étoit point poli. Voyez les Mémoires de l'Academie Royale des Sciences, année 1715.

Pendant l'Eclipſe totale, l'obſcurité eſt ſi grande qu'on voit les Etoiles comme dans une pleine nuit : on ne peut lire ſans bougie, on ne ſe reconnoît pas même à quelques pas : les oiſeaux & les chauve-ſouris cherchent leurs retraites comme au commencement de la nuit ; les animaux qui ſont à la campagne, paroiſſent épouvantez ; les fleurs ſe reſſerrent ; la roſée tombe ; la chaleur diminue, & l'on ſent de la fraîcheur. Quelques-uns de ces Phenomenes arrivent lors même que l'Eclipſe n'eſt point entierement totale.

PROBLEME XLV.

Obſerver une Eclipſe de Soleil.

QUand on veut obſerver l'Eclipſe, on peut ſe ſervir commodément d'une Lunette de ſept, de huit ou de neuf pieds de longueur ; on attache à la Lunette du côté de l'oculaire un ſupport, qui porte une planchette, qu'on met à la diſtance d'environ deux pieds de l'oculaire. * Cette planchette doit être perpendiculaire à l'axe de la Lunette, & l'on colle deſſus un papier blanc qui regarde l'oculaire. On ſe place dans une chambre obſcure, où l'on a laiſſé une ouverture pour placer l'objectif de la Lunette. On fait paſſer au travers de la Lunette l'image du Soleil, qui va ſe peindre ſur le papier blanc de la planchette. On

* Cette diſtance eſt plus ou moins grande ; mais l'image du Soleil y doit être repreſentée ſuffiſamment grande, bien éclairée, & nettement terminée en ſa circonference.

diviſe l'image du Soleil en douze cercles concentriques, placez à égale diſtance l'un de l'autre : le cercle extérieur doit comprendre exactement l'image du Soleil, & les intérieurs diviſant le diamétre du grand cercle en 24 parties égales, ſervent à marquer les doigts & demi-doigts. Il eſt bon d'ajuſter un Micrométre à cette Lunette ou à une autre : ce Micrométre ſert à obſerver immédiatement la quantité de la partie du Soleil éclipſée.

Avec ces précautions, il faut encore en avoir une autre, qui eſt de régler une pendule la veille & le jour même de l'Eclipſe par les hauteurs du Soleil : ou de quelque Etoile. Toutes ces préparations étant faites, on remarque l'inſtant où l'Eclipſe commence, & où elle finit : on obſerve par ce moyen ſa durée & ſes differens degrez.

Sans tant d'apprêt on peut ſe ſervir d'un verre noirci à la fumée de la chandelle, avec lequel on regarde l'Eclipſe. Il eſt à propos que le verre ſoit inégalement noirci dans ſa ſurface : on peut le faire double, enfermant la ſurface noircie entre les deux verres, qu'on attachera avec une petite bande de papier colée ſur les bords entre les deux verres. On colera ces morceaux de verre avec un maſtic fait de mine de plomb rouge, broyé avec de l'huile de lin. Ce maſtic ſeche en peu de tems.

Des taches du Soleil.

Les Teleſcopes ont fait découvrir aux Aſtronomes des Phénomenes Solaires inconnus aux Anciens. Scheiner fit le premier cette obſervation en 1611. Depuis ce tems-là divers Aſtronomes ont fait pluſieurs obſervations. Voici à peu près ce qu'ils ont dit de plus curieux ſur cette matiere. Ces Taches, qui paroiſſent être for-

mées des vapeurs qui ſortent du Soleil, comme les nuées ſont formées des vapeurs qui s'exhalent de la Terre, ſont vraiſemblablement ſur le diſque même du Soleil, ou fort près de ſa ſuperficie. Leur denſité eſt fort inégale; car il y en a qui ſont plus compactes que les autres, & la figure des unes eſt fort irréguliere, & ſujette à un changement ſubit; les autres ſemblent avoir plus de ſolidité; elles paroiſſent noires, & ſe conſervent plus long-tems; quelques-unes tournent autour du Soleil, & après les avoir vû diſparoître de l'Hémiſphere viſible. elles commencent à reparoître du côté opoſé à celui auquel on les avoit perdu de vûë. Celles-ci, qui paroiſſent être d'une ſubſtance aſſez rare, & n'avoir aucune ſolidité durent quelquefois autant que les plus ſolides, & font le tour du Soleil. On remarque qu'une tache ſe diviſe en pluſieurs autres qui ne s'écartent pas beaucoup les unes des autres, & dont quelques-unes ſe réuniſſent pour n'en compoſer qu'une ſeule. Il en paroît d'autres, qui n'ayant point été remarquées auparavant, ſemblent naître de la ſubſtance du Soleil, elles s'évanouiſſent peu après, & ſe replongent, pour ainſi dire, dans le diſque du Soleil. Il arrive quelquefois qu'on remarque des taches pendant pluſieurs jours de ſuite, tantôt en grand nombre, tantôt en petit nombre. Il arrive auſſi qu'on eſt un tems conſiderable, ſans en obſerver. Leur plus longue durée ne va point cependant à quarante jours.

Pour obſerver les Taches du Soleil, on ferme exactement tous les volets d'une chambre. On fait à celui qui eſt le plus expoſé au Soleil, une ouverture de la grandeur d'un écu, où l'on met un verre convexe, & vis-à-vis un carton blanc; de ſorte

que les rayons du Soleil paſſent à travers le verre, peignent ſon image ſur le carton. Alors on remarques les Taches, s'il y en a.

Le mouvement des Taches a fait connoître que le Soleil tournoit ſur l'axe de ſon Equateur de la partie Orientale du diſque du Soleil vers la partie Occidentale; qu'il avoit un Ecliptique, dont les Poles tournoient autour des Poles d'un Equateur. On a même eu la hardieſſe de déterminer l'angle que fait l'Equateur du Soleil ſur ſon Ecliptique, que l'on aſſure être de ſept degrez & demi. Les Taches du Soleil ne paroiſſent point ſur toute ſa ſurface, elles ſuivent ſon Equateur; elles ſont preſque toutes dans ſa partie Méridionale: & il eſt très-rare d'en voir dans ſa partie Septentrionale.

Le Soleil, qui réellement tourne ſur ſon centre en 25 jours, ne paroît cependant tourner qu'en 27 jours & demi; ſon diametre eſt cent fois plus grand que celui de la Terre; ſon Globe eſt un million de fois plus gros que la Terre. Le Soleil dans ſon Apogée, c'eſt-à-dire, dans ſa plus grande diſtance de la Terre, eſt éloigné de la Terre de 11187 diamétres terreſtres, & ſon diametre eſt vû alors ſous un angle de 31' 38''. Dans ſon Perigée, c'eſt-à-dire, dans ſa moindre diſtance, il en eſt éloigné de 10813 de ces mêmes diamétres, & ſon diamétre eſt vû pour lors ſous un angle de 32' 44''. Enfin dans ſa moyenne diſtance, il en eſt éloigné de 11000 des mêmes diamétres, * & alors ſon diamétre eſt vû ſous un angle de 32' 11''.

* M. de la Hire dans les Tables Aſtronomiques, p. 6. dit que le Soleil eſt éloigné de la Terre de 34377 demi-diamétres Terreſtres; ce qui fait connoître que le Soleil eſt bien plus éloigné que nous ne l'avons dit, en ſuivant les Obſervations de Meſſieurs Caſſini, Maraldi & Hugens.

DE MERCURE.

Mercure eſt la plus petite de toutes les Planetes ; elle paroît ſe mouvoir autour du Soleil, dont elle ne s'eloigne que d'environ 28 degrez : elle eſt preſque toujours perdue dans ſes rayons. C'eſt ce qui fait qu'on ne ſçait point la durée de ſes jours, quoiqu'on ne puiſſe douter qu'elle ne tourne ſur ſon centre : on croit cependant qu'elle fait ce mouvement ſur elle-même en ſix heures.

On diſtingue dans Mercure les mêmes phaſes que dans la Lune ; mais il a deux ſortes de conjonctions, l'une ſuperieure l'autre inferieure. Lorſque Mercure approche de ſa conjonction ſupérieure, il paroît preſque plein ; mais lorſqu'il eſt dans ſa conjonction inférieure, il eſt obſcurci & ſemblable à la Lune qnand elle eſt Nouvelle. Il paroît en croiſſant lorſqu'il eſt Occidental, & en décours, quand il eſt Oriental.

Mercure acheve ſon cercle autour du Soleil en deux mois & vingt-huit jours ; ſon diamétre eſt à celui de la Terre comme 41 à 100. & ſa ſolidité eſt à peu près à celle de la Terre comme 69 à 1000, c'eſt-à-dire, que le Globe de la Terre eſt environ quatorze fois plus gros que celui de Mercure. La moyenne diſtance de Mercure à la Terre eſt d'environ 11880 diamétres Terreſtres, la Terre étant elle-même dans ſa moyenne diſtance du Soleil. Il eſt éloigné du Soleil de 4257 des mêmes diamétres terreſtres.

DE VENUS.

La Planete de Venus eſt fort brillante ; c'eſt elle qui dévançant le lever du Soleil, porte le nom de

de Lucifer, & qui paroiſſant la premiere de toutes les Etoiles après le Soleil couché, eſt connu ſous le nom d'Etoile du Berger. Elle s'éloigne du Soleil d'environ 48 degrez. Les mêmes phaſes que nous avons dit arriver à Mercure, & qui ſont très-ſenſibles à l'égard de la Lune, arrivent à Venus. Elle paroît être conjointe au Soleil, en ſorte qu'elle eſt cachée par le Soleil, & qu'elle cache auſſi le Soleil. Pendant ces deux conjonctions elle ſe perd dans les rayons du Soleil, où elle reſte plongée pendant quelque tems. Avant & après ces mêmes conjonctions, on remarque qu'elle a un croiſſant, & qu'elle eſt en décours. Cette Planete eſt opaque & Spherique; comme celle de Mercure puiſqu'elles réfléchiſſent les rayons du Soleil, & qu'elles paroiſſent ſous une figure ronde.

On conjecture que Venus tourne ſur elle-même, & qu'elle acheve ce tour à peu près en quinze heures. Ainſi les jours ſeroient chacun d'environ quinze heures, comme ceux de Mercure ſeroient preſque de ſix heures. Elle tourne auſſi autour du Soleil en ſept mois quatorze jours & ſept heures. Son diamétre eſt à celui de la Terre comme 49 à 50, & ſa ſolidité eſt à la ſolidité de la Terre comme 9411 à 10000, c'eſt-à-dire, que le Globe de Venus ſeroit quelque peu moindre que celui de la Terre, quoique quelques-uns diſent qu'il eſt quarante-trois fois plus gros que la Terre, & que d'autres prétendent qu'il eſt vingt-huit fois, ou même trente-ſept fois plus petit que la Terre. La plus grande diſtance de Venus à la Terre, lorſque'elle eſt auſſi dans ſa moyenne diſtance du Soleil, eſt de 19008 diamétres terreſtres, & ſa plus petite diſtance eſt de 3102 des mêmes diamétres. Venus eſt éloigné du Soleil de 7953 diamétres terreſtres

DE LA TERRE.

On dira ici peu de choſes de la Terre, on en a beaucoup parlé dans les Problêmes précedens : on ajoûtera ſeulement qu'elle eſt éloignée du Soleil dans ſa moyenne diſtance de 11000 de ſes diamétres. Voyez ce qu'on à dit de ſes autres diſtances dans l'article du Soleil.

Suivanr le Syſtême de Copernic, la Terre auroit deux mouvemens, l'un ſur ſon centre en 24. heures d'Occident en Orient, & l'autre autour du Soleil, qu'elle acheveroit en 365 jours & quelques heures. Ces deux mouvemens ſuppleroient aux mouvemens du Soleil & des Etoiles, qui ſont ſi énormes ; s'ils ſont véritables, qu'il faut que le Soleil faſſe près de deux milles trois cens lieuës en une ſeconde, qui eſt le tems d'un battement d'artere, & que les Etoiles qui ſont dans l'Equateur parcourent en un jour trois cens millions de lieues.

DE LA LUNE.

La Lune accompagne la Terre dans ſon Tourbillon ; elle paroît de deſſus la Terre le plus grand & le plus lumineux de tous les Aſtres après le Soleil. On ſçait pourtant qu'elle n'eſt point lumineuſe par elle-même, & qu'elle emprunte du Soleil tout ce qu'elle a de lumiere. Ses Phaſes ſont apperçûes de tout le monde. Etant conjointe au Soleil, elle eſt cachée dans ſes rayons, & nous ne la voyons point, Quelque tems après ſa conjonction, elle paroît du côté de l'Orient avec un croiſſant, dont les cornes ſont oppoſées au Soleil ;

puis en s'éloignant du Soleil, ſes cornes s'empliſſent peu à peu, & elle ſe fait voir à demi-pleine Enſuite paſſant inſenſiblement par pluſieurs degrez de lumiere, qui vont en augmentant ; elle paroît entierement pleine, lorſqu'elle eſt diametralement oppoſée au Soleil. Enfin décroiſſant dans le même eſpace de tems qu'elle a mis à croître, elle paſſe par les mêmes Phaſes, avec cette différence, que ſes cornes dans ſon decours étant encore oppoſées au Soleil, ſont tournées vers l'Occident ; après quoi elle ſe replonge dans les rayous du Soleil ; d'où ſortant elle paroît ſous les mêmes figures où elle a paru auparavant.

Ces divers changemens qui s'achevent en moins d'un mois, nous font connoître qu'elle décrit un cercle autour de la Terre : ce cercle ou plûtôt cette ellipſe eſt fort irréguliere.

La ſimple vûe ſuffit pour nous faire appercevoir ſur le diſque de la Lune des Taches, qui pourroient bien n'etre que l'ombre de quelque grandes montagnes, puiſque ces Taches ſont plus ou moins apparentes, ſelon qne la Lune eſt plus près ou plus éloignée du Soleil, elles diſparoiſſent même dans la Pleine-Lune, principalement vers le milieu du diſque. D'ailleurs elles paroiſſent depuis la Nouvelle-Lune juſqu'à la Pleine-Lune vers le bord Oriental du diſque de la Lune & vers ſon bord Occidental, depuis la Pleine-Lune juſqu'à la Nouvelle-Lune.

Les Lunettes d'approche ont fait découvrir d'autres paiticularitez. Lorſque la Lune eſt vers ſon premier quartier, ſi on regarde avec une Lunette d'approche cette ligne, qui à la vûe ſimple ſépare la partie ténébreuſe d'avec la lumineuſe, ce n'eſt plus une ligne droite qu'on apper

çoit, c'eſt une dentelure, où le lumineux s'engraine, pour ainſi dire, avec le ténébreux; ce qui marque aſſez manifeſtement qu'il y a des montagnes très-hautes, qui étant éclairées dans la partie ténébreuſe; ne renvoyent point aſſez de lumiere pour être apperçûes ſans Lunettes. Quatre jours même après la Nouvelle-Lune on remarque des endroits éclairez dans la partie Orientale, qui eſt pour lors obſcure; & dans le décours de la Lune, on obſerve que dans la partie Occidentale, qui eſt pour lors obſcure, il y a des endroits qui ſont encore éclairez. Il ſuit de-là qu'il y a ſur le diſque de la Lune des parties plus élevées, qui reçoivent plûtôt la lumiere du Soleil, & d'autres qui la quittent plus tard.

Quand la Lune eſt dans ſon plein; on diſtingue alors ſur ſon diſque des endroits qui ſont plus lumineux les uns que les autres, & d'autres qui ſont plus obſcurs: & comme la Lune preſente toujours à la Terre une même face, & que ces endroits ne ſont pas ſujets à des changemens conſiderables, les Aſtronomes ont jugé à propos de leur donner des noms, afin de s'entendre ſur-tout dans les Eclipſes de Lune. La Geographie de la Lune, ou plûtôr la *Selenographie*; eſt à préſent parfaitement connue. Les Sçavans y ont leurs Seigneuries; on les reconnoîtra dans la deſcription que nous allons donner des endroits les plus conſiderables de la Lune. Les chifres & les lettres ſerviront à les faire reconnoître ſur la figure du diſque de la Lune, telle que Meſſieurs de l'Obſervatoire l'ont décrite.

Planche 40. Fig. 34.

1. Grimaldi.
2. Galilée.
3. Ariſtarque.
4. Kepler.
5. Gaſſendi.
6. Schickard.
7. Harpalus.
8. Heraclides.
9. Lanſberge.
10. Rheinoldus.
11. Copernic.
12. Helicon.
13. Capuanus.
14. Bouillaud.
15. Eratoſthenes.
16. Tymocharis.
17. Platon.
18. Archimedes.
19. L'Iſle du Sinus moyen.
20. Pitatus.
21. Tychon.
22. Eudoxus.
23. Ariſtote.
24. Manilius.
25. Menelaus.
26. Hermes.
27. Poſſidonius.
28. Dioniſius.
29. Pline.
30. Catharina, Cyrillus, Theophilus.
31. Fracaſtor.
32. Promontoire aigu.
33. Meſſala.
34. Promontoire du Songe.
35. Proclus.
36. Cleomedes.
37. Snellius & Furnerius.
38. Petau.
39. Langrenus.
40. Taruntius.

A. La Mer des Humeurs.
B. La Mer des Nues.
C. La Mer des Pluyes.
D. La Mer de Nectar.
E. La Mer de Tranquilité.
F. La Mer de Serenité.
G. La Mer de Fécondité.
H. La Mer des Criſes.

On eſt porté à croire que toutes ces Taches ſont formées par des Montagnes, par des Vallées, par des Lacs, par des Mers, par des Puits, par des Abî-

mes. Cependant on n'a point encore démontré qu'il y ait un Atmosphere autour de la Lune. Voyez la pluralité des mondes par M. de Fontenelle, & les Mémoires de l'Academie Royale des Sciences, principalement ceux de 1715.

PROBLEME XLVI.

Observer l'Eclipse de Lune.

1°. IL faut avoir une pendule que l'on reglera par le moyen du Soleil ou par la hauteur de quelque Etoile fixe, comme on l'a dit pour l'Eclipse du Soleil.

2°. On aura une Lunette garnie d'un bon Micrometre : on dirigera cette Lunette vers la Lune, & on remarquera avec précision l'instant auquel le bord de la Lune commencera à perdre sa rondeur, ce sera le commencement de l'Eclipse.

3°. On observera le moment où la section de l'ombre abordera les Taches de la Lune, que l'on connoîtra par la Selenographie qu'on a mise ci-dessus.

4°. On remarquera le moment où l'ombre quittera absolument la Lune, ce sera la fin de l'Eclipse.

5°. Si on ôte le commencement de la fin de l'Eclipse, on aura sa durée ; & l'on connoîtra sa moitié, prenant la moitié de sa durée.

6°. Enfin le Micrometre doit servir à observer la grandeur du diametre obscurci de la Lune.

Il est à remarquer qu'il est quelquefois difficile d'avoir avec justesse la fin de l'Eclipse à cause de la pénombre qui est causée par l'Atmosphere de la Terre. Les rayons du Soleil en passant par cette

Atmoſphere, ſe briſent, & vont faire une couleur rougeâtre ſur les bords de la Lune.

La Lune tourne autour de la Terre en 27 jours 8 heures, & elle met ce même tems à tourner ſur ſon centre. C'eſt ce qui fait qu'elle ne nous paroît point tourner ſur elle-même. Mais elle ne rejoint le Soleil que 29 jours 1 heure 44 minutes, après l'avoir quitté. Elle ne s'éloigne de l Ecliptique que d'environ cinq degrez. Sa plus grande diſtance à la Terre eſt de 30 $\frac{15}{18}$ diamétres terreſtres ; ſa moyenne eſt de 28 de ces diametres, & ſa plus petite eſt de 25 & demi des mêmes diamétres.

Le Diamétre de la Lune eſt à celui de la Terre comme 27 à 100, & ſa ſolidité eſt à celle de la Terre à peu près comme 197 à 10000, c'eſt-à-dire, que la Terre eſt plus de cinquante fois plus groſſe que la Lune.

DE MARS.

Mars paroît d'une couleur rouge ; qui ne peut venir que de la lumiere refléchie du Soleil. On remarque ſur ſon diſque une Tache conſiderable, qui change de figure, ſuivant l'aſpect qu'elle a avec la Terre, & que l'on perd de vûë pendant quelque tems. On y voit auſſi des endroits qui ſemblent quelquefois éclairez, & qui ſont quelque fois plus obſcurs. Cette Planete a ſes Phaſes comme la Lune, elle embraſſe la Terre dans ſon orbite : c'eſt ce qui fait qu'elle ſe trouve en oppoſition au Soleil ; ce qui n'arrive point à Mercure, ni à Venus.

On ne doute point que Mars ne tourne ſur ſon centre, & l'on croit qu'il acheve ce tour en 24 heures 40 minutes : ſes jours ; par conſequent ſont

quelque peu plus long que les notres. Il tourne autour du Soleil en un an dix mois vingt-un jours & dix-huit heures. Son diametre eſt à celui de la Terre ; comme 27 à 50, & ſa ſolidité eſt à celle de la Terre comme 787 eſt à 5000. D'où il ſuit que le Globe de Mars eſt environ ſept fois plus petit que celui de la Terre. Il eſt éloigné du Soleil de 16764 diametres de la Terre. Sa plus grande diſtance de la Terre eſt de 29489 diametres terreſtres, & ſa plus petite diſtance de la Terre eſt de 4011 des mêmes diamétres.

DE JUPITER.

Jupiter dont le Globe paroît un peu ovale, a un brillant aſſez ſemblable à celui de Venus quoiqu'il ne ſoit pas ſi étincellant. : ſa couleur tient le milieu enrre la couleur de l'or & celle de l'argent. Il reçoit cette lumiere du Soleil comme les autres Planetes. On a obſervé deux ſortes de taches ſur Jupiter, les unes ſont fixes & permanentes, les autres ſont ſujetes à divers changemens : celles-ci reſſemblent à des bandes qui l'entoureroient ; quelquefois on n'en voit qu'une, quelquefois on en remarque deux, quelquefois un plus grand nombre ; elles paroiſſent tantôt droites, tantôt recourbées vers un côté où vers un autre ; mais elles ſont toujours paralleles entr'elles. Ces bandes prennent differentes ſituations ſur la ſurface de Jupiter ; elles n'ont pas toujours la même largeur, & ne gardent pas toujours la même diſtance entr'elles. En certains tems elles s'élargiſſent, en d'autres elles s'étreciſſent ; elles ſe ſéparent, puis elles ſe confondent, il s'en forme de Nouvelles en divers endroits, & il s'en efface. Ces changemens ſon

plus considérables, que si l'Occeant inondoit toute la Terre-ferme, & laissoit en sa place de nouveaux Continens. Cette Planete est encore accompagnée de quatre Satellites, dont on parlera dans la suite.

Une Tache considerable de Jupiter, fixe & passagere tout ensemble, a donné lieu à feu M. Cassini, & depuis à M. Maraldi, de déterminer précisément que la révolution de cette Planete sur son axe, est de 9 heures 56 minutes; ce qui nous fait connoître que les jours dans Jupiter sont d'environ 10 heures. Il est 11 ans 10 mois & 16 jours à tourner autour du Soleil, dont il est éloigné de 57200 diametres terrestres. Son diametre est à celui de la Terre comme 259 à 25, & sa solidité est à celle de la Terre comme 11119346 à 10000. Le Globe de Jupiter est par consequent 1112. fois plus gros que celui de la Terre. Sa plus grande distance de la Terre est de 71459 diametres terrestres : & sa plus petite distance est de 43540 des mêmes diametres.

DES SATELLITES DE JUPITER.

Les quatre Satellites de Jupiter font des révolutions autour de Jupiter en tems differens. On les trouvera dans la Table suivante.

Revolutions.		*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
Du premier	en	1	18	29
Du second		3	13	19
Du troisiéme		7	4	0
Du quatriéme		16	18	5

Il eſt vrai-ſemblable que les Satellites de Jupiter tournent ſur leur axe par les obſervations qu'on a faites du retour des Taches qui y ont été remarquées ; mais on n'en a point déterminé le tems.

Le premier Satellite de Jupiter, c'eſt-à-dire, celui qui en eſt plus proche, eſt éloigué du centre de cette Planete de près de trois diametres de Jupiter, le ſecond de quatre & demi, le troiſiéme de plus de ſept, & le quatriéme en eſt éloigné de quelque peu moins de treize des mêmes diametres de Jupiter, & le diametre de cette Planete, contient environ 29660 de nos lieues communes.

DE SATURNE.

Saturne ſemble avoir une couleur plombée, Il paroît ſpherique & ſous diverſes Phaſes, comme les autres Planetes. D'où il ſuit qu'il reçoit ſa lumiere du Soleil, auſſi bien qu'elles. Il a cinq Satellites qui l'accompagnent, & de plus un merveilleux Anneau, qui eſt une ſingularité unique dans tout le Ciel connu. On y remarque auſſi quelques bandes, qui parroiſſent n'être que l'ombre de l'Anneau, ou de quelqu'autre corps compris dans l'Atmoſphere de Saturne.

Il eſt très-probable que Saturne tourne ſur ſon centre ; mais l'on n'a point encore déterminé en combien de tems il fait ce tour. Il a un mouvement autour du Soleil., qu'il acheve en 29 ans, 5 mois, 5 jours & treize heures : ainſi ſon année eſt près de trente des nôtres, & il a des Pays où une ſeule nuit dure quinze ans entiers, pendant que le jour dure dans les Pays oppoſez le même nombre d'années. Il eſt éloigné du Soleil d'envi-

son 11035 diamétres terreſtres, c'eſt-à-dire, qu'il en eſt éloigné de près de 330 millions de lieues. Son Diametre eſt à celui de la Terre preſque comme 10 à 1, & par conſeqnent la ſolidité eſt à celle de la Terre comme 1000 à 1. D'où il ſuit que le Globe de Saturne eſt au moins mille fois plus grand que le Globe de la Terre. Sa plus grande diſtance de la Terre eſt de 121935 diamétres terreſtres, & ſa plus petite diſtance eſt 87901 des mêmes diamétres. Saturne ne s'éloigne de l'Ecliptique que de deux degrez trente minutes.

REMARQUES.

Les Planetes vûes de la Terre paroiſſent avoir des mouvemens fort extraordinaires, car quand on les a vû aller ſuivant l'ordre des Signes, c'eſt-à-dire, d'Occident en Orient, on s'apperçoit qu'elles reſtent pendant quelque tems comme attachées à une même Etoile, dont elles ne s'éloignent point; & quelquefois elles parroiſſent faire un mouvement contraire, & aller d'Orient en Occident, puis elles ſont ſtationaires, enfin elles reprennent leur route ordinaire, elles vont d'Occident en Orient.

DES SATELLITES DE SATURNE.

Le mouvement propre de ces cinq Satellites de Saturne ſe fait de même que celui de toutes les Planetes, ſuivant la ſuite des Signes, en ſorte qu'ils paroiſſent dans la partie ſuperieure de leurs orbes, qui eſt la plus éloignée de nous, aller de l'Occident vers l'Orient, & dans la partie inferieure qui eſt la plus proche, de l'Orient vers

l'Occident. Chacun de ces Satellites fait ſa révolution autour de Saturne en des tems differens, comme on le peut voir dans la Table ſuivante.

Révolutions.		*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
Du premier	en	1	21	18
Du ſecond		2	17	41
Du troiſiéme		4	12	25
Du quatriéme		15	22	41
Du cinquiéme		79	7	47

La diſtance de ces Satellites au centre de Saturne, qui eſt très-petite à notre égard, à cauſe du prodigieux éloignement de cette Planete, ne laiſſe pas d'être réellement fort grande ; car nous trouvons que le premier Satellite eſt éloigné du centre de Saturne de 43 demi-diametres de la Terre, ou 64500 lieues en donnant 1500 lieues au demi-diamétre terreſtre. Le Second de 83000 lieues à peu près de même que la Lune l'eſt de la Terre, lorſqu'elle eſt près de ſon Perigée. Le troiſiéme en eſt éloigné de 116000 lieues. Le quatriéme, de 266000 lieues. Et le cinquiéme, de près de 90000 lieues : ce qui ſurpaſſe neuf fois la diſtance de la Lune à la Terre.

Le quatriéme Satellite eſt beaucoup plus gros en apparence que les autres ; ce qui donne la facilité de l'obſerver en tous tems, & même avec des Lunettes, dont le foyer n'excede pas 10 à 12 pieds. Le cinquieme paroît ſouvent plus gros que le troiſiéme ; mais dans de certains tems il diminue de grandeur & de clarté, de ſorte qu'il ceſſe entierement de paroître.

REMARQUES.

On ſçait que les Planetes qui tournent autour du Soleil, obſervent entr'elles une certaine proportion découverte par Kepler, qui eſt telle que les quarrez des révolutions ſont comme les cubes de leurs diſtances au Soleil, c'eſt-à-dire, que prenant le quarré du tems de chaque revolution, & tirant la racine cubique de ces quarrez, ces racines ſont entr'elles dans la même proportion que les diſtances. Ainſi lorſqu'on connoît le tems que les Planetes mettent à faire leur révolution autour de leur centre; on connoît les rapports des diſtances qu'elles ont à ce centre. Saturne, par exemple, eſt 30 ans à faire ſon tour autour du Soleil, & la Terre eſt un an à faire ſon tour autour du Soleil, pour ſçavoir le rapport de diſtance de ces deux Planetes au Soleil; quarrez en premier lieu ce nombre 30, il viendra 900 dont la racine cubique eſt preſque 10. Quarrez en ſecond lieu, 1, le quarré eſt 1, & ſa racine cubique eſt auſſi 1, De-là on connoît que la diſtance de la Terre au Soleil, eſt à la diſtance de Saturne au Soleil à peu près comme 1 eſt à 10, c'eſt-à-dire, que Saturne eſt dix fois plus éloigné du Soleil que la Terre.

Cette régle eſt generale pour tous les corps qui tournent autour d'un centre dans notre Tourbillon, & elle s'eſt verifiée par les obſervations qu'on a faites ſur les Satellites de Jupiter, & ſur ceux de Saturne. Voyez les Memoires de l'Academie Royale des Sciences, années 1714, 1715. 1716, & autres.

DE L'ANNEAU DE SATURNE.

Rien n'eſt plus capable d'exciter la curioſité des Philoſophes & des Aſtronomes, après la varieté & le nombre des Satellites de Saturne, que cet Anneau merveilleux qui environne cette Planete. C'eſt un corps qui eſt rond, plat & mince ; mais il forme diverſes apparences, ſuivant que notre œil eſt plus ou moins élevé ſur ſon plan.

Quand cet Anneau, qui eſt large & fort mince, ne preſente à nos yeux qne ſa ſurface étroite, il diſparoît, quoiqu'il ſoit éclairé du Soleil. On le voit enſuite reparoître pendant quelques jours, après leſqu'els on le perd de vûe pour la ſeconde fois. Il reſte inviſible pendant quatre ou cinq mois Après ce tems on le voit reparoître de nouveau & il augmente enſuite preſque continuellement pendant l'eſpace de ſept années au bout deſquelles il paroît dans ſa plus grande largeur.

Dans le tems que cet Anneau paroît le plus large, Il a la figure d'une Ellipſe, dont le grand diametre eſt à peu près le double du petit, il ſe retrecit enſuite pendant l'eſpace de ſept années, & demi après leſquelles il diſparoît entierement. Il reprend enſuite ſa premiere forme, & renouvelle les mêmes phaſes deux fois dans l'eſpace de près de 30 années.

Cet Anneau ſe tient ſuſpendu autour de Saturne, dont il eſt entierement détaché, ſemblable à un cercle lumineux qui environneroit la Terre, & dont le plan paſſeroit par le centre. Cette apparence, qui n'a point ſa pareille dans les Corps Céleſtes, a donné lieu de conjecturer que ce pouvoit être un amas de Satellites, qui faiſoient leurs re-

volutions autour de Saturne, que leur grandeur eſt ſi petite, qu'on ne peut les appercevoir chacun ſéparément ; mais ils ſont en même tems ſi près l'un de l'autre, qu'on ne peut diſtinguer les intervalles qui ſont entr'eux, en ſorte qu'ils paroiſſent former un corps continu. Tous ces Satellites doivent être compris dans l'Atmoſphere de Saturne, & entraînés par le mouvement qui fait tourner cette Planete autour de ſon centre. Ils doivent auſſi donner à Saturne un ſpectacle ſingulier & très-agréable. ceux qui ſeront ſur l'Horiſon, ſont pendant une nuit autant de Lunes qui repreſentent des Phaſes differentes ou des Phaſes conduites par tous les degrez poſſibles, que nous ne voyons ici que ſucceſſivement dans la Lune.

Cet Anneau, ou cet amas de Satellites paroît ſous la forme d'un demi-cercle d'un bout à l'autre de l'Horiſou, & renvoyant la lumiere du Soleil, il fait l'effet d'une Lune continue.

Il y a des tems où l'on n'apperçoit que deux Corps lumineux à côté de Saturne, & diamétralement oppoſez entr'eux. Dans le commencement qu'on les découvrit par la Lunette, on les prit pour deux Satellites immobiles, mais on reconnut dans la ſuite que c'étoit deux portions oppoſées de l'Anneau, égales & ſemblables, qui ſont aux extrêmitez d'un de ſes diametres prolongé ; c'eſt ce qu'on appelle les Anſes de Saturne, à cauſe de leur figure, l'une diſparoît quelquefois, tandis que l'autre reſte viſible, les deux Anſes diſparoiſſent auſſi en certains tems : pour lors ils laiſſent voir Saturne entierement rond. On les voit quelquefois diſparoître deux ou trois fois dans la même année, & on les voit reparoître autant de fois. Elles deviennent inviſibles ou par le défaut de la

lumiere du Soleil, ou parce que le plan de l'Anneau prolongé paſſant par le centre de la Terre, ne réflechit point la lumiere du Soleil vers nos yeux.

La circonference extérieure de l'Anneau eſt de plus de 18000 lieues au-deſſus de la ſurface de Saturne ; la largeur de l'Anneau eſt de plus de 8000 lieues, & le vuide qui eſt entre la circonference inférieure de l'Anneau & la Surface de Saturne, comprend le même nombre de 8000 lieues. Si on veut avoir ces meſures avec plus de préciſion, on en ferra le Calcul, en ſuppoſant que le demi-diamétre de l'Anneau, à compter du centre de Saturne ; eſt à celui du Globe de Saturne, comme 9 eſt à 4 ; que l'eſpace compris entre la ſurface de Saturne & l'extrêmité de l'Anneau eſt 5 ; que la largeur de l'Anneau tient la moitié de cet eſpace, c'eſt-à-dire, $2\frac{1}{2}$ qu'enfin le Diametre de Saturne eſt près de dix fois plus grand que celui de la Terre, que l'on ſçait être de 3863 lieues communes.

DES COMETES.

On apperçoit de tems en tems dans le Ciel entre le cercle de Mars & celui de Venus, des Corps lumineux, qui après avoir été viſibles pendant quelque tems, diſparoiſſent dans la ſuite, ſans qu'on puiſſe les obſerver dans l'étendue de leur révolution. On leur a donné le nom de Cometes. Elles ſont ſemblables aux Planetes, en ce que paroiſſant tourner autour de la Terre, elles ſont vûës ſous une figure ſpherique, qui ſemble être ſolide & éclairée du Soleil, c'eſt ce qu'on appelle la Tête de la Comete ; mais elles ſont differentes des Planetes par une ſorte d'illumination qui les accompagne,

accompagne, & à laquelle on les reconnoît. On a donné le nom de Queue ou de Barbe à cette eſpece d'illumination, ſelon que la Comete paroiſſant après le coucher du Soleil ou avant ſon lever, laiſſe voir cette trace de lumiere du côté oppoſé au Soleil. Elle occupe quelquefois dans le Ciel une eſpace de plus de 60 degrez, & quelquefois elle ſe racourcit de telle maniere qu'elle reſſemble à une chevelure qui envelope la Tête de la Comete.

Il y a des Cometes, dont le diſque vû par la Lunette, paroît auſſi rond, auſſi net, & auſſi clair que celui de Jupiter. Il y en a d'autres, dont le diſque paroît mal terminé & ſombre, comme les Etoiles nébuleuſes le paroiſſent à la vûe ſimple.

Quelques Aſtronomes, comme Herclius, prétendent que les Cometes ne ſont formées que des exhalaiſons ſorties du Soleil & des Planetes, & qu'elles ſont entierement ſemblables aux Taches qu'on remarque ſur le diſque du Soleil: ce ſentiment ne manque point de probabilité. Cependant on pourroit croire que les Cometes ne ſont pas des Corps formez de nouveau, mais que ce ſont des Aſtres reguliers, qui décrivent des cercles prodigieuſement excentriques à la Terre, & qui le ſont à tel point, que nous ne pouvons voir ces Aſtres que dans une très-petite partie de leur révolution. Hors de là, ils vont ſe perdre dans des eſpaces immenſes, où ils ſe dérobent à nos yeux & à nos Lunettes, ſoit qu'ils demeurent dans notre Tourbillon, ſoit qu'ils en ſortent, & qu'ils y reviennent enſuite. Quoiqu'il en ſoit, le mouvement des Cometes ſera, dans ce ſyſtême, auſſi régulier que celui des Planetes. Voyez Herclius dans ſon Traité des Cometes, M. Caſſini dans ſes Obſervations

ſur les Cométes, & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, année 1699 & autres.

Le tems de la révolution des Cometes autour d'un centre, n'a pû encore être déterminé. Leur vîteſſe n'eſt point tout-à-fait connue, & leur route eſt encore incertaine. Quelques Aſtronomes cependant penſent qu'il y a des Cometes qui ſe font voir de 46 ans en 46 ans, & d'autres de 34 ans en 34 ans. M. Caſſini a crû pouvoir aſſigner un Zodiaque compris dans les Conſtellations énoncées dans ces deux Vers Latins.

Antinoüs, Pegaſuſque, Andromeda, Taurus; Orion,
Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius; Arcus.

Ce Zodiaque renfermeroit en ſa largeur 10 à 11 degrez, comme celui des Planetes, & quoiqu'ils y ait eu des Cometes, qui n'ayent point ſuivi cette route; cette détermination n'eſt pourtant pas inutile, comme il paroît par la Prédiction heureuſe que M. Caſſini même a fait du chemin que devoir ſuivre la Comete qui parut ſur la fin de 1680, & au commencement de 1681, aprés la premiere Obſervation, & qu'il jugea être la même qu'avoit obſervé Tycho-Brahé en 1577, 103 ans auparavant, c'eſt-à-dire, après trois fois 34 ans.

DES ETOILES FIXES.

La diſtance qu'il y a de la Terre aux Etoiles fixes eſt prodigieuſe; car dans le Syſtême de Copernic, le cercle que la Terre décrit autour du Soleil n'eſt compté que pour un point par rapport à l'éloignement des Etoiles fixes. La Terre au bout

de ſix mois eſt éloignée de tout le diamétre de ce cercle, qui eſt très-conſiderable. Cépendant on n'apperçoit aucune différence de la hauteur du Pole dans ces deux ſituations ; ce qui ne manqueroit point d'arriver, ſi le diamétre de l'orbite de la Terre avoit quelque rapport avec la diſtance qu'il y a d'ici aux Etoiles fixes. Elles n'empruntent point leur lumiere du Soleil ; elles trouvent en elles une ſource féconde de lumiere, & ce ſont apparemment autant de Soleils qui éclairent peut-être des Planettes, qui tournent autour d'elles, comme les Planettes de notre Tourbillon tournent autour de notre Soleil, & en ſont éclairées.

On remarque dans les Etoiles fixes une lumiere tremblante. Oſeroit-on dire avec un Auteur de réputation, * que ces Etoiles ne nous envoyent cette lumiere tremblante, & ne paroiſſent briller à repriſes, que parce que leurs Tourbillons pouſſent perpetuellement le nôtre, & en ſont perpetuellement repouſſés. Chaque Etoile formeroit donc autant de Mondes ou de Tourbillons, qui s'enflant & ſe déſenflant continuellement, conſerveroit preſque toûjours une égalité de force entr'eux : à meſure qu'un Tourbillon s'enfle pour s'étendre, il eſt auſſi-tôt repouſſé par les Tourbillons voiſins, qui ſont auſſi repouſſés eux-mêmes, & forcés à ſe céder les uns aux autres plus ou moins de place, ſelon les différens degrez de force que l'Auteur de la nature conſerve dans l'Univers. Si cet équilibre vient à manquer par quelque cauſe que ce ſoit dans un Tourbillon, alors le Soleil, qui n'a pû tenir contre les efforts de ſes voiſins, eſt contraint d'entrer dans quelqu'autre Tourbillon, & d'en ſuivre les mouvemens, où il ſe fait voir ſous la figure & le nom de Comete.

* M. de Fontenelle, dans ſa pluralité des Mondes, 5e. ſoir.

Les Anciens n'ont connu que 1022 Etoiles fixes, & les ont diviſé en 48 Conſtellations : mais les Modernes en ont obſervé à la ſimple vûe juſqu'à 1481, qu'ils ont diſtribués en 63 Conſtellations. Ils en comptent 25 dans la partie Septentrionale, 26 dans la partie Méridionale du Ciel, & les 12 autres auſquelles on donne le nom de Signes, ſe trouvent ſur le Zodiaque. Toutes ces Etoiles ne paroiſſent pas d'une même grandeur ; on en diſtingue de ſix grandeurs différentes. On donne ici une Table des 63 Conſtellations, où l'on a mis le nombre d'Etoiles que contient chaque Conſtellation, & le nombre des Etoiles de chaque grandeur différente, qui entre dans chacune de ces Conſtellations.

TABLE DES CONSTELLATIONS.

Conſtellations Septentrionales.

Nomb. des Conſtel.		Nomb. des Etoiles.	1e. grandeur.	2e. grandeur.	3e. grandeur	4e. grandeur.	5e. grandeur.	6e. grandeur.
1.	La petite Ourſe,	10	0	2	1	3	1	3
2.	La grande Ourſe,	35	0	7	3	12	8	5
3.	Le Dragon,	35	0	1	10	14	8	2
4.	Céphée,	21	0	0	3	7	7	4
5.	Caſſiopée,	28	0	0	5	5	3	15
6.	Perſée,	42	0	2	4	12	12	12
7.	Le Chartier,	40	1	2	0	7	3	27
8.	Le Bouvier,	32	1	0	6	13	4	8
9.	Hercule,	62	0	0	9	21	11	21
10.	Le Cigne,	40	0	1	5	16	7	11
11.	Andromede,	27	0	3	1	11	10	2
12.	Le Triangle,	6	0	0	0	3	1	2
13.	La Chevelure de Berenice,	13	0	0	1	11	1	0
14.	La Couronne,	21	0	1	0	5	8	7
15.	La Lyre,	15	1	0	2	1	7	4
16.	Pegaſe,	23	0	4	3	6	3	7
17.	Le petit Cheval,	4	0	0	0	4	0	0
18.	Orion,	56	2	4	4	16	11	19
19.	Le petit Chien,	10	1	0	1	0	3	5
20.	Le Sepentaire,	30	0	1	7	9	10	3
21.	Le Serpent.	35	0	1	7	7	2	18

Constellations Méridionales.

Nomb. des Constel.		Nomb. des Etoiles.	1e. grandeur.	2e. grandeur.	3e. grandeur.	4e. grandeur.	5e. grandeur.	6e. grandeur.
22.	L'Aigle,	27	0	1	6	1	5	14
23.	Antinoüs,	15	0	0	6	2	1	6
24.	La Fleche,	8	0	0	0	3	1	4
25.	Le Dauphin,	10	0	0	5	0	1	4

Signes du Zodiaque.

26.	Le Belier,	19	0	0	3	1	2	13
27.	Le Taureau,	48	1	1	5	8	20	13
28.	Les Gemeaux,	34	0	3	4	7	9	11
29.	L'Ecreviſſe,	32	0	0	2	4	6	20
30.	Le Lion,	43	2	2	5	13	7	14
31.	La Vierge,	45	1	0	5	6	11	22
32.	La Balance,	14	0	2	1	8	2	1
33.	Le Scorpion,	35	1	1	9	10	11	3
34.	Le Sagittaire,	30	0	2	7	8	8	5
35.	Le Capricorne,	28	0	0	4	1	7	16
36.	Le Verſeur d'eau,	42	0	0	4	7	23	8
37.	Les Poiſſons,	36	0	0	1	6	19	10

Constellations Méridionales.

38.	La Baleine,	29	0	2	7	14	5	1
39.	L'Eridan,	44	1	0	6	29	5	3
40.	Le Lievre,	13	0	0	4	4	4	1
41.	Le grand Chien,	19	1	1	5	4	8	0

Conſtellations Méridionales.

Nomb. des Conſtel.		Nomb. des Etoiles.	1e. grandeur.	2e. grandeur	3e. grandeur.	4e. grandeur.	5e. grandeur.	6e. grandeur.
42.	L'Hydre.,	29	1	0	2	13	9	4
43.	La Taſſe,	11	0	0	0	8	1	2
44.	Le Corbeau,	8	0	0	4	1	2	1
45.	Le Poiſſon Auſtral,	12	1	0	0	9	2	0
46.	Le Phœnix,	14	0	1	3	8	2	0
47.	La Colombe,	12	0	2	0	9	0	1
48.	Le Navire Argo,	51	1	7	10	23	7	3
49.	Le Centaure,	41	2	5	7	16	9	2
50.	Le Loup,	20	0	0	2	11	7	0
51.	La Couronne Auſtrale,	13	0	0	0	4	7	2
52.	La Gruë,	15	0	3	0	4	2	6
53.	Hydrus,	15	0	1	0	4	10	0
54.	La Dorade,	6	0	0	0	3	3	0
55.	Le Poiſſon volant,	4	0	0	0	0	1	3
56.	La Mouche,	4	0	0	0	4	0	0
57.	Le Triangle Auſtral	4	0	3	0	0	1	0
58.	L'Autel,	6	0	0	0	5	1	0
59.	Le Paon,	16	0	1	2	1	6	6
60.	L'indien,	15	0	0	0	6	3	6
61.	Le Toucan,	8	0	4	0	3	1	0
62.	Le Cameleon,	9	0	0	9	0	0	0
63.	Apus, ou l'Oiſeau d'Inde,	12	0	0	0	1	11	0

Outre toutes ces Etoiles, qu'on obſerve à la vûe ſimple, on remarque encore dans le Ciel une blancheur qui s'étend d'un Pole à l'autre. C'eſt ce qu'on appelle la Voye Lactée, ou la Voye de Lait, & qui n'eſt autre choſe qu'une infinité de petites Etoiles inviſibles aux yeux, à cauſe de leur petiteſſe, & ſemées ſi près les unes des autres, qu'elles paroiſſent former une lueur continuelle : on ne peut les découvrir qu'avec des Lunettes d'approche. Cette Voye Lactée paſſe par les Conſtellations de Caſſiopée, du Cigne & de l'Aigle ; par la Fleche du Sagittaire, la Queue du Scorpion, le Centaure, le Navire Argo, les Pieds des Gemeaux, le Chartier & Perſée. Avec le ſecours des Lunettes, on découvre un très-grand nombre d'Etoiles, répandues parmi les autres, & elles ſont en ſi grande quantité dans quelques Conſtellations, que dans celle d'Orion on en compte plus de mille.

Parmi les Etoiles fixes, il y en a qui paroiſſent & diſparoiſſent pendant certaines Périodes. Mais ce qui eſt très-rémarquable, c'eſt que dans le commencement qu'elles paroiſſent, leur grandeur augmente juſqu'à ce qu'étant prêtes à diſparoître, leur grandeur diminue peu à peu. On les voit même encore avec des Lunettes d'approche, quand on ne peut plus les appercevoir avec la vûe ſimple. Ces Etoiles ſeroient-elles ſemblables à nos Planetes, & auroient-elles un mouvement autour de quelque Etoile ?

On obſerve au contraire d'autres Etoiles, qui ayant paru pendant un certain tems, diſparoiſſent abſolument. On les voit d'abord d'une figure ronde, & d'une grandeur qui augmente peu à peu ; de ſorte qu'elles paroiſſent plus grandes que les

Etoiles de la premiere grandeur ; mais elles diminuent insensiblement en passant par tous les différens degrez de grandeur des Etoiles, & elles changent en même tems de couleur, à mesure qu'elles approchent de leur fin ; car dans le commencement elles ont une lumiere blanche & agréable, qui ressemble assez à celle de Venus, ensuite elles prennent une couleur rougeâtre, comme celle de Mars : Enfin elles deviennent blanchâtres & plombées comme Saturne, jusqu'à ce quelles disparoissent. Depuis leur commencement jusqu'à leur fin on les voit avec cette lumiere tremblante, qui est commune à toutes les Etoiles fixes.

PROBLEME XLVII.

Dresser un Theme Celeste.

LEs Astrologues prétendent par la connoissance de la disposition des Astres, pénétrer dans l'obscurité de l'avenir, soit pour prévoir les changemens des tems, soit pour prédire les événemens qui sont attachés à la fortune des hommes. Ils suppose nt le Ciel divisé par des Méridiens en douze parties égales, ausquelles ils ont donné le nom de *Maisons Celestes*. On commence à compter ces Maisons à l'Orient, en descendant sous l'Horison, de telle sorte que les six premieres sont toûjours sous l'Horison, & les six autres dessus.

La premiere Maison est appellée *Horoscope, Maison de la Vie*, du *Temperament*, de la *Santé*, des *Mœurs*, de l'*Esprit*, & *Angle Oriental*. Plan. 39. Fig. 46.

La seconde, la *Maison des Richesses*, de *l'Or*, des *Meubles*, & des *Fonds acquis*.

La troisiéme, la *Maison des Freres* & des *Alliez*,

La quatriéme, dans le plus bas du Ciel, la *Maiſon des Parens*, des *Succeſſions*, & l'*Angle de la Terre.*

La cinquiéme, la *Maiſon des Enfans* & des *Plaiſirs.*

La ſixiéme, la *Maiſon des Domeſtiques*, des *Sujets*, & des *Animaux apprivoiſés.*

La ſeptiéme, deſſus l'Horiſon, du côté de l'Occident, la *Maiſon du Mariage*, des *Ennemis connus*, & l'*Angle d'Occident.*

La huitiéme, la *Maiſon de la Mort*, & *Porte ſupérieure.*

La neuviéme, la *Maiſon de la Pieté*, & des *Voyages.*

La dixiéme, au plus haut du Ciel, la *Maiſon des Offices*, des *Actions*, & de la *Gloire.*

L'onziéme, la *Maiſon des Amis.*

La douziéme, la *Maiſon des Maladies*, des *Priſons*, des *Exils*, des *Ennemis cachés*, & des *Afflictions.*

Planche 32. Fig. 46. On diſpoſe ces Maiſons dans un quarré, de la maniere qu'on le voit dans la Figure.

S'il étoit propoſé de dreſſer pour Paris un Theme Céleſte; ou de tirer un Horoſcope pour le premier Janvier 1723 à Midi précis, il faudroit chercher dans quelques Ephémérides les vrais lieux des Planetes. La Connoiſſance des Tems calculés par M. *Lieutaud* de l'Académie Royale des Sciences, les donne tels qu'on les voit dans cette Table.

		Longitude.
Le Soleil	☉	10 d. 37′ ♑
La Lune	☾	29 d. 55′ ♎
Saturne	♄	23 d. 5′ ♐
Jupiter	♃	22 d. 18′ ♐
Mars	♂	18 d. 2′ ♐
Venus	♀	11 d. 40′ ♒
Mercure	☿	24 d. 59′ ♐

Nous n'entreprendrons point d'expliquer ici toutes les différentes manieres de dreſſer le Theme Céleſte ; celles qui ſe font par le moyen des Tables, ſont trop difficiles pour des Récréations Mathématiques. Nous nous contenterons d'indiquer la méthode qui paroît la plus aiſée, & de l'appliquer à la queſtion propoſée. Prenez un Globe Terreſtre, dont vous mettrez le Pole à la hauteur de 49 degrez, qui eſt l'élevation du Pole de Paris. Mettez enſuite dans le Méridien le degré du Soleil, qui eſt 10 d. 37′ du ♑. Ayant pris garde à quel point l'horiſon coupe l'Equateur du côté de l'Occident ; vous verrez qu'il le coupe vers le dixiéme degré : partagez en trois les 90 degrez de l'Equateur compris entre l'Horiſon & le Méridien ; ou comptez de ce point 10 trois fois trente degrez. Faites paſſer par ces trois diviſions de l'Equateur du côté de l'Occident, le cercle de poſition attaché aux Poles. Remarquez en quel point ce cercle fixé ſur chaque diviſion, coupera l'Ecliptique, & vous trouverez que le commencement de la huitiéme Maiſon eſt au 7e. degré de ♏ ; celui de la neuviéme au 27e. degré de ♐, & celui de la dixiéme au 10e degré 37 minutes du ♑. Faites du côté de l'Orient la même choſe que vous

Planche 39. Fig. 46. avez fait du côté de l'Occident, en paſſant le cercle de poſition dans la partie Occidentale, & vous trouverez que le commencement de la onziéme Maiſon eſt au 27e, degré de ♑ ; celui de la douziéme au 27e. degré de ♒, & celui de la ptemiere au 24e. dégré 33 minutes de ♈. Les commencemens de ces ſix Maiſons ayant été ainſi trouvées, il ne ſera pas difficile de trouver les commencemens des ſix autres, puiſqu'il n'y a qu'à mettre dans les ſuivantes les Signes oppoſés avec les mêmes degrez & minutes, comme on le voit dans cette Table, & dans la Figure.

Maiſons.	*Signes.*	*Maiſons.*	*Signes.*
8.	♏ 7 d.	2.	♉ 7 d.
9.	♐ 27 d.	3.	♊ 27 d.
10.	♑ 10 d. 37′	4.	♋ 10 d. 37′
11.	♑ 27 d.	5.	♋ 27 d.
12.	♒ 27 d.	6.	♌ 27 d.
1.	♈ 24 d. 33′	7.	♎ 24 d. 33′

Les poſitions des Signes étant trouvées, & les Signes avec leurs degrez, ayant été placés dans le Theme Céleſte, on mettra chaque Planete avec ſon lieu, ou ſa longitude dans la Maiſon qui lui convient, à raiſon du Signe où elle ſe trouve. Ainſi la ☾ ſera placée avec ſes degrez & minutes dans la 7e. Maiſon, à cauſe qu'elle eſt dans le Signe de ♎ ; ♄ ſera mis dans la 9e. Maiſon, à cauſe du ♐, où il ſe trouve, & ainſi des autres ; comme on le remarquera aiſément dans la Figure.

REMARQUE.

I.

S'il étoit propoſé de dreſſer un Théme Céleſte

à une autre heure qu'à Midi, comme à 6 heures du ſoir, il faudroit trouver le vrai lieu du Soleil, ou des Planetes pour cette heure propoſée, ſuivant ce qui eſt enſeigné dans la Connoiſſance des Tems. De plus, après avoir mis le degré du Signe dans le Meridien, il faudroit mettre l'éguille des heures ſur 12 heures, tourner enſuite le Globe du côté de l'Occident, juſqu'à ce que cette éguille marquât l'heure propoſée, qui eſt ici 6 heures du ſoir. Si l'heure propoſée étoit le matin, il faudroit tourner le Globe vers l'Orient: alors on feroit les mêmes opérations qu'on a enſeigné ci-deſſus.

II.

Si le Theme à dreſſer eſt pour un autre lieu que Paris, il faut faire toutes les réductions néceſſaires, pour leſquelles on conſultera la Connoiſſance des Tems, & faire attention à l'élevation du Pole du lieu pour lequel on veut tirer l'Horoſcope.

III.

On n'etreprendra point de rapporter les principes ſur leſquels eſt fondée la Science de l'Aſtrologie Judiciaire. Ceux qui voudront connoître par eux-mêmes la foibleſſe des fondemens qui ſoûtiennent un édifice ſi peu ſolide, pourront s'en inſtruire en liſant les Docteurs de cette Science; tels que ſont Stofler, Magin, Villon, Rantzaw, Pagan, Morin, & les autres. Rantzaw, qui étoit très-verſé dans cette matiere, dit dans ſa Préface, que l'Aſtrologie eſt fondée ſur la conjecture, qu'il avoue être quelquefois trompeuſe. Morin, autrefois Profeſſeur Royal, employe toute ſa Philoſophie dans ſon *Aſtrologia Gallica*, pour prouver

la ſolidité de cette Science. Mais après une lecture pénible de ce Livre, je ne ſçai ſi on ſera frappé de ſes preuves. Cependant il ne ſera point inutile de lire le Poëme Aſtronomique de Manile, ſur-tout ſi on conſulte l'habile Commentateur Dauphin dans les endroits difficiles.

Quoiqu'il en ſoit, on ne peut s'empêcher de rapporter un fait qui convient d'autant plus au ſujet qu'on traite ici, qu'il appartient à M. Ozanam même. On le tirera de l'Éloge de M. Ozanam, que M. de Fontenelle a donné dans l'Hiſtoire de l'Académie de l'année 1717. » Il ſçavoit trop » d'Aſtronomie, dit M. de Fontenelle, pour don- » ner dans l'Aſtrologie Judiciaire, & il refuſoit » courageuſement tout ce qu'on lui offroit pour » l'engager à tirer des Horoſcopes; car preſque » perſonne ne ſçait combien on gagne à ignorer » l'avenir. Une fois ſeulement il ſe rendit à un » Comte de l'Empire, qu'il avoit bien averti de ne » le croire pas. Il dreſſa par Aſtronomie le Theme » de ſa nativité; & enſuite, ſans employer les ré- » gles de l'Aſtrologie, il lui prédit tous les bon- » heurs qui lui vinrent à l'eſprit. En même tems le » Comte fit faire auſſi ſon Horoſcope par un Mé- » decin très-entêté de cet Art, qui s'y prétendoit » fort habile, & qui ne manqua pas d'en ſuivre exac- » tement & avec ſcrupule toutes les régles. Vingt » ans après le Seigneur Allemand apprit à M. Oza- » nam, que toutes ſes prédictions étoient arrivées, » & pas une de celles du Médecin. Cette nouvelle » lui fit un plaiſir tout différent de celui qu'on pré- » tendoit lui faire. On vouloit l'applaudir ſur ſon » grand ſçavoir en Aſtrologie, & on le confirmoit » ſeulement dans la penſée qu'il n'y a point d'Aſtro- » logie.

PROBLEMES DE MECANIQUE.

LA plûpart des Problêmes de Mécanique ſont plus utiles que curieux, parce qu'ils ſervent ordinairement à l'execution des choſes les plus neceſſaires à la vie de l'homme. Ainſi il ſemble qu'on ne ſçauroit trop s'étendre ſur cette matiére : neanmoins comme il faut neceſſairement nous borner, pour ne pas faire un Volume trop ample, je ne rapporterai que les Problêmes qui me ſembleront les plus utiles, les plus agréable, & les plus faciles à comprendre & à exécuter.

PROBLEME I.

Empêcher qu'un corps peſant ne tombe, en lui ajoûtant du côté où il tend à tomber, un autre corps plus peſant.

ON met ſur le bord d'une table AB, une Clef CD, de maniére que la partie ED, qui n'eſt point appuyée ſur la table, eſt plus peſante que la partie CE, qui paroît en être ſoûtenue. On propoſe de faire en ſorte que cette Clef demeure dans cette ſituation ſans tomber. Voici ce qu'il faut faire. Ajoûtez à l'extrêmité D de la Clef un bâton DFG recourbé vers le deſſous de la table. Attachez à l'extrêmité G du bâton un poids H, tellement Plan. 35. Fig. 127.

Plan. 35. Fig. 127. situé, qu'il réponde perpendiculairement au point E, où la Clef touche la table. Alors la Clef ne tombera point; car pour tomber il faudroit que la partie ED s'inclinant, la partie EC fit un mouvement, & que l'extrêmité C décrivît un arc de cercle, dont le point E seroit le centre. Or on conçoit que cela ne peut arriver, si le poids H ne monte au lieu de descendre: mais il n'y a point de cause pour faire monter le point H, à moins qu'on n'appuye fortement sur quelque point de la partie EF, ou qu'on y suspende un poids perpendiculairement. Il est donc impossible que la Clef fasse aucun mouvement. Ainsi elle demeurera dans la situation où on l'a posée, avec toutes les circonstances qu'on a décrites.

REMARQUES.

I.

Il faut ragarder le poids H comme attaché au point I, ou à quelque autre point entre C & E, si le poids H avance dessous la table.

II.

On exécute facilement ce Problême avec une plume, à l'extrêmité de laquelle on fiche la pointe d'un ganif, en sorte que le ganif fasse un angle aigu avec la plume qu'on pose par son autre extrêmité sur la table.

III.

Plan. 41. Fig. 47. On peut encore exécuter ce Problême par le moyen d'un bâton CE, posé sur une table, à l'extrêmité duquel on ajuste un sceau CF plein d'eau.

Ce

Ce bâton doit être un peu applati à son extrêmité C, sur laquelle ayant fait passer l'anse du seau, on met un autre bâton CF, qui appuyant par un de ses bouts sur le fond du seau F, tienne de l'autre bout fortement serré le premier bâton EC contre l'anse du seau. Cela étant fait, on met sur la table le bâton CE, comme on le voit dans la Figure, & le seau plein d'eau se trouvera suspendu à l'extrêmité de ce bâton, qui tomberoit, s'il n'avoit pas ce poids. Observez que le bâton EC doit être avancé sur la table de telle maniere, que le centre de gravité de tout le poids se trouve sous le bord de la Table. Planche 41. Fig. 47.

PROBLEME II.

Faire une boule trompeuse au Jeu de Quilles.

FAites un trou qui n'aille point jusqu'au centre de la boule. Mettez dans ce trou du plomb, bouchez-le si bien qu'il ne soit pas aisé de le découvrir. Quoiqu'on roule cette boule en la jettant droit vers les quilles, elle ne manquera pas de se détourner, à moins qu'on ne la jette par hazard ou par adresse de telle sorte, que le plomb se trouve dessus ou dessous en faisant rouler la boule.

PROBLEME III.

Partager une pomme en deux, quatre, huit, &c. sans rompre la peau de la pomme.

AYez une petite éguille enfilée de soye ou de fil; commencez à percer la pomme à la tête ou à la queue: en ne prenant que très-peu de l'é-

corce, & passant legerement sous la peau : pratiquez la même chose, en faisant tout le tour de la pomme, & revenez à l'endroit que vous aurez commencé à percer, où vous aurez laissé un bout du fil. Prenez ces deux bouts de fil, & tirez-les doucement, la pomme sera partagée en deux : les trous de l'éguille étant petits ne paroîtront point & il ne semblera pas que la pomme soit partagée. Vous ferez la même chose si vous la voulez diviser en quatre, ou en autant de parties qu'il vous plaîra.

PROBLEME IV.

Faire en sorte qu'un homme se tenant droit, il puisse avoir la tête & les pieds en haut.

IL faudroit le mettre au centre de la Terre.

Si on pouvoit aussi placer une échelle au centre de la Terre, il arriveroit que deux hommes monteroient en mêmes tems, & iroient vers deux endroits diamétralement opposez l'un à l'autre.

PROBLEME V.

Par le moyen d'un petit poids, & d'une petite balance, mouvoir un autre poids si grand que l'on voudra.

Plan. 35. Fig. 128. JE suppose que la balance AB est attachée en F, au-dessus de son centre du mouvement E, par le moyen du crochet immobile EF, & qu'elle a proche de son extrêmité B un petit poids C suspendu en H, par un anneau qui coule le long du bras EB. On propose d'enlever un poids d'une pesanteur énorme, comme D, qui pourroit representer la

Terre, si on en connoissoit la pesanteur, & si l'on avoit un point ferme pour arrêter la balance.

Pour trouver la distance EH du poids C au centre du mouvement E ; de sorte que le poids D puisse être mû par le petit poids C arrêté en H ; cherchez à un poids I moindre que le poids C, au grand poids D, & à la ligne AE, qui doit être fort petite, une quatriéme proportionnelle EH, pour avoir le point H, où le point I étant suspendu, tiendra le poid D en équilibre : comme il est évident par ce principe général des Mécaniques, qui porte que deux poids demeurent en équilibre autour d'un point fixe, lorsqu'ils en sont éloignez par des distances reciproquement proportiennelles à leurs poids. C'est pourquoi si au lieu du poids I, on applique en H le poids C, qui est plus grand, ce poids C pourra mouvoir & enlever le poids D.

PROBLEME VI.

Construire une balance trompeuse. qui paroisse juste étant vuide, aussi bien qu'étant chargée de poids inégaux.

FAites une Balance dont les deux bassins A, B, soient de pesanteurs inégales, en sorte que les longueurs des bras CD, CE, soient aussi inégales, & réciproquement proportionnelles à ces pesanteurs, c'est-à-dire que le bassin A soit au bassin B, comme la longueur CE est à la longueur CD, Ces deux bassins A, B, demeureront en équilibre autour du point fixe C. La même chose arrivera aussi lorsque les deux bras CD, CE, seront égaux en longueur, & inégaux en grosseur ; en sorte que le bras CD soit plus gros que le bras Plan. 42. Fig. 131.

Plan. 42. Fig. 131. CE, à proportion que la pesanteur du bassin B est plus grande que celle du bassin A. Cela étant fait, si l'on met dans les deux bassins A, B, des poids inégaux, qui soient en même raison que les pesanteurs de ces deux bassins, en sorte que le poids le plus pesant soit mis dans le bassin le plus pesant, & le poids le moins pesant dans le bassin le moins pesant; ces deux poids avec les pesanteur de leurs bassins demeureront en équilibre autour du centre de mouvement C.

Supposons que le bras CD soit de 3 pouces, & le bras CE de 2 pouces, & reciproquement que le bassin B pese 3 onces, & le bassin A deux onces; alors la balance n'étant chargé que de la pesanteur de ces deux bassins, demeurera en équilibre, étant suspendue par le point C. Si l'on met dans le bassin A un poids de 2 livres, & dans le bassin B un poids de 3 livres, ou bien dans le bassin A un poids de 4 livres, & dans le bassin B un poids de 6 livres, ou bien encore dans le bassin A un poids de 6 livres, & dans le bassin B un poids de 9 livres, &c. la balance ainsi chargée paroîtra encore juste, parce que ces poids avec les pesanteurs de leurs bassins seront reciproquement proportionnels aux longueurs des bras de la balance. Mais on découvrira la fausseté de cette balance, en changeant de bassin les poids qui alors ne demeureront plus en équilibre.

PROBLEME VII.

Construire un nouveau Peson propre à porter dans la poche.

ON a inventé depuis peu en Allemagne un nouveau Peson, qu'on peut aisement porter à la poche : on s'en sert très-commodement pour

peſer promptement & facilement un poids d'une grandeur médiocre, comme du Foin, des Marchandiſes, & autre choſe ſemblable, depuis une livre juſqu'à cinquante.

Cette Machine eſt compoſée d'un tuyau ou canon de cuivre AB, long d'environ ſix pouces, & large à peu près de huit lignes : on n'a marqué dans la Figure que l'extrêmité BD de ce tuyau, le reſte eſt ouvert pour laiſſer voir au dedans un reſſort d'acier AD, fait en Vis comme un tire-boure d'Arquebuſe. Il y a au bout d'en haut, c'eſt-à-dire, vers A un trou quarré, par où paſſe une verge de cuivre CAD, auſſi quarrée, qui traverſe le reſſort. On voit ſur une des faces de cette verge les diviſions des livres qui ont été marquées en appliquant ſucceſſivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c. & en traçant des lignes ſur cette verge, à l'endroit où elle s'eſt trouvée coupée par le trou quarré A. Plan. 42. Fig. 130.

Ces lignes ſont inégalement diſtantes les unes des autres, ſelon les differens poids attachez au crochet E, qui par leur peſanteur font étendre le reſſort & ſortir en dehors une plus grande, ou plus petite partie de la verge, ſelon que le poids appliqué au crochet E, eſt plus grand ou plus petit. La verge doit être arrêtée par le bas avec une virole, & avoir en haut un anneau F.

L'uſage de ce peſon eſt évident par ſa conſtruction, il eſt aiſé de connoître que pour s'en ſervir il le faut ſuſpendre par l'anneau F, qui tient à la verge CD, & appliquer le poids que l'on veut peſer au crochet E. La peſanteur du poids fera deſcendre le canon AB le long de la verge, ſur laquelle on verra en A la peſanteur du poids propoſé.

REMARQUE.

Plan. 42 Fig. 132.

Le Sieur Chapotot Ingénieur du Roy, & Fabricateur des Instrumens de Mathematiques à Paris, a imaginé une autre sorte de peson en forme de Montre, où l'on peut connoitre la pesanteur d'un poids avec une très-grande facilité.

Ce nouveau Peson est composé de deux poulies AB, CD, avec leurs chapes, liées ensemble par une corde, comme celles qui servent aux pendules à poids. La poulie qui est en haut, sçavoir, AB, est creuse comme un barillet de Montre, & contient un ressort, qui étant arrêté par l'aissieu de la poulie, fait le même effet que celui d'une Montre.

La même poulie AB contient les divisions des livres, qu'on y marque mécaniquement, comme dans le Peson précedent, en appliquant successivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c. & en tenant le Peson suspendu par son anneau F. La pesanteur du poids fait tourner la poulie AB, de sorte que par les divers poids la pointe I répondra à des points differens de la poulie AB, où l'on marquera par consequent les nombres des livres qui conviendront aux poids qui auront été appliquez au crochet E; après quoi on pourra se servir de ce Peson, comme du précedent, pour peser tout ce que l'on voudra.

Il est aisé de voir par la Figure, que la corde BDCA soûtient & embrasse par en bas la poulie CD, & qu'elle est attachée fortement au point G par l'un de ses bouts, & par l'autre bout en quelque point de l'autre poulie AB, par exemple, en H

ce qui contribue à faire tourner cette poulie AB autour de ſon aiſſieu, lorſqu'elle eſt tirée par la partie AC de la corde, à cauſe de la peſanteur du poids appliqué au crochet E. Cette peſanteur ſera d'abord marquée ſur la poulie AB, par la pointe I, quand on tiendra le Peſon ſuſpendu avec le pouce, ou plûtôt avec un bâton appliqué à l'anneau F, &c.

Conſtruction d'un autre Peſon.

Ce Peſon * conſiſte en une verge de fer ſuſpendue par un fleau en ſon point d'équilibre C, qui partage la verge du Peſon en deux bras égaux, comme les balances communes. Chacun de ces bras a des diviſions égales, & l'ordre de ces diviſions commence du point C de l'équilibre: & va vers les extrêmitez A & B, comme on le voit dans la Figure. Planche 42. Fig. 48.

Cette Balance ſert à connoître le poids & le prix des marchandiſes en même tems.

Si vous voulez peſer quelque marchandiſe, ſuſpendez-la par un fil de ſoye à l'un des bras de la Balance, & mettez à l'autre bras un contrepoids marqué D, d'une livre ou d'une once, ſuivant que la marchandiſe ſe peſe par livres ou par onces. Ce contrepoids doit couler le long du bras, comme dans les Romaines. Pour ſçavoir le poids de la marchandiſe, mettez le fil de ſoye à la premiere diviſion, qui eſt la plus proche du point de l'équilibre, & faites couler le contrepoids le long du bras, la diviſion où il ſera équilibre marquera le nombre des livres ou des onces de la marchandiſe.

* Il a été inventé par Jean Dominique Caſſini.

Planche 42. Fig. 48. Si vous voulez ſçavoir le prix de toute la marchandiſe à raiſon du prix convenu, par exemple, à 7 ſols l'once ou la livre ; mettez le fil qui ſoûtient la Marchandiſe à la ſeptiéme diviſion : faites enſuite couler le contrepoids ſur l'autre bras juſqu'à ce qu'il ſoit en équilibre, le nombre des diviſions depuis le point de ſuſpenſion juſqu'au contrepoids ; ſera le nombre des ſols ou la valeur de la marchandiſe.

A l'égard des marchandiſes qu'on ne ſçauroit peſer que dans un baſſin, prenez-en un, dont le poids avec ſon crochet, ſoit connu, comme d'une once ou d'une livre. Faites la même choſe que vous avez faite avec le fil de ſoye, & quand vous aurez connu le poids total, ôtez-en le poids du baſſin, le reſte ſera le poids de la marchandiſe.

REMARQUES.

La livre de Paris eſt de 16 onces, & ſe diviſe en deux marcs chacun de 8 onces. L'once ſe diviſe en 8 gros, & le gros en 72 grains, le grain eſt à peu près le poids d'un grain de froment.

Rapport du poids de Paris à ceux des Pays étrangers.

La livre d'Avignon, de Lyon, de Montpellier & de Toulouſe, eſt de 13 onces.

La livre de Marſeille & de la Rochelle, eſt de 19 onces.

La livre de Rouen, de Beſançon, de Strasbourg & d'Amſterdam, eſt de 16 onces.

La livre de Milan, de Naples & de Veniſe, eſt de 9 onces.

La livre de Meſſines & de Genes, eſt de 9 onces $\frac{3}{4}$.

La livre de Florence, de Ligourne, de Piſe, de Sarragoſſe & de Valence, eſt de 10 onces.

La livre de Turin & de Modene eſt de 10 onces $\frac{1}{2}$.

La livre de Londres, d'Anvers & de Flandres eſt de 14 onces.

La livre de Baſle, de Berne, de Francfort & de Nuremberg, eſt de 16 onces 14 grains.

La livre de Geneve eſt de 17 onces.

PROBLEME XVII.

Trouver le Poids d'un nombre donné de livres par le moyen de quelqu'autres Poids differens.

ON réſoudra facilement ce Problême par le moyen de pluſieurs poids en progreſſion géométrique double & triple : il faut que l'une & l'autre commence par l'unité.

Pour la progreſſion Géométrique double.

Si l'on a des poids qui ſoient en progreſſion géométrique double, tels que ſont ces nombres 1, 2, 4, 8, 16 &c. & qu'on prenne les deux premiers 1, 2, on pourra en les mettant dans le baſſin A d'une Balance peſer 3 livres. Avec le poids 1, on peſera une livre, avec le poids 2, on peſera 2 livres ; avec le poids 1, 2, on peſera 3 livres. Si à ces deux poids 1, 2, on ajoute le 3e. poids 4, on trouvera le moyen de peſer ſept livres, on peſera quatre livres avec les poids 4, cinq livres avec les poids 4, 1 ; ſix livres avec les poids 4, 2 ; ſept livres avec les poids 4, 2, 1. Plan. 42. Fig. 131.

De même avec les poids 1, 2, 4, 8, on pourra

Plan. 42. Fig. 131. peſer 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 & 15 livres, & avec les poids, 1, 2, 4, 8, 16, on trouvera le moyen de peſer toutes les livres, qui ſont au-deſſous de 32 livres.

On connoît par ce qui vient d'être dit, qu'on peut peſer toutes les livres qui ſont au deſſous du double du dernier des poids qu'on a propoſé, lorſqu'on a tous les autres depuis l'unité juſqu'au propoſé. Si, par exemple, on a ces poids 1, 2, 4, 8, 16, on ne peut peſer que juſqu'à 31 livres, qui eſt le double de 16, diminué l'unité.

Pour la progreſſion triple.

Mais la progreſſion triple depuis l'unité, qui s'exprime par ces nombres 1, 3, 9, 27, 81, &c. a quelque choſe de particulier. Avec les deux premiers poids, 1, 3, on peut peſer 1, 2, 3 & 4 livres, car en mettant le poids 1 dans le baſſin B, on peſe une livre; en mettant le poids 3 dans le baſſin B, on peſe 3 livres & 2 livres pourvû qu'on mette dans le baſſin A le poids I; & avec les poids 1, 3, dans le baſſin A, on peſe 4 livres.

De même avec les trois premiers poids 1, 3, 9, on peut peſer 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, avec les quatre premiers, 1, 3, 9, 27, on peut peſer juſqu'à quarante livres.

On connoît par ce qui vient d'être dit, qu'avec des poids en progreſſion triple, commençant par l'unité, on peut peſer autant de livres que les poids propoſez ajoûtez enſemble expriment d'unitez. Si, par exemple, on veut ſçavoir combien on peut peſer avec ces cinq poids 1, 3, 9, 27, 81, ajoûtez ces nombres enſemble, & la ſomme 121 exprime le nombre de livres qu'on peut peſer avec les cinq poids propoſez, c'eſt-à-dire, qu'avec

ces cinq poids differens, on peut peſer toutes les livres, qui ſont contenuës dans 121.

De ſorte que ſi le nombre donné des livres eſt depuis 1 juſqu'à 40, qui eſt la ſomme des quatre premiers termes 1, 3, 9, 27, vous vous ſervirez de quatre poids differens, dont l'un peſe une livre, l'autre 3 livres, le troiſiéme 9 livres; & le quatriéme 27 livres, pour trouver par leur moyen un poids de quelqu'autre nombre de livres, par exemple, de 11 livres en cette ſorte.

Parce que le nombre donné 11 eſt moindre de 1 que 12, qui eſt la ſomme des poids de 3 & de 9 livres, ſi vous mettez dans l'un des deux baſſins d'une Balance, par exemple, dans le baſſin A, le poids d'une livre, & dans l'autre baſſin B, les poids de 3 & de 9 livres; ces deux poids au lieu de peſer 12 livres, ne peſeront que 11 livres, à cauſe du poids de 1 livre, qui eſt dans le baſſin A. C'eſt pourquoi ſi dans le baſſin A on met un corps qui, avec le poids de 1 livre, demeure en équilibre avec les deux poids de 3 & de 9 livres, qui ſont dans l'autre baſſin B, ce corps aura la peſanteur de 11 livres; ainſi on aura trouvé un poids de 11 livres, comme il étoit propoſé. Plan. 41. Fig. 131.

On connoîtra par un ſemblable raiſonnement, que pour trouver un poids de 14 livres, il faut mettre dans le baſſin A, les poids de 1, 3 & 9 livres, & dans le baſſin B, le poids de 27 livres, parce que ce poids ſurpaſſe les trois precedens de 14 livres, & que pour trouver un poids de 15 livres, il faut mettre dans le baſſin A, les poids de 3 & de 9 livres, & dans le baſſin B, le poids de 27 livres, parce que ce poids ſurpaſſe les deux précedens de 15 livres. Ainſi des autres..

REMARQUE.

La progreſſion triple, qui commence par l'unité, a une proprieté, qui eſt à remarquer. C'eſt que celui des termes qu'on voudra choiſir ſurpaſſe de l'unité le double de la ſomme des termes précedens. Ainſi 27 ſurpaſſe de l'unité 26, double de la ſomme 13 des termes précedens 1, 3, 9.

PROBLEME IX.

Obſerver les differens changemens qui arrivent à la peſanteur de l'Air.

ON ne doute point à preſent que l'Air ne ſoit peſant, on prouve ſa peſanteur, parce qu'un balon peſe plus, quand il eſt enflé, que quand il eſt deſenflé. Entre pluſieurs autres preuves qu'on a du poids de l'Air; il ſuffira de rapporter l'expérience qui donna occaſion à Toricelli d'attribuer à cette peſanteur tous les effets que les Philoſophes avoient juſqu'alors attribué à l'horreur du vuide. Comme cette peſanteur n'eſt pas infinie, parce que la Sphere de l'Air eſt bornée, ſon effet eſt auſſi limité, comme on le voit dans une pompe aſpirante, où l'eau ne ſçauroit monter plus haut qu'environ 32 pieds, quand on leve le piſton; parce que la peſanteur de l'Air ne ſçauroit la forcer à monter davantage. Il arrive la même choſe en élevant du vif-argent dans une Seringue, où il ne monte qu'à la hauteur d'environ 27 pouces, qui eſt celle à laquelle il peſe autant que l'eau à la hauteur de 32 pieds, plus ou moins, ſelon que l'air eſt chargé de vapeurs.

Il ſuit de-là que l'Air n'eſt pas toûjours également peſant dans un même lieu : l'experience nous apprend qu'il peſe plus en un tems qu'en un autre. Cette difference de peſanteur ſe connoît par le moyen d'un inſtrument qu'on appelle *Barometre*, dont il y a deux ſortes. L'un eſt ſimple, l'autre eſt compoſé. Le ſimple n'eſt que l'experience du vuide faite par Toricelli. On n'en parlera qu'après avoir donné la conſtruction du Barometre compoſé.

I.

Il faut avoir un tuyau de verre recourbé, comme ABC, qui ait deux boëtes cylindriques E, D, d'égale capacité, éloignées entr'elles de 27 pouces, qui eſt, comme nous avons déja dit, à peu près la hauteur, à laquelle la peſanteur de l'Air peut faire monter le vif-argent, c'eſt-à-dire, qu'une colomne d'Air depuis la Terre juſqu'à la plus haute ſurface de l'Air eſt en équilibre avec environ 27 pouces de mercure dans un canal perpendiculaire à l'Horiſon. Plan. 42. Fig. 133.

La capacité de la boëte D doit être beaucoup plus grande que celle du reſte du canal CD, pour une raiſon que vous verrez dans la ſuite. L'extrêmité A doit être bouchée hermetiquement, c'eſt-à-dire, de ſa propre matiére ; mais l'autre extrêmité C doit être ouverte. On verſera du vif-argent autant qu'il en ſera beſoin pour remplir la capacité du tuyau ABC, depuis le milieu de la boëte D, juſques vers le milieu de l'autre boëte E, & l'on fera en ſorte que le reſte du tuyau EA ſoit vuide d'Air.

Enfin on remplira en partie l'autre tuyan CD de quelque liqueur qui ne ſe glace point en Hyver, & qui ne puiſſe pas agir ſur le vif-argent, comme

Plan. 42. Fig. 133. de l'eau commune où l'on aura mêlé une ſixiéme partie d'eau forte colorée avec du cuivre : c'eſt ce qu'on appelle *Eau ſeconde*. On peut encore ſe ſervir d'eau commune, où l'on aura fait diſſoudre du ſel de tartre, & que l'on aura colorée avec de la racine d'Orcanette ou du Tourneſol. Ces eaux ſe dilatent peu en Eſté, & elles ne ſe glacent point en Hyver.

On place ce tuyau ABC ainſi rempli d'eau ſeconde, & de mercure, dans une chambre perpendiculairement contre la muraille en un lieu, où l'on puiſſe voir commodement, & où il ne puiſſe être offenſé. Au moindre changement qui arrive à la peſanteur de l'Air, le vif-argent monte ou deſcend dans les deux boëtes D, E, de ſorte que quand l'Air devient plus peſant, il preſſe l'eau du tuyau CD, & la fait deſcendre dans la boëte D; auſſi bien que le vif-argent qui remonte d'autant dans l'autre boëte E. Si le mercure deſcend, par exemple, d'une ligne dans la boëte D, par la peſanteur de l'Air, il monte auſſi d'une ligne dans la boëte E, & l'eau qui eſt dans le reſte du canal CD deſcend dans la boête D. Et ſi la capacité de cette boëte D eſt, par exemple, dix fois plus grande que celle du reſte du tuyau CD, il faudra dix lignes d'eau de ce canal pour remplir une ligne de la boëte D. Ce qui fait voir très-ſenſiblement le moindre changement de la peſanteur de l'Air; & il ſera d'autant plus ſenſible que la capacité des boëtes E, D, ſera grande.

Pour diſtinguer avec plus de facilité ce changement, on a coutume de coler une bande de papier diviſée en pouces & en lignes le long du tuyau BC, & l'on remarque la diviſion à laquelle l'eau ſeconde ſe trouve arrêtée, comme on le fait dans

les *Thermometres*, qui ſervent à connoître les degrez du chaud & du froid.

II.

On peut encore connoître la peſanteur de l'Air par le moyen d'un ſimple tuyau de verre, long de trois ou quatre pieds fermé par un bout, & rempli entierement de vif-argent.

Ayant appliqué le doigt à l'ouverture de ce tuyan, pour empêcher que le vif-argent ne tombe quand on tiendra le ruyau renverſé, plongez le bout ouvert dans d'autre vif-argent, contenu dans quelque vaiſſeau. Alors ſi vous ôtez le doigt, le tuyau ne ſe vuidera pas entierement, mais il demeurera rempli de mercure juſqu'à la hauteur d'environ 27 pouces plus ou moins, ſelon la differente temperature de l'Air. C'eſt ce qu'on appelle l'*Experience du vuide*, parce qu'il ſemble que le reſte d'en haut du tuyau demeure vuide ſans aucun Air. On a deja dit que Toricelli en avoit été l'inventeur. Le mercure demeure ſuſpendu à la hauteur de 27 ou 28 pouces, à cauſe de la peſanteur de toute la maſſe de l'Air, qui peſant ſur le mercure, qui eſt dans le vaiſſeau, la preſſe, l'empêche de s'élever, & de faire place à celui qui eſt dans le tuyau, & qui par conſéquent ne peut deſcendre.

III.

Pour rendre ce Barometre plus commode, on courbe le tuyau qui contient le vif-argent, comme vous voyez celui du Barometre compoſé. La branche AB eſt toute unie ſans phiole en E; mais l'autre branche, qui eſt beaucoup plus courte, en a une en D, & l'on retranche le canal CD. Plan. 42. Fig. 133.

Lorſque l'Air eſt plus peſant, ce qui arrive ordinairement dans le beau tems, le vif-argent monte dans la branche AB, & lorſque l'air eſt plus leger ce qui arrive quand on eſt menacé de pluye; ou de quelque grand vent, le vif-argent baiſſe. On a ſoin de coler à l'endroit où le vif-argent demeure ſuſpendu, un papier diviſé en lignes pour connoître les changemens de l'Air. Mais les differentes hauteurs du vif-argent, cauſées dans le Barometre ſimple par les changemens de l'Air, ne ſont point à beaucoup près ſi ſenſibles que les differentes hauteurs de l'eau ſeconde, cauſées dans le Barometre compoſé par les mêmes changemens de l'Air.

Planche 48. Fig. 49.

On peut encore remarquer que ces differentes hauteurs ſeront dans le Barometre ſimple plus ou moins ſenſibles, que la bouteille de la branche recourbée aura plus ou moins de capacité, * c'eſt-à-dire, que ſon diametre ſera plus ou moins grand par rapport au tuyau. Si la plus longue branche étoit inclinée, la différence des hauteurs deviendroit encore plus ſenſible dans le Barometre ſimple. On va donner quelques obſervations qui ſont très-utiles pour prévoir la pluye, le vent & le beau tems. On peut les mettre ſur un papier colé à côté du tuyau. Si on trouve qu'il y ait trop d'articles, on retranchera les moins neceſſaires, tels que ſont le 5e. le 22e. le 23e. & le 24e. & pour les vents le 4e.

* La capacité de la phiole ou du canal ſe connoît en quarrant le diamétre de l'un & de l'autre.

Obſervations

Obſervations pour la pluye & le beau tems.

I.

Les changemens de hauteurs qui arrivent au vif-argent, ſervent à faire prévoir les changemens qui ſe font dans l'air, d'où l'on peut conjecturer le beau tems ou la pluye avant qu'ils arrivent.

II.

Ces changemens n'excedent point l'eſpace de deux pouces, enſorte que la plus grande hauteur du vif-argent eſt de vingt-huit pouces ſix lignes, & la moindre eſt de vingt-ſix pouces ſix lignes à Paris, comme on a coutume de le marquer vers l'extrêmité de la plus grande branche du tuyau.

III.

Les pouces entre leſquels ces differentes hauteurs du vif-argent ſont bornées, ſe diviſent en lignes, & à côté de ces pouces diviſez en lignes, on marque les differens tems, tel que l'experience & l'obſervations les ont fait remarquer, comme on le voit dans la Figure. Planche 44. Fig. 54

IV.

Quand le vif-argent deſcend, c'eſt une marque aſſez certaine du mauvais tems, quand il monte, c'eſt une marque du beau tems ; & quand il demeure à la même hauteur que les jours précedens, c'eſt une marque de la continuation du même tems.

V.

Cependant pour n'être pas trompé, il faut remarquer que les changemens de hauteur du vif-

argent ne ſont pas toujours un ſigne certain du changement de tems ; mais c'eſt toujours une marque aſſurée d'une plus grande , ou d'une moindre peſanteur de l'air.

VI.

Si le Barometre promet de la pluye , & qu'on n'en apperçoive pas dans la ſuite , il ne faut pas pour cela accuſer le Barometre d'être trompeur. la pluye prédite eſt tombée ailleurs.

VII.

Si le vif-argent eſt demeuré quelque tems au très-ſec , & qu'enſuite il commence à deſcendre vers le beau fixe , alors on a lieu de croire qu'il arrivera un changement de tems.

VIII.

Si du beau fixe le vif-argent deſcend au beau tems , c'eſt ſigne d'un autre changement en mauvais tems , mais qui n'eſt pas ordinairement de longue durée,

IX.

Mais ſi le vif-argent deſcend au-deſſous du variable , & plus bas, alors le mauvais tems ſera de longue duré : & cela à proportion que le vif-argent ſera plus bas.

X.

Ainſi pour bien juger du tems à venir , il faut obſerver exactement les élevations & les deſcentes du vif-argent , ſans s'arrêter ſcrupuleuſement aux inſcriptions qui ſont à côté des diviſions : quoique le plus ſouvent les changemens du vif-argent ſoient conformes à ce qui eſt marqué pas ces inſcriptions.

XI.

Quand il ſurvient du mauvais tems auſſi-tôt que le vif-argent eſt deſcendu, & qu'il remonte peu après ; c'eſt une marque que le beau tems eſt prochain.

XII.

Si le vif-argent pendant le mauvais tems monte conſiderablement, & qu'il continue à monter deux ou trois jours avant que le mauvais tems ceſſe, alors on peut dire avec certitude que le beau tems eſt prêt à venir, & qu'il durera pluſieurs jours.

XIII.

Et ſi pendant le beau tems le vif-argent deſcend conſiderablement, & qu'il continue à deſcendre deux ou trois jours avant qu'il ſurvienne de la pluye, alors on doit croire, ſans craindre de ſe tromper ; que la pluye eſt prochaine, & qu'elle continuera pendant pluſieurs jours, quelquefois accompagnée de vents impetueux & d'orages.

XIV.

Quand le vif-argent monte promptement de quatre ou cinq diviſions, c'eſt encore une marque aſſurée d'un beau tems de longue durée.

XV.

Et quand le vif-argent deſcend promptement de quatre ou cinq diviſions, c'eſt un ſigne de grande pluye, ſouvent accompagnée de vent.

XVI.

Les inégalitez de hauteurs du vif-argent étant fréquentes, ſont des marques d'un tems incertain & changeant.

XVII.

Quand le vif-argent demeure entre le tems variable & la pluye, il ſurvient ſouvent une grande pluye.

XVIII.

En éſté les changemens de tems ne ſuivent pas ſi promptement les changemens du vif-argent qu'en Hyver.

XIX.

Ordinairement on peut prévoir en Eſté les changemens de tems un jour, & quelquefois deux jours avant qu'ils arrivent.

XX.

Au lieu qu'en Hyver on a quelquefois dela peine à prévoir les changemens de tems ſix heures avant qu'ils ſurviennent.

XXI.

Si en Hyver le vif-argent monte, c'eſt un ſigne de froid, & ſi pendant le froid il deſcend, c'eſt un ſigne de pluye ou de neige.

XXII.

Il eſt difficile de découvrir la cauſe qui fait deſcendre le vif-argent, quand on eſt menacé de pluye, & le fait monter quand il doit faire beau tems.

XXIII.

On peut dire en géneral que l'Air commençant à devenir plus leger, les vapeurs ne peuvent plus être ſoûtenues, que les plus élevées tombant ſur celles qui ſont au-deſſous elles s'aſſemblent & forment des goutes d'eau, qui par leur propre peſanteur tombent en pluye.

XXIV.

Au contraire, lorſque le vif-argent monte, l'Air commence à devenir plus peſant ; les Vapeurs montent & ſe ſoûtiennent dans l'air toutes ſéparées les unes des autres juſqu'à ce que quelque cauſe change la peſanteur de l'Air, & le rende plus leger.

Obſervations pour les Vents.

I.

Si le vif-argent deſcend fort bas, c'eſt une marque de grand vent ſans beaucoup de pluye.

II.

Quand le vent doit tourner à l'Orient (*Eſt*) ou entre l'Orient & le Septentrion (*Nord-Eſt*) ce qu'on appelle Vent de Biſe, alors le vif-argent monte fort haut, & c'eſt une marque de beau tems.

III.

Mais ſi à un vent d'Orient (*Eſt*) ou à un vent d'entre le Septentrion tirant vers l'Orient (*Eſt-Nord-Eſt*) il ſuccede un vent de Midi (*Sud*) ou d'entre le Midi & l'Orient (*Sud-Eſt*) alors le vif-argent deſcend, & c'eſt une marque de pluye,

IV.

Il peut arriver que le Vent du *Sud*, ou celui du *Sud-Oueſt*, ayant chaſſé des vapeurs ou des nuées du côté du *Nord* & du *Nord-Eſt*, un vent de *Nord* ou de *Nord-Eſt* ramene ces vapeurs & ces nuées vers le même lieu où l'on obſerve le Barometre, alors ces vapeurs ou ces nuées cauſent une pluye

qui peut durer quelques jours, suivant la quantité de vapeurs ou de nuées, qui se trouvent assemblées, quoique le vif-agent soit monté.

V.

On remarque souvent que quand le vent du Septentrion (*Nord*) ou celui d'entre le Septentrion & l'Orient (*Nord-Est*) souffle longtems. le vif-argent descend peu à peu, & que le beau tems continue.

VI.

La descente du vif-argent menace de beaucoup de pluye, lorsque le vent ayant été à l'Occident (*Ouest*) il vient à tourner entre le Midi & l'Occident (*Sud-Est*)

VII.

Le vent d'entre le Septentrion & l'Orient (*Nord-Est*) ayant le dessus, c'est une marque que le beau tems continuera, quand même le vif-argent descendroit un peu.

VIII.

Le vent du Midi (*Sud*) & celui d'enrre le Midi & l'Occident (*Sud-Ouest*) nous * amenent ordinairement de la pluye, parce que passant par-dessus la mer, qui est d'une grande étenduë de ce côté-là ils chassent vers nous les vapeurs, qui étant rassemblées dans ce Pays-ci, * se convertissent en pluye.

* A Paris.

IX.

Quand le vent du Septentrion (*Nord*) ou celui d'Orient (*Est*) souffle, l'Air est ordinairement serein, & il tombe rarement de la pluye. Cela vient de ce qu'à l'*Est* il y a une très-grande étendue de terre, d'où il s'éleve très-peu de Vapeurs,

qui ne peuvent par conſequent être chaſſées de ce côté-ci (*Paris*) qu'en très-petite quantité, & celles qui ſe ſont élevées des mers les plus éloignées, ont été converties en pluye avant que d'arriver en ces Pays-ci.

REMARQUES.

On remarquera ici que la doctrine de M. Ozanam touchant l'effet du Barometre compoſé, comparé à celui du Barometre ſimple, n'eſt point approuvée de M. *de la Broſſe*, Auteur d'un Traité du Barometre qui prétend qu'il peut arriver que la variation de l'eau ſeconde dans le tuyau C, ſoit quatorze fois plus ſenſible que la veritable variation du vif-argent dans le Barometre ſimple. Ceux qui voudront s'inſtruire pleinement ſur cette matiere conſulteront ce Traité, pag. 95. & ſuiv. Planche 44. Fig. 53.

Conſtruction d'un nouveau Barometre avec la maniere de pouvoir en conſtruire d'autres de telle grandeur que l'on voudra : le tout confirmé par l'experience de M. Alexandre Fortier.

I.

Ce Barometre a 17 à 18 pouces de haut; il eſt compoſé de trois branches de verre jointes enſemble par quatre boëtes cylindriques. Les deux branches des deux côtez ſont remplies de mercure, & celle du milieu eſt remplie moitié d'huile de Tartre colorée, & l'autre moitié d'huile de Karabé. La ſéparation de ces deux liqueurs qui hauſſe & baiſſe, ſert à marquer les changemens qui arrivent dans l'Air, par rapport à ſa peſanteur & à ſa légereté. Planche 44. Fig. 51.

Pour remplir ce Barometre, il faut boucher l'ou-

verture B, mettre du Mercure dans les branches des deux côtez en la maniere ordinaire par l'ouverture A, enſuite mettre les liqueurs dans la branche du milieu ; après il faut ſceller hermétiquement cette ouverture A, & déboucher celle qui eſt marquée B.

Tout le fondement de la conſtruction de ces ſortes de Barometres, ne conſiſte qu'à oppoſer pluſieurs colomnes de mercure contre une colomne d'Air ; en ſorte que ces colomnes de mercure faſſent enſemble vingt-huit pouces, qui eſt la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'Air, ce qui ſe fait en diviſant la hauteur ordinaire de la colomne de mercure, qui eſt vingt-huit pouces, par la hauteur dont on veut faire le Barometre, le quotient de la diviſion donnera le nombre des colomnes de mercure qu'il faut oppoſer au poids de l'Air Sur quoi il faut obſerver que la hauteur de chaque tuyau ou branche ne ſe compte que du milieu des boëtes d'en bas juſqu'au milieu des boëtes d'en haut.

Outre ces proportions, il faut encore avoir égard au poids des liqueurs que l'on doit mettre dans les branches du Barometre entre les colomnes du mercure, leſquelles font remonter le mercure d'un quatorziéme de leur poids, parce qu'environ quatorze lignes d'eau ou d'autre liqueur en hauteur, font équilibre avec une ſeule ligne auſſi en hauteur de mercure. C'eſt pourquoi il faut élever la premiere boëte au deſſous des autres tuyaux, environ de quatorze lignes, afin qu'il puiſſe ſe faire un vuide dans cette boête pour donner du jeu au Baromerrre

Les liqueurs ſe doivent toujours mettre dans les branches du Barometre de deux en deux, ſçavoir,

dans la deuxiéme, quatriéme, ſixiéme, &c. & le mercure ſe doit mettre dans la premiere, troiſiéme, cinquiéme, ſeptiéme, &c. ſuivant le nombre des tuyaux que le Barometre doit avoir.

II.

Si on propoſe de faire un Barometre AB de quatorze pouces de haut, tel que celui qui eſt repréſenté dans la Figure 51. Il faut diviſer le nombre 28 par 14, le quotient de la diviſion donnera 2 : ce nombre 2 montre qu'il faut oppoſer au poids de l'Air deux colomnes de mercure de 14 pouces chacune, obſervant d'élever la premiere boëte au-deſſus de la Machine, ſuivant la remarque qu'on vient de faire, & comme on le voit dans la Figure. Planche 44. Fig. 51.

III.

Si on veut faire un autre Barometre de 9 pouces 4 lignes de haut, il faut diviſer 28 par $9\frac{1}{3}$, le quotient donnera 3 ſans reſte ; ce qui fait voir qu'il faut oppoſer trois colonnes de mercure de 9 pouces4 lignes chacune contre une colomne d'Air. Pour lors ce Barometre aura cinq branches, dont la premiere, la troiſiéme & la cinquiéme ſeront remplies de Mercure, & la ſeconde & quatriéme ſeront remplies de liqueurs, obſervant toujours d'élever la premiere boëte à cauſe du poids des liqueurs. Voyez la 52e Figure. Figure 52.

IV.

Mais s'il arrivoit que la hauteur propoſée du Barometre ne put diviſer exactement le nombre 28, & qu'il n'y eut du reſte dans la diviſion, pour lors il faudroit faire les premieres branches de la Figure 53.

Planche 44. Fig. 53.

hauteur trouvée par le quotient, & la derniere du reſte la diviſion.

Par exemple, ſi on propoſe de faire un Barometre de 8 pouces de haut, il faut diviſer 28 par 8, le quotient donnera 3, & il reſtera 4 pouces; ce qui fait voir qu'il faut oppoſer contre une colomne d'Air quatre Colomnes de mercure; ſçavoir, les trois premieres de 8 pouces chacunes, & la quatriéme de 4 pouces ſeulement; ainſi ce Barometre aura ſept branchès, dont la premiere, troiſiéme, cinquiéme & ſeptieme ſeront remplies de mercure, & la ſeconde, quatriéme, & ſixieme ſeront remplies de liqueurs; obſervant toujours d'élever la premiere boëte, à cauſe du poids des liqueurs. Voyez la 53e. Figure.

REMARQUES.

I.

Je crois que ces trois exemples ſuffiſent pour pouvoir conſtruire des Barometres de toutes ſortes de grandeurs, ſuivant les regles ci-deſſus.

II.

La conſtruction de ces ſortes de Barometres n'eſt pas toute de mon invention. La premiere idée en a été tracée par M. *Amontons*, comme il eſt rapporté dans l'Extrait des Ouvrages des Sçavans de Leipſic, du mois de Juillet 1688, lors de l'experience qu'il fit pour démontrer que le vuide ſe pouvoit faire avec du mercure dans des tuyaux moindres que 28 pouces, qui eſt la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'Air.

Je crois que l'experience du vuide a réuſſi; mais je ne puis m'imaginer qu'on ait pû en avoir con-

ſtruit un Barométre ; premierement, par la difficulté, pour ne pas dire l'impoſſibilité qu'il y a de pouvoir introduire par une même ouverture trois liqueurs differentes dans trois tuyaux joints enſemble. Secondement, parce que M. Amontons n'a parlé en aucune maniere du poids des liqueurs que l'on doit mettre dans les branches du Barometre, & qui fait rencontrer le mercure. Ce poids des liqueurs eſt très-conſiderable, puiſqu'ayant calculé la hauteur des tuyaux pour faire un Barométre égal, c'eſt-à-dire, ſans élever la premiere boëte, l'experience manqua, & il ne ſe fit aucun vuide, quoique j'euſſe fait faire les tuyaux un peu plus haut qu'ils ne doivent être ſuivant le calcul.

III.

L'expérience que j'ai de mon Barometre depuis près de deux ans, * me fait connoître que ſes mouvemens ſont très-juſtes, & même qu'il eſt exempt des petits défauts des autres.

Depuis 1720. juſqu'en 1723.

Premierement, il eſt beaucoup plus ſenſible que le Barometre ſimple, en ce qu'il fait beaucoup plus de chemin.

Secondement, dans mon Barometre la colomne des liqueurs ne change point, c'eſt-à-dire, qu'elle ne devient ni plus haute, ni plus baſſe ; il n'y a que l'interſection des liqueurs qui varie, & qui ſert à connoître la peſanteur & la légereté de l'Air. Au contraire dans le Barometre double, lorſque l'Air eſt leger, la colomne des liqueurs devenant plus haute, & par conſequent plus peſante ; fait baiſſer le mercure qui eſt ſous elle, & empêche que le Barométre ne marque préciſement le poids de l'Air.

Enfin j'ai encore remarqué un autre petit défaut

dans le Barometre double, qui eſt que quand il fait fort chaud, le mercure ſe dilate, & fait monter la liqueur plus haut qu'elle ne devroit monter, au lieu que dans mon Barometre, lorſque le mercure ſe dilate, cela ne doit produire aucun effet, puiſque les liqueurs qui marquent les changemens de l'Air, ſont enfermées entre deux colomnes de mercure, qui agiſſent également, & ſe dilatent enſemble.

IV.

Les petits points qui ſont dans les tuyaux repréſentent le mercure, les doubles hachures repréſentent l'huile de Tartre, & les ſimples lignes repreſentent l'huile de Karabé.

PROBLEME X.

Connoître par la peſanteur de l'Air celui de deux lieux de la Terre, qui eſt le plus élevé.

L'Air n'eſt pas également peſant par tout. Il eſt certain qu'il peſe moins ſur les lieux élevez, comme ſur les ſommets des montagnes que ſur les lieux profonds, comme ſur les vallons; parce qu'il y a plus d'Air au-deſſus des vallons qu'au deſſus des montagnes : tout de même que le fond d'un ſceau où il y a de l'eau, eſt plus preſſé par la peſanteur de l'eau; quand il eſt tout plein, que quand il ne l'eſt qu'à demi, parce que les corps liquides preſent ſelon leur hauteur.

Auſſi l'on connoît par experience, que dans les lieux qui ſont de niveau; c'eſt-à-dire, également éloignez du centre de la Terre, le vif-argent s'éleve dans un Barometre à une même hauteur, & qu'il s'éleve moins dans les lieux qui ſont plus éle-

vez. D'où l'on peut conclure, que deux lieux proposez de la Terre, par exemple, deux montagnes, sont aussi hautes l'une que l'autre, si le vif-argent s'y éleve à une même hauteur, & que celle-là est la plus haute où le mercure s'éleve le moins.

REMARQUE.

Pour juger à peu près de la hauteur de quelque lieu de la Terre au-dessus du plan de l'Horison : il faut se souvenir des experiences suivantes, qui ont-été faites par M. Pascal de la pesanteur de l'Air au niveau de la Mer, & en des lieux plus élevez de 10, 20, 100, 200, & 500 toises, lorsque l'Air étoit médiocrement chargé.

Nous dirons donc avec M. Pascal, qu'au niveau de la Mer les Pompes aspirantes élevent l'eau à la hauteur de 31 pieds, & environ 2 pouces : & que dans les lieux élevés au dessus du niveau de la Mer de 10 toises ; l'eau s'éleve seulement à la hauteur de 31 pieds & 1 pouce : où vous voyez que 10 toises d'élevation causent un pouce de diminution.

Cela se confirme par ces autres experiences, par lesquelles on connoît qu'aux lieux élevez au dessus de la Mer de 20 toises, l'eau s'éleve à 31 pieds seulement, & que dans ceux qui sont plus élevez que le niveau de la Mer de 100 toises, l'eau monte seulement à 30 pieds 4 pouces ; que dans les lieux plus haut que la Mer de 200 toises, l'eau ne monte qu'à 29 pieds six pouces. Enfin que dans ceux qui sont élevez à peu près de 500 toises, l'eau ne monte environ qu'à 27 pieds.

AUTRE REMARQUE.

Il s'en faut bien qne cette maniere de niveler par

le moyen du Barométre ſoit ſûre dans toutes ſortes d'occaſions, ſoit qu'on s'arrête à la difference qui ſe trouvera entre les plus grandes hauteurs qu'on aura obſervé en divers lieux pendant un long eſpace de tems, ſoit qu'on s'arrête à celle que l'on trouvera entre les hauteurs qu'on aura obſervé à la même heure. Elle n'eſt nullement ſûre à l'égard de deux endroits qui ſe trouvent ſituez ſous des climats differens, comme ſont Stokolm & Clermont en Auvergne : mais elle peut être aſſez bonne à l'égard de deux ou pluſieurs endroits, leſquels quoiqu'éloignez les uns des autres, ſe trouvent néanmoins ſituez à peu près ſous le même Parallele. Je demanderois encore quelques précautions dans les Barométres, qu'ils ayent été, par exemple, remplies dans le même lieu, & qu'ils ayent une capacité égale, tant dans leurs tuyaux, que dans leurs phioles.

Choiſiſſons deux endroits qui ſont ſituez ſous le même climat, tels que ſont Paris & Domjulien, gros Bourgs de Lorraine. Paris eſt ſitué au 48e. degré 50 minutes de Latitude Septentrionale, & Domjulien eſt à peu près au 48e. degré 20 minutes de même Latitude.

Suppoſons qu'on ait obſervé à Paris pendant un tems conſiderable, que la plus grande hauteur du vif-argent eſt de 28 pouces 4 lignes, & la plus petite de 26 pouces 7 lignes. La difference de ces deux hauteurs eſt de 21 lignes.

Suppoſons encore qu'on ait obſervé à Domjulien pendant un tems conſiderable : que la plus grande hauteur du vif-argent eſt de 27 pouces 2 lignes, & la plus petite de 25 pouces 5 lignes. La difference de ces deux hauteurs eſt comme à Paris, de 21 lignes. De-là on peut juger que la tempera-

ture du climat, où ces deux endroits ſont ſituez, cauſe les mêmes viciſſitudes dans la peſanteur de l'Air, & que par conſequent la différence qui ſe trouve entre les plus grandes hauteurs de ces mêmes endroits, ne peut venir que de ce que l'un eſt plus élevé que l'autre.

Cela étant ſuppoſé, puiſque la plus grande hauteur du vif-argent à Domjulien (27 pouces 2 lignes) eſt moindre de 14 lignes que la plus grande à Paris (28 pouces 4 lignes) il faut que Domjulien ſoit plus élevé que Paris, autant qu'il eſt néceſſaire qu'une ſtation ſoit plus élevée que l'autre, pour cauſer une difference de 14 lignes entre les hauteurs du vif-argent en ces deux lieux. Et ſelon le calcul qu'on trouvera dans les remarques du Problême ſuivant, on peut eſtimer que Paris eſt plus bas que Domjulien de 162 toiſes.

PROBLEME XI.

Trouver la peſanteur de toute la maſſe de l'Air.

POur connoître la peſanteur de la maſſe entiere de tout l'Air qui eſt au monde, il faut premierement connoître la ſurface de la Terre, que nous avons trouvé au *Probl. VII. Coſm.* de 323568oo lieues quarrées de Paris. Et parce qu'une lieue commune Pariſienne eſt de 2000 toiſes, ou de 12000 pieds, une lieue quarrée ſera de 144000000 pieds quarrez, comme on le connoît en multipliant 12000 par 12000. C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie les 323568oo lieues quarrées par 144000000 on aura 46593792000000000 pieds quarrez pour la ſurface de la Terre. Page 149.

Il faut encore ſçavoir qu'un pied cube d'eau peſe

environ 72 livres, & que par conſequent un priſme d'eau, qui a pour baſe un pied quarré, & 32 pieds de hauteur, peſe 2304 livres, comme on le connoît en multipliant 72 par 32.

Enfin il faut ſçavoir que comme la peſanteur de l'Air ne peut faire monter l'eau plus haut que de 31, ou de 32 pieds, ſi l'on ſuppoſe que tous les lieux de la Terre ſoient également chargez d'Air, (quoi.que cela ne ſoit pas abſolument vrai, parce qu'ils ne ſont pas tous également éloignez du centre de la Terre, & que l'Air n'eſt pas par tout, ni en tout tems également pur) on peut ſuppoſer que tous les lieux de la Terre ſont autant preſſez par la peſanteur de l'Air, que s'ils portoient de l'eau à la hauteur de 31 ou de 32 pieds; cette ſuppoſition étant recevable pour des Récréations Mathématiques.

Cela étant ſuppoſé, il eſt évident que ſi toute la Terre étoit couverte d'eau juſqu'à la hauteur de 32 pieds, il y auroit autant de priſmes d'eau de 32 pieds de haut, que ſa ſurface contient de quarrez, ſçavoir, 4659379200000000 priſmes d'eau. C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie ce nombre par 2304, qui eſt à peu près la peſanteur d'un de ces priſmes, on aura 10735209676800000000 livres pour la peſanteur de tout l'Air qui eſt dans la Nature.

REMARQUE.

Il eſt à remarquer que dans la plûpart des endroits de la ſurface de la Terre, une colomne d'eau de 31 ou 32 pieds de hauteur eſt en équilibre avec une colomne d'Air. Il eſt vraî que dans pluſieurs endroits il faut une plus grande hauteur d'eau pour peſer autant que l'Air, & que dans pluſieurs

une

une plus petite ſuffit ; mais rien n'empêche que l'on ne puiſſe ſuppoſer que le fort portant le foible, une colomne de 32 pieds de hauteur eſt en équilibre avec une colomne d'Air dans toute l'étendue de la ſurface de la Terre. D'où il ſuit que la ſurface de la Terre eſt autant preſſée par le poids de toute la maſſe de l'Air, à laquelle elle ſert de fond, quelle le ſeroit, ſi elle ſervoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur.

M. Ozanam a pris de-là occaſion de chercher quel ſeroit le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, qui auroit pour fond la ſurface de la Terre. Selon ſon calcul ce poids ſeroit de 1073520968000000000 livres. Et ſous prétexte que la ſurface de la Terre eſt autant preſſée par le poids de la maſſe de l'Air, à laquelle elle ſert de fond, qu'elle pourroit l'être, ſi elle ſervoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, cet Auteur a crû pouvoir conclure que le poids de toute la maſſe de l'Air eſt le nombre de livres que nous venons de rapporter. Mais il n'eſt pas difficile de démontrer qu'il s'eſt trompé en cette occaſion.

C'eſt un principe conſtant dans l'Hydroſtatique, qu'un volume d'une certaine liqueur, de vif-argent, par exemple, peſe moins que le volume d'une autre liqueur, comme d'eau commune, ſi le volume d'eau commune eſt plus grand par rapport au volume de vif-argent, que la hauteur d'une colomne de vif-argent n'eſt grande par rapport à la hauteur d'une colomne d'eau de même poids. Ainſi parce que le volume d'un pied cube de vif-argent eſt moins grand par rapport au volume de 16 pieds cubes d'eau commune, que la hauteur d'une colomne de vif-argent n'eſt grande par rap-

port à la hauteur d'une colomne d'eau de même poids ; & cela parce que dans ce cas le volume n'eſt au volume, que comme l'unité au nombre 163 ; au lieu que la colomne eſt à la colomne de même poids comme l'unité au nombre 14 ; il eſt certain qu'un pied cube de vif-argent peſe moins que 16 pieds cubes d'eau commune.

Or il eſt certain que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, qui auroit pour fond la ſurface de la Terre, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand par rapport au volume de l'orbe liquide que l'Air forme autour de la Terre, que la hauteur d'une colomne d'eau par rapport à la hauteur d'une colomne d'Air de même poids.

Pour en être convaincu, il n'y a qu'à ſe repréſenter l'orbe de l'Air ſoudiviſé, autant qu'il pourroit l'être, en pluſieurs orbes concentriques les uns aux autres de 32 pieds d'épaiſſeur, & conſiderer que comme le volume du ſecond de ces orbes, en s'éloignant du centre, eſt néceſſairement beaucoup plus grand que le volume du premier ; le volume du troiſiéme plus grand que le volume du ſecond, & ainſi des autres ; le volume du premier & plus petit de ces orbes, ne peut être à beaucoup près ſi grand par rapport au volume de tous ces orbes pris enſemble, ou, ce qui eſt la même choſe, par rapport au voulume de tout l'Air qui eſt dans le monde, que l'unité au nombre de tous les orbes, quel que puiſſe être ce nombre. Néanmoins il eſt clair que l'unité eſt au nombre de tous ces orbes, quel qu'il puiſſe être, comme la hauteur d'une colomne d'eau, à la hauteur quelle qu'elle puiſſe être, d'une colomne d'Air de même poids. Et comme le volume du premier & plus petit de ces orbes concentriques les uns aux autres, eſt par

ſuppoſition égal à celui d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, il ſuit de-là que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, qui auroit pour fond la ſurface de la Terre, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand par rapport au volume de tout l'Air qui eſt dans la nature, que la hauteur d'une colomne d'eau, à la hauteur, quelle qu'elle puiſſe être, d'une colomne d'Air de même poids.

Par conſéquent le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand que le poids de l'orbe liquide, que l'Air forme autour de la Terre, ou, ce qui revient au même, que le poids de tout l'Air qui eſt dans le monde. D'où il ſuit que le poids de l'air eſt beaucoup au deſſus de ce qui a été déterminé par M. Ozanam.

Ainſi la maniere dont il s'y eſt pris pour déterminer quel eſt à peu près le poids de tout l'Air qui eſt dans le monde, n'eſt pas bonne à imiter, ni dans ce cas particulier, ni dans aucun autre cas ſemblable. Car quoiqu'il ſoit permis d'uſer de quelque licence, pour faire ces ſortes de recherches, que l'on ne fait ordinairement que par maniere de Récréation Mathématique, où il n'eſt pas beſoin d'une exactitude ſi grande, que dans beaucoup d'autres occaſions; il n'eſt jamais permis d'avancer ſous ce prétexte, ou de ſuppoſer aucune choſe qui ſoit manifeſtement contraire aux notions les plus conſtantes de la Géométrie. Et il y a lieu de s'étonner qu'un Auteur auſſi habile dans ce genre de Science, & auſſi exact en d'autres occaſions, ſe ſoit oublié en celle-ci juſqu'à ce point.

Il eſt bon d'avertir que cette remarque n'attaque pas moins le calcul de M. Paſcal, que celui de M. Ozanam. Voyez la remarque du Problême ſuivant,

PROBLEME XII.

Trouver par la peſanteur de l'Air l'épaiſſeur de ſon Orbe, & le diamétre de ſa Sphere.

NOus entendons ici par l'épaiſſeur de l'Orbe de l'Air la diſtance de ſa ſurface ſupérieure, où il ne peſe plus, à la ſurface de la Terre, que je ſuppoſe au milieu de la Sphere de l'Air, ſans me mettre en peine ſi cette ſuppoſition eſt véritable, parce qu'elle eſt de petite conſéquence pour des Récréations Mathématiques, où il n'eſt pas néceſſaire de s'attacher à une préciſion bien rigoureuſe, au moins en des Queſtions de cette nature.

I.

Premierement, pour trouver cette épaiſſeur, on conſiderera que 10 toiſes de hauteur diminuent d'un pouce l'effet de la peſanteur de l'Air : car il eſt aiſé de faire deux obſervations ſur la premiere remarque du Problême précedent. La premiere, c'eſt que les lieux qui ſont au bord de la Mer ſont comprimés par le poids de l'Air, autant qu'ils le ſeroient par une colomne d'eau de la hauteur de 31 pieds 2 pouces, qu'on ſubſtitueroit à ce poids de l'Air, il n'importe de quelle largeur ſoit cette colomne d'eau ; la largeur ne contribue point à la peſanteur de la colomne ; car on ſçait que les liqueurs ne peſent que ſuivant leur hauteur.

La ſeconde obſervation eſt que les lieux qui ſont élevés de 10 toiſes au deſſus du niveau de la Mer, ſont comprimés par le poids de l'Air, autant qu'ils le ſeroient par une colomne d'eau de la hauteur de 31 pieds 1 pouce, qu'on ſubſtitueroit au poids

de l'Air. Il en seroit de même des lieux plus élevés de 10 toises en 10 toises, c'est-à-dire, qu'à mesure que les lieux seroient plus élevés de 10 toises, la colomne d'eau diminueroit d'un pouce. D'où il suit que 10 toises de hauteur causent à la pesanteur de l'Air la diminution d'un pouce d'eau. Ainsi afin que l'Air n'ait plus de pesanteur, ce qui ne peut arriver qu'en quelque point de sa surface supérieure, il faut que l'effet de sa pesanteur soit diminué de 31 pieds 2 pouces, c'est-à-dire, de 374 pouces.

On trouvera la distance de ce point à la surface de la Terre, ou l'épaisseur de la masse de l'Air, en disant par la Régle de Trois directe: Si la diminution d'un pouce provient de 10 toises de hauteur, de quelle hauteur proviendra la diminution de 374 pouces? Et en multipliant 374 par 10, on aura 3740 toises pour l'épaisseur qu'on cherche, qui sans doute est beaucoup plus grande.

II.

Secondement, pour trouver le diamétre de la Sphere de l'Air, on se servira du diamétre de la Terre, qu'au *Probl. VII. Cosm.* nous avons trouvé de 3210 lieues Parisiennes, qui valent 6420000 toises, comme on le connoît en multipliant 3210 par 2000, qui est le nombre des toises d'une lieue Parisienne; on ajoûtera à ce diamétre 6420000 le double 7480 de l'épaisseur 3740 de l'orbe de l'Air: la somme donnera 6427480 toises pour le diamétre de la Sphere de l'Air.

REMARQUE.

On vient de voir que M. Ozanam a fait peu de fond sur la détermination qu'il a faite de l'épaisseur

de l'orbe de l'Air, en ajoûtant que cette épaiſſeur eſt ſans doute beaucoup plus grande. Il eſt au moins vraiſemblable que cet orbe a plus d'épaiſſeur que la plus haute montagne n'a de hauteur. Caſſius la plus haute de toutes les montagnes, a plus de 20000 toiſes de hauteur, ſelon le Pere Kircher : il faut donc que l'orbe de la Terre ait beaucoup plus d'épaiſſeur que M. Ozanam ne lui en attribue.

Le raiſonnement de M. Ozanam ſuppoſe très-mal-à-propos que l'Air eſt également peſant dans toute l'épaiſſeur de ſon orbe. On doit ſuppoſer au contraire que l'Air a d'autant moins de peſanteur, qu'il eſt plus éloigné de la Terre, & qu'il occupe plus d'eſpace dans ſa partie ſupérieure, où il eſt moins comprimé que dans ſa partie inférieure.

On va eſſayer à déterminer quelle eſt à peu près cette épaiſſeur de l'orbe de l'Air, ſans faire aucune fauſſe ſuppoſition.

Il faut conſiderer d'abord toute une colomne d'Air égale en peſanteur à 330 lignes de vif-argent ſoudiviſée en 330 petites colomnes, ou portions de la même colomne, poſées perpendiculairement les unes ſur les autres, & chacune préciſément égale en peſanteur à une ligne de vif-argent.

Dans cette ſuppoſition il eſt clair qu'en montant d'une portion de colomne à la ſuivante, depuis la premiere juſqu'à la derniere, l'Air ſe trouve continuellement moins chargé d'un poids égal à une ligne de vif-argent ; il eſt par conſéquent toûjours moins comprimé, ſelon une proportion Arithmétique ; car l'Air eſt d'autant moins comprimé, qu'il eſt moins chargé. Et parce que l'Air eſt encore d'autant moins peſant, qu'il eſt moins comprimé, il eſt clair qu'en montant d'une portion de colomne

à la ſuivante, depuis la premiere juſqu'à la derniere, l'Air ſe trouve toûjours moins peſant ſelon une proportion Arithmétique.

Si on ſuppoſe donc que la différence des hauteurs de ces portions de colomne, ſoit de $\frac{1}{5}$ de toiſes, & que la premiere colomne ſoit de 10 toiſes & demie de hauteur, ſuivant un raiſonnement qu'on ſe diſpenſera de rapporter pour abréger, on aura une progreſſion Arithmétique, dont on connoîtra le premier terme ($10\frac{1}{2}$) la différence des termes ($\frac{1}{5}$) & le nombre de ces termes (330.) Ainſi pour connoître la ſomme des termes de cette progreſſion, il faudra premierement connoître le dernier terme par la régle enſeignée dans le premier Volume au Problême X. art. 4. p. 60. en cette ſorte.

Multipliez 329, nombre des termes diminué de l'unité par la différence $\frac{1}{5}$, c'eſt-à-dire, qu'il faut prendre le cinquiéme de 329, qui eſt à peu près 66. Ajoûtez à ce produit 66 le premier terme $10\frac{1}{2}$; la ſomme $76\frac{1}{2}$ ſera le dernier terme de la progreſſion qui a 330 termes, & dont le premier eſt $10\frac{1}{2}$.

Ce dernier terme $76\frac{1}{2}$ étant connu, cherchez par l'article 1. du même Problême la ſomme des termes en cette ſorte. Ajoûtez le premier terme $10\frac{1}{2}$ & le dernier $76\frac{1}{2}$; multipliez la ſomme 87 par le nombre des termes 330, le produit ſera 28710; & la moitié de ce produit, qui eſt 14355, ſera la ſomme des termes de cette progreſſion Arithmétique,

Ce qui fait connoître que l'épaiſſeur de l'orbe de l'Air eſt de 14355 toiſes.

Selon ce calcul l'orbe de l'Air auroit moins d'épaiſſeur que la montagne Caſſius n'a de hauteur, ſuivant le P. Kirker. Mais ce ſçavant Jeſuite pourroit bien avoir trop avancé ſur la foi d'autrui touchant la hauteur de cette montagne & des autres, qu'il n'a pas, ſelon toute apparence, meſurées lui-même. Il pourroit ſe faire auſſi que la peſanteur de l'Air diminue en s'éloignant de la Terre, ſelon une progreſſion Arithmétique, où la différence eſt plus grande qu'on ne l'a ſuppoſé dans la progreſſion précédente : ainſi en mettant $\frac{1}{3}$ pour la différence de la progreſſion, on trouvera que l'épaiſſeur de l'orbe de l'Air eſt de 21532 toiſes ; & en ſuppoſant que cette différence eſt $\frac{1}{2}$, on trouvera que cette épaiſſeur eſt de 30525 toiſes. Voyez le Traité du Barométre par M. *de la Broſſe*.

On mettra ici une Table qui repréſente la valeur de trente-ſix termes de la progreſſion, dont le premier eſt 10 toiſes & demie ; la différence eſt de $\frac{1}{5}$ de toiſes. on peut la continuer autant qu'on voudra en ajoûtant à chaque terme $\frac{1}{5}$. On a mis une virgule qui marque ici l'addition des différences.

10 Toises $\frac{1}{2}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
11 Toises $\frac{1}{2}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
12 Toises $\frac{1}{2}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
13 Toises $\frac{1}{2}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
14 Toises $\frac{1}{2}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
15 Toises $\frac{1}{2}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
16 Toises $\frac{1}{2}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
17 Toises $\frac{1}{2}$				

PROBLEME XIII.

Observer les différens changemens qui arrivent à la temperature de l'Air, selon ses degrez de chaleur ou de froidure.

I.

ON peut connoître les divers degrez de chaleur ou de froidure, par le moyen d'un petit homme, qui paroît plus ou moins dans le goulot d'une bouteille, selon que l'Air est plus ou moins chaud. Car lorsque l'Air est très-froid, ce petit homme se cache entierement dans la bouteille, & il en sort lorsque l'Air devient plus chaud. Plan. 41. Fig. 50.

Pour construire cette espece de Thermometre, on se sert d'une bouteille de verre noire ou très-obscure. On ne l'emplit qu'en partie d'eau-de-vie, comme on le voit en CEF, le reste BCF est plein

d'Air. On cimente en B un tuyau de verre transparent AE, auquel on laisse un petît trou en A, & qui touche presque le fond de la bouteille en E. Enfin on met dans le tuyau AE l'image d'un petit homme d'émail, soudée sur une petite phiole cylindrique assez grande, pour que l'image & la phiole étant plus legeres qu'un pareil volume de l'eau-de-vie, qui est au fond de la bouteille, puissent nager sur cette eau-de-vie.

Quand le petit homme est caché dans la bouteille, on le peut faire sortir, en le présentant au feu ou au rayons du Soleil, ou bien en échaufant la bouteille avec la chaleur des mains. Mais pour la faire cacher en Esté, quand il fait bien chaud, il faut plonger le fond de la bouteille dans de l'eau bien fraîche, ou dans de la glace. Ce petit homme se précipite tout à coup, comme pour se baigner.

II.

Planche 44. Fig. 54. Le Thermometre de Florence est d'un grand usage pour juger des différentes temperatures de l'Air. Voici de quelle maniere on le construit.

On prend une phiole C d'environ deux pouces de diamétres : on y soude un tuyau AC, dont le diamétre est d'une ligne & demie ou environ. On choisit un tems froid pour l'emplir jusques vers la lettre B d'esprit de vin coloré avec du bois de Santal rouge, ou de la racine d'Orcanette. on fait entrer l'esprit de vin, ou en échaufant la phiole, & en trempant l'extrêmité A dans un vase rempli d'esprit de vin un peu chaud, ou plutôt avec un entonnoir, en se servant d'un petit fil de leton délié, qu'on enfonce plusieurs fois dans le tuyau, pour faire descendre la liqueur dans la phiole.

Quand on s'eſt aſſuré, en expoſant l'inſtrument à l'air froid, que le tuyau eſt rempli juſques vers B, on échauſe autant qu'on peut la phiole pour faire monter l'eſprit de vin juſques vers l'extrêmité A. Pour lors on ferme exactement cette extrêmité, en la faiſant fondre à la lampe d'un Emailleur.

Ce Thermometre ſert à faire connoître les différens degrez de la chaleur de l'Air. On a coûtume de l'ajuſter à une planche, ſur laquelle on cole du papier, qui contient une diviſion telle que l'on veut. On y marque auſſi de l'autre côté la quantité du froid & du chaud, comme on le voit dans la Figure. Enfin pour donner quelques inſtructions, on peut ajoûter ſur ce papier colé les Obſervations ſuivantes.

Obſervations ſur le Thermometre de Florence.

I.

Lorſque l'Air devient plus chaud, la liqueur contenue dans le Thermometre, où l'Air renfermé dans cette liqueur, ſe dilate & monte à meſure que la chaleur de l'Air augmente. Mais quand l'Air perd de ſa chaleur, ou qu'il devient plus froid, la liqueur ſe reſſerre & deſcend vers la phiole.

II.

Si la phiole étoit trop groſſe, & le tuyau trop court ou trop étroit, le Thermometre ſe caſſeroit dans une grande chaleur. La même choſe arriveroit, ſi on l'expoſoit aux rayons fort vifs du Soleil, ou ſi on l'approchoit trop près du feu.

III.

On peut faire monter la liqueur du Thermometre par l'action seule de la main, en l'appliquant doucement sur la phiole. La chaleur de la main se communique à la liqueur, & la fait monter. Lorsqu'on a retiré la main, la liqueur descend peu à peu, & se remet à la même hauteur où elle étoit auparavant.

IV.

A côté des divisions ou degrez, on a marqué les différentes temperatures de l'Air d'espace en espace.

V.

Lorsque dans les gelées d'Hyver l'Air commence à s'adoucir, & qu'il est temperé, on observe que la liqueur du Thermometre ne monte pas aussitôt : elle ne monte que quand la glace est un peu fondue.

VI.

Pour se souvenir du degré où la liqueur étoit arrêtée, quand on a fait son observation, on se sert d'une petite main d'émail, ou autre marque, qui coule le long d'un double fil de leton attaché par les bouts vers les deux extrêmités de la planche. On éloigne des divisions ce fil de leton, de maniere que le bout du doigt alongé de la main d'émail, tombe sur l'extrêmité des degrez, & montre préciſément celui qu'on a observé, quand la main est arrêtée.

VII.

Cette main d'émail coule le long du double fil de leton par le moyen d'un petit tuyau de fer blanc, qui passe au travers du poignet de la main

auquel il eſt attaché. Les bouts de chaque fil de leton doivent être éloignés l'un de l'autre dans l'endroit où ils ſont attachés, afin que la main d'émail en coulant s'arrête au dégré où on la place, ſans tomber.

Uſage du Thermometre.

I.

Pour connoître chaque jour de combien eſt augmentée ou diminuée la chaleur en un même lieu, remarquez un jour à une certaine heure le degré où s'eſt arrêtée la liqueur dans le tuyau ; puis le jour ſuivant obſervez à la même heure ſi la liqueur eſt arrêtée plus haut, plus bas, ou au même endroit, & vous jugerez par-là s'il fait plus chaud, moins chaud, ou ſi l'air eſt dans une égale ſituation à la même heure, & dans le même lieu. On peut faire la même choſe le même jour à différentes heures, ou en des jours qui ne ſe ſuivent point.

II.

C'eſt ordinairement vers les trois heures après Midi, que la liqueur monte à la plus haute élevation dans la journée, & c'eſt au lever du Soleil que la liqueur ſe trouve au plus bas. Il faut prendre garde que le Thermometre ne ſoit point expoſé à la réverberation du Soleil, ni à la chaleur du feu.

III.

On peut connoître quelle eſt la plus chaude ou la plus froide de pluſieurs chambres par ce moyen. Remarquez en premier lieu à quel degré la liqueur du tuyau eſt arrêtée dans une chambre. Tranſportez enſuite le Thermometre dans une autre chambre,

où vous le laisserez pendant quelque tems, comme d'une demi-heure. Enfin examinez s'il y a du changement dans l'élevation de la liqueur. Si elle est demeurée au même degré, c'est une marque que l'Air des deux chambres est dans le même degré de chaleur ou de froidure. Si la liqueur est montée, il fait plus chaud dans cette seconde chambre, que dans l'autre. Enfin si la liqueur est descendue, c'est une marque certaine que l'Air est plus froid dans cette seconde chambre que dans la premiere.

IV.

Ce qu'on vient de faire pour deux chambres, peut se pratiquer à l'égard de plusieurs. Il faut remarquer qu'on doit faire cette expérience dans un court intervale de tems, où l'on juge que la temperature de l'air ne puisse point avoir été changée. Et pour être mieux assuré de ce qu'on veut sçavoir, il est bon de raporter le Thermometre de l'une de ces chambres dans les autres, afin de voir s'il ne sera point arrivé quelque changement à l'Air de ces chambres.

V.

Si on laisse un Thermometre dans un même lieu, qui ne soit point exposé à la chaleur qui peut venir de quelque cause étrangere, comme du feu ou des bougies allumées dans un endroit resserré, & qu'on ait soin de marquer sur un regiſtre le degré qu'on observe tous les jours à la même heure, ou aux mêmes heures, & principalement au lever du Soleil, & vers les trois heures après Midi, si on veut se donner la peine de le faire dans le même jour; on pourra en continuant la même chose pendant plusieurs années, connoître par la comparaison des

observations les années qui auront été plus chaudes ou plus froides.

VI.

Si on fait du feu dans une chambre, il sera aisé de connoître combien la chaleur du feu augmentera la temperature de l'Air de cette chambre, en remarquant quel changement il arrivera à l'élevation de la liqueur contenue dans le tuyau du Thermometre.

VII.

Pour connoître si la fiévre est augmentée ou diminuée, faites mettre la main du malade hors le lit environ un demi quart-d'heure, pour dissiper la chaleur qui vient de celle du lit. Puis faites poser pendant quelque tems la main du malade sur la phiole d'un Thermometre, en prenant garde de le casser. Observez le degré où s'arrêtera la liqueur, & remarquez-le. Faites la même chose dans un autre tems. En comparant les degrez où la liqueur se sera arrêtée dans les différentes observations que vous aurez faites, vous verrez si la fiévre est augmentée; diminuée ou restée dans le même degré.

PROBLEME XIV.

Remplir de vin, ou de quelqu'autre liqueur, un tonneau par l'ouverture d'en bas.

NOus avons déja dit plus d'une fois que les corps liquides pesent seulement selon leur hauteur. C'est pourquoi pour remplir de quelque liqueur le Tonneau A, non pas par le bondon E, mais par l'ouverture B d'en bas, il faut mettre à cette ouverture B, un tuyau recourbé, comme Planche 45. Fig. 134.

BCD, dont l'extrêmité doit être auſſi haute que le Tonneau; il faut encore avoir une eſpece d'entonnoir, pour pouvoir plus commodément verſer la liqueur, dont on veut remplir le Tonneau. Cette liqueur en tombant par la branche CD, qui doit être à peu près élevée à plomb, & en entrant dans le Tonneau par l'autre branche BC, qui doit être environ de niveau, y prendra une ſituation horiſontale, & demeurera toûjours à la même hauteur & dans le Siphon & dans le Tonneau; c'eſt pourquoi l'on connoîtra que le Tonneau ſera plein lorſque la branche CD ſe trouvera pleine de liqueur.

PROBLEME XV.

Rompre avec un Bâton un autre Bâton poſé ſur les deux Verres ſans les caſſer.

Planche 45 Fig. 135.

IL ne faut pas que le Bâton AB, que l'on veut rompre, ſoit trop gros, ni qu'il appuye beaucoup ſur les deux Verres; ſes deux extrêmités A, B, doivent être amenuſés en pointes, & il doit être également gros dans toute ſa longueur autant qu'il ſera poſſible, afin que l'on puiſſe plus facilement connoître ſon centre de gravité C, qui dans ce cas ſera au milieu.

Le Bâton AB étant ſuppoſé tel qu'on vient de le demander, on mettra ſes deux extrêmitez A, B, ſur les bords de deux Verres, dont l'un ne doit pas être plus élevé que l'autre, afin que le Bâton ne panche pas plus d'un côté que d'autres. On fera en ſorte que la ſeule extrêmité de chaque pointe porte légérement ſur le bord de chaque Verre. Alors avec un autre Bâton on donnera ſur le milieu C du Bâton AB, un coup ſec & prompt,

Mais

mais cependant proportionné, autant qu'on le pourra juger, à la groſſeur du bâton AB, & à la diſtance des verres.

REMARQUES.

Au lieu de verres, on pourroit ſe ſervir de deux brins de paille, que l'on tiendroit en l'air, & ſur leſquels on appuyeroit les extrêmitez du bâton AB, comme on les a appuyé ſur les bords des verres.

Le coup prompt que l'on donne ſur le bâton, fait que l'air n'ayant point le tems de céder, réſiſte, & ſert de point d'appui dans l'endroit frappé; de ſorte que le bâton ſe caſſe par la violence du coup, qui trouve de la réſiſtance dans l'air, & ſes deux extrêmitez ne font aucune impreſſion ſur les verres, quand le coup eſt donné à propos.

C'eſt par la même raiſon qu'on caſſe les os de mouton ſur ſa ſerviette, ſur la nape, ou ſur la main, en frappant ſur le milieu de l'os avec le dos d'un couteau.

PROBLEME XVI.

Vuider toute l'eau contenue dans un vaſe par le moyen d'un Siphon.

POur faire ſortir toute l'eau qui eſt contenue dans le Vaſe AB, ſans incliner ce Vaſe, ni ſans le percer par le bas, ſervez-vous d'un Siphon courbé, comme CDE, dont l'une des branches doit être plus courte que l'autre. On l'emplit d'eau avec un entonnoir, s'il eſt néceſſaire; on ferme avec le doigt l'ouverture de la plus grande bran- Planche 35. Fig. 129.

Planche. 35. Fig. 129. che ; puis en renverſant le Siphon, on met dans l'eau la plus petite branche, qui doit toucher le fond du Vaſe. Alors en ôtant le doigt, l'eau du Siphon C D E ſortira par l'extrêmité E, & l'eau du Vaſe A B entrant par l'autre extrêmité, prendra la place de celle qui s'écoulera : elle continuera ainſi à ſortir juſqu'à ce qu'il n'en reſte point, ou fort peu dans le fond du Vaſe A B. Ce qui réüſſira d'autant plus facilement, que le Siphon CDE ſera plus gros par le milieu que par ſes deux extrêmitez.

REMARQUES.

I.

C'eſt de cette maniere qu'on peut aiſément vuider par le bondon le vin d'un tonneau, ſans en ouvrir le fonds.

II.

On peut auſſi puiſer du vin d'un tonneau par le moyen d'un tuyau droit, qui doit être plus mince par les deux bouts que par le milieu ; on le plonge par le bondon dans le tonneau, le vin entre dedans, & ſi l'on bouche avec le doigt le bout d'en haut, & qu'on tire le Siphon hors du tonneau, on le trouvera rempli de vin. On pourra verſer ce vin dans un verre, ou dans quelqu'autre vaſe, en ôtant le doigt qui fermoit le bout du tuyau, & le vin deſcendra par l'autre bout.

III.

C'eſt auſſi de la même maniére qu'on pourra faire paſſer en montant l'eau qui eſt dans un lieu bas, à un autre lieu plus bas, pourvû que le lieu élevé ſur lequel l'eau doit paſſer, ne ſoit pas plus haut que 32 pieds ; parce que la peſanteur de

l'air, à laquelle les Philoſophes modernes attribuent ce que les anciens attribuoient à l'horreur du vuide, ne peut faire monter l'eau plus haut qu'environ 32 pieds, ſelon les diverſes expériences qui en ont été faites.

IV.

C'eſt encore par le moyen d'un tuyau recourbé que l'on peut ſans aqueduc, & à peu de frais, conduire une fontaine d'eau vive, du ſommet d'une montagne à un autre lieu un peu moins haut, où l'on aura beſoin d'eau. On fera un long tuyau de plomb, qui deſcendra de la fontaine par le vallon, & remontera en ſe recourbant juſqu'au ſommet de la montagne voiſine, où l'on veut conduire l'eau. Car l'eau deſcendant de la montagne par ce tuyau, remontera au-deſſus de l'autre montagne preſque auſſi haut qu'elle ſera deſcendue : je dis preſque, à cauſe de la réſiſtance de l'air, qui empêche l'eau de monter préciſément à la même hauteur.

Il faut prendre garde néanmoins que la hauteur du tuyau ne ſoit pas conſidérable ; car ſi cela étoit, la peſanteur de l'eau pourroit faire crever le tuyau, qui ne ſoûtiendroit pas l'effort de l'eau qui peſe ſelon ſa hauteur, à quoi il faudroit encore joindre ſa vîteſſe.

V.

On peut faire un Siphon recourbé avec deux tuyaux de roſeaux, dont on coupe une des extrêmitez de biais, pour les joindre l'un à l'autre, & former la pointe d'un Siphon angulaire. On attache ces deux extrêmitez avec de la cire d'Eſpagne, avec laquelle on a ſoin de boucher toutes les petites ouvertures qui pourroient donner paſſage à l'air.

On obſervera de laiſſer une des branches plus longue que l'autre. Comme ces tuyaux ne ſont pas fort gros, on pourra ſuccer par la branche qui ſera hors du vaſe pour attirer l'eau, qui continuera à couler tant que l'autre branche trempera dans l'eau.

PROBLEME XVII.

Un tuyau plein d'eau étant perpendiculaire à l'Horiſon, trouver à quelle diſtance l'eau s'écoulera par un trou fait en un point donné de ce tuyau.

Plan. 45. Fig. 136. APrès avoir décrit autour du Tuyau AB, que je ſuppoſe plein d'eau, & perpendiculaire à l'Horiſon, le demi-cercle ABC; percez ce tuyau en divers endroits, comme aux points D, E, F, par où l'eau puiſſe ſortir. Cette eau décrira en ſortant les demi-Paraboles DG, EH, FG, dont les amplitudes BG, BH, ſont doubles des Sinus correſpondans; c'eſt-à-dire, des lignes DI, EC, FK, perpendiculaires au Diamétre AB, ſçavoir, BG, double de DI, & de FK, & BH double de EC. De ſorte que ſi le point E eſt le milieu du Tuyau AB, ou le centre du demi-cercle ABC, auquel cas EC eſt le plus grand Sinus, l'amplitude BH ſera auſſi la plus grande. Et parce que les Sinus également éloignez du centre E, comme DI, FK, ſont égaux, les deux demi-Paraboles DG, FG, formées par la chûte de l'eau qui ſort par les deux trous D, F, également éloignez du point de milieu E, ont auſſi une même amplitude BG. Il eſt évident que la plus grande amplitude BH eſt égale à la hauteur AB du Tuyau, & que ſon extrêmité B eſt le Foyer de la demi-Parabole EH, & que par conſéquent ſi l'on perce le Tuyau AB en ſon point

de milieu E, l'eau ſortira à une diſtance égale à la longueur AB du Tuyau. Planche 45. Fig. 136.

Si l'on perce le Tuyau AB au-deſſus, ou au-deſſous de ſon point du milieu E, comme en F, on trouvera la diſtance BG, à laquelle l'eau tombera ſortant par l'ouverture F, en décrivant autour du Tuyau AB, ou d'une ligne égale à ce Tuyau, le demi-cercle ABC, & en tirant du point F, au Diamétre AB, la perpendiculaire FK, qui ſera la moitié de la diſtance BG qu'on cherche.

Mais ſi vous ne pouvez pas d'écrire un cercle autour du Tuyau AB, pour être trop grand, ſervez-vous de l'Arithmétique, & multipliez enſemble les deux parties AF, BF, pour avoir en la racine quarrée du produit la quantité de la perpendiculaire FK, ou la moitié de la diſtance BG qu'on cherche. Comme ſi la partie AF eſt de 2 pouces, & l'autre partie BF de 32 pouces; en ſorte que la longeur du Tuyau AB ſoit de 34 pouces, en multipliant 32 par 2, & en prenant la racine quarrée du produit 64, on aura 8, dont le double donnera 16 pouces pour la diſtance BG.

PROBLEME XVIII.

Préparer un Vaſe, qui étant rempli de quelque liqueur à une certaine hauteur, la garde, & la perde toute; étant rempli de la même liqueur à une hauteur un peu plus grande.

I.

SOit, par exemple, un Verre ABCD, par le milieu duquel vous ferez paſſer un petit Tuyau recourbé, ou Siphon EFG ouvert par ſes deux extrêmitez E, G. Sa partie F la plus élevée, doit Fig. 137

Planche 45. Fig. 137. être un peu plus basse que le bord superieur du Verre. L'extrêmité E de ce Siphon doit être proche le fonds du Verre, & son extrêmité G doit être plus basse que le fonds du même Verre. Cela étant ainsi, l'eau ou le vin qu'on versera dans le Verre, y demeurera, & remplira la branche EF à mesure qu'on versera l'eau, jusqu'à la courbure F. Mais si l'on continue à verser de l'eau dans ce verre, elle montera plus haut dans le Verre, & ne pouvant plus monter dans le Siphon EFG, parce qu'il se recourbe & s'abaisse en F, au lieu de monter elle descendra par la branche FG, & continuera à descendre en sortant par l'ouverture G, tant que l'on continuera à verser de l'eau dans le Verre, & elle s'écoulera entierement, c'est-à-dire, que le Verre demeurera vuide, quand on cessera d'y mettre de l'eau.

On peut faire couler l'eau par l'ouverture d'en bas G, quoique le Verre ne soit pas rempli jusqu'au sommet F du Siphon EFG, en suçant par cette ouverture d'en bas G, l'air qui est contenu dans le Siphon ; car l'eau prendra nécessairement la place de l'air, & continuera à descendre par la branche FG, & à sortir par l'ouverture G, jusqu'à ce qu'il ne reste rien dans le Verre, au moins si l'ouvertute E touche à son fonds, commme on a dit au Problême XVI.

II.

Fig. 138. Ou bien faites passer au travers du Verre ABCD un petit Tuyau perpendiculaire EF ouvert par ses deux bouts E, F, dont celui d'en haut, sçavoir, E, doit être un peu moins élevé que le bord du Verre, & l'autre bout F un peu plus bas que le fonds du même Verre. Enfermez ce petit Tuyau

EF dans un autre Tuyau plus grand GI fermé par ſon extrêmité G d'en haut, qui doit être un peu plus haute que le bout E du premier & plus petit Tuyau EF, & ouvert par ſon autre bout I d'en bas, qui doit toucher au fonds du Verre, ſi l'on veut que toute l'eau qu'on y verſera s'écoule ; ce qui arrivera, lorſqu'elle ſera parvenue vers G ; car alors elle entrera dans le Tuyau EF par l'ouverture E, & ſortira par l'autre ouverture F, en paſſant par l'ouverture I du Tuyau GI, &c.

PROBLEME XIX.

Conſtruire une Lampe propre à porter dans le poche, ſans qu'elle s'éteigne, quand même on la rouleroit par terre.

POur conſtruire une Lampe qui ne verſe jamais ſon huile, & qui ne s'éteigne point, quelque ſituation qu'on lui donne, quand même on la rouleroit par terre ; attachez le vaſe qui contient l'huile & la méche à un cercle de fer, de leton, ou de quelqu'autre matiére ſolide, avec deux petits pivots diamétralement oppoſez ; de ſorte que ce vaſe puiſſe par ſa péſanteur demeurer en équilibre autour de ces deux pivots, tourner librement au dedans de ce cercle, & conſerver toujours une ſituation horiſontale, à peu près comme dans les Bouſſoles, dont on ſe ſert dans la Navigation, leſquelles ont deux ſemblables cercles, qui ſervent à les tenir horiſontalement. Ce premier cercle doit avoir deux autres pivots auſſi diamétralement oppoſez, & éloignez des autres de 90. degrez : ces deux pivots doivent entrer dans un autre cercle de la même matiere. Ce ſecond cercle doit encore

avoir deux autres petits pivots inſerez dans un autre corps concave, qui environne toute la Lampe, laquelle par le moyen de ſes deux cercles ou balanciers, peut tourner librement au dedans autour de ſix pivots, qui donnent à la Lampe, quand on la tourne, ſix différentes poſitions, qui ſont deſſus & deſſous, devant & derriere, à droite & à gauche, & qui ſervent à la tenir horiſontalement. Cette Lampe étant au milieu, ſe trouve toujours ſituée à ſon centre de gravité, c'eſt-à-dire, que ſon centre de gravité ſe trouve toujours dans ſa ligne de direction; ce qui empêche l'huile de ſe renverſer, de quelque maniere qu'on tourne la Lampe, parce qu'elle demeure toujours dans une ſituation horiſontale.

PROBLEME XX.

Diſpoſer trois Bâtons ſur un plan horiſontal, en ſorte que chacun s'appuye ſur ce plan par l'une de ſes extrêmitez, & que l'autre extrêmité demeure élevée en l'air.

Planche 45. Fig. 140.

POur faire que trois Bâtons, ou trois Coûteaux, &c. ſe ſoutiennent les uns les autres élevez en l'air, lorſqu'ils ſont appuyez chacun par un de leurs bouts ſur une table, quand même ils ſeroient chargez d'un poids, ſans que jamais ils puiſſent tomber; inclinez ſur cette table l'un des trois Bâtons, comme AB, en ſorte que s'appuyant ſur la table par ſon extrêmité A, l'autre extrêmité B ſoit élevée en l'air. Mettez en travers au-deſſus de ce Bâton l'un des deux autres Bâtons, comme EF, élevé pareillement en l'air par ſon extrêmité F, & portant ſur la table par ſon autre

extrêmité E. Enfin disposez comme en triangle le troisiéme Bâton CD, ensorte que s'appuyant sur la table par l'une de ses extrêmitez C, il passe au-dessous du premier AB, & pose sur le second EF. Alors ces trois Bâtons se croisant de la sorte, se soûtiendront mutuellement, & ne pourront tomber en les chargeant de quelque poids, à moins qu'ils ne se plient, ou ne se rompent par la trop grande pesanteur du poids, qui étant médiocre, servira plûtôt à les affermir, & à les maintenir ainsi élevez en l'air par un de leurs bouts, qu'à les faire tomber. Car AB est soûtenu par CD, & CD par EF, qui est lui-même soûtenu par AB.

PROBLEME XXI.

Faire tourner trois Coûteaux sur la pointe d'une éguille.

ATtachez au bout du manche de l'un des trois Coûteaux, comme du Coûteau AB, un autre Coûteau AC par sa pointe, en sorte que l'angle ABC soit droit, ou qu'il en approche. Observez que le dos du Coûteau AC doit être tourné vers le bas, & le tranchant vers le haut, comme on le voit dans la Figure. Attachez pareillement au bout du manche du Coûteau AC un troisiéme Coûteau CD par sa pointe, en sorte que l'angle ACD, soit droit, ou qu'il en approche. De cette maniére les trois Coûteaux AB, AC, CD, se trouveront disposez en forme de balance, dont les deux bassins seront représentez par les deux Coûteaux suspendus AB, CD. Le Coûteau AC représentera la verge de la balance, sur lequel par conséquent on trouvera par plusieurs essais le centre de mouvement, ou

Plan. 45. Fig. 139.

le point d'appui E, c'eſt-à-dire, le point où la balance étant ſoûtenue, elle demeure en équilibre, chargée de la peſanteur de ſes baſſins ou Coûteaux AB, CD. Si on met la pointe d'une éguille en ce point E, & qu'on la tienne à angles droits, le Coûteau AC, avec ſes deux autres Coûteaux AB, CD, demeurera en équilibre; le point E ſera dans la ligne de direction, où ſe trouvera le centre de gravité de la quantité compoſée de ces trois Coûteaux. Ainſi ces trois Coûteaux demeurant en équilibre autour du point E ſur la pointe de l'éguille EF, qu'il faut tenir bien à plomb, la moindre force, comme ſeroit celle du ſouffle, ſera capable de les faire tourner, & pour ainſi-dire, danſer autour de la pointe de l'éguille ſans tomber.

PROBLEME XXII.

Tirer du fonds de l'eau un Batteau chargé de Marchandiſes.

S'Il arrive qu'un Batteau de conſéquence ait fait naufrage au milieu d'un Fleuve ou d'une Riviere profonde, on pourra tirer ce Batteau, & le faire venir à fleur d'eau, par le moyen de deux autres Batteaux, dont l'un ſoit vuide, & l'autre chargé de quelque choſe de peſant, comme de pierres, en cette ſorte.

Il faut lier ces deux batteaux avec celui qu'on veut retirer de l'eau, par deux cordes qui y doivent être fortement attachées. Ayant bandé la corde du Batteau qui eſt chargé, il le faut décharger dans l'autre Batteau qui eſt vuide; ce qui fera lever un peu ce premier Batteau, qui attirera avec ſoi le Batteau qui eſt dans l'eau, & fera enfoncer

d'autant le ſecond Batteau. Ce ſecond Batteau étant ainſi chargé, on bandera pareillement ſa corde, & on le déchargera dans le Batteau vuide; ce qui le fera auſſi lever à meſure qu'il deviendra plus léger en le déchargeant, & fera monter d'autant le Batteau qui eſt dans l'eau, & baiſſer le Batteau qui a été rempli de pierres. On déchargera encore ce Batteau-ci de la même façon dans le Batteau vuide, après avoir bandé ſa corde, qui fera monter le Batteau qui eſt dans l'eau. Enfin ce Batteau, après pluſieurs charges & décharges des autres, montera tant qu'il viendra à fleur d'eau; après quoi il ſera facile de le conduire au bord de la Riviere, & d'en retirer les Marchandiſes.

PROBLEME XXIII.

Faire remonter un Batteau de lui-même ſur une Riviere rapide.

PLus une Riviere ou un fleuve ſera rapide, plus il ſera aiſé de faire remonter un Batteau de lui-même, pour ainſi-dire, par le moyen d'une corde & d'une roue avec ſon aiſſieu, qui ait des aîles ſemblables à celles d'une roue de Moulin, en cette ſorte.

Ayant arrêté fermement la roue avec ſon aiſſieu à l'endroit où l'on veut conduire le Batteau, en ſorte que ſes aîles entrent dans l'eau autant qu'il en ſera beſoin pour faire tourner la roue, attachez une corde au Batteau & à l'aiſſieu de la roue, laquelle tournant avec ſon aiſſieu par la rapidité de l'eau, fera entortiller la corde au tour de l'aiſſieu. Cette corde en ſe racourciſſant continuellement, tirera le Batteau, en remontant vers l'endroit pro-

posé, où il remontera d'autant plus promptement que la Riviere sera plus rapide, parce que l'eau fait tourner la roue plus vîte.

PROBLEME XXIV.

Trouver la pesanteur d'un pied cube d'eau.

I.

NOus avons dit au Problême XI. qu'un pied cube d'eau commune pese environ 72 livres; ce qui se peut aisément connoître en faisant un vase concave, dont la capacité soit précisément d'un pied cubique, & en pesant l'eau qu'il peut contenir : par ce moyen l'on aura la pesanteur d'un pied cube d'eau. Mais on peut connoître autrement & plus facilement cette pesanteur, en cette sorte.

II.

Plan. 45. Fig. 141. Préparez un corps solide fait en Parallelepipede rectangle, comme ABCD, d'une matiére homogéne, dont la pesanteur spécifique soit moindre que celle de l'eau, par exemple, du bois de Sapin, afin que ce corps étant plongé dans l'eau, ne s'y enfonce pas tout entier; pesez exactement ce corps que nous supposerons être de quatre livres.

Plongez donc ce corps dans l'eau, & faites une marque à l'endroit où se terminera la surface de l'eau, comme EFG. Alors ce corps occupant dans l'eau l'espace ABGFE, l'eau qui rempliroit cet espace, péseroit précisément 4 livres, sçavoir, autant que le corps ABCD pese dans l'air. Ce que l'on connoît par ce principe général de l'Hydrostatique, que la pesanteur d'un corps est égale à celle d'un volume d'eau pareil à celui dont il occupe la place dans la même eau.

Ce volume, qui eſt ici repréſenté par ABGFE, ſe peut meſurer en multipliant la largeur EF, que nous ſuppoſerons de 4 pouces par la hauteur AF, qui ſera ſuppoſée de 3 pouces, & le produit 12 par la largeur AB, ou FG, que nous ſuppoſerons de 8 pouces : ainſi on aura 96 pouces cubiques pour la ſolidité du priſme ABGFE.

Nous ſçavons donc que 96 pouces d'eau peſent 4 livres, & pour ſçavoir combien peſe un pied cube de la même eau, qui vaut 1728 pouces cubes (comme on le connoît en multipliant 12 par 12, & le produit 144 encore par 12) on dira par la Régle de Trois directe, ſi 96 pouces peſent 4 livres, combien peſeront 1728 pouces ? c'eſt-à-dire, qu'on multipliera 1728 par 4 ; on diviſera le produit 6912 par 96, & l'on trouvera qu'un pied cube d'eau peſe 72 livres.

PROBLEME XXV.

Conſtruire un Caroſſe, dans lequel on ſe puiſſe conduire ſoi-même par-tout où l'on voudra, ſans aucuns chevaux.

I.

IL faut que les deux petites roues de devant ſoient mobiles autour de leur aiſſieu commun, comme dans les Caroſſes ordinaires, & que les deux grandes roues de derriere, comme AB, CD, ſoient fermement attachées à leur aiſſieu commun EF, en ſorte que cet aiſſieu ne ſe puiſſe mouvoir, à moins que les roues ne ſe meuvent & ne roulent en même tems. Plan. 46. Fig. 142.

Au milieu de l'aiſſieu EF, on doit ajoûter à l'entour une lanterne GH, dont les fuſeaux ſoient forts

Plan. 46. Fig. 142. & ferrez, & attacher tout auprès sur la fléche une roue dentée LK, dont les dents puissent engrainer dans les fuseaux de la lanterne. En faisant tourner cette roue autour de son aissieu LM, qui doit être perpendiculaire à l'Horison, par le moyen de la manivelle NOL, elle fait tourner la lanterne GH, & avec elle l'essieu EF, & les roues AB, CD, qui rouleront, & feront avancer le Carosse, sans qu'il soit tiré par des chevaux, ni par aucune autre puissance animée. On comprend bien que l'aissieu EF ne doit pas entrer dans la fléche, afin qu'il puisse tourner au dedans.

II.

Plan. 47. Fig. 212. On voit à Paris depuis quelques années * un Carosse ou Chaise, qui a une forme à peu près semblable à celle de la Fig. 212e. Un Laquais monté derriere le fait marcher, en appuyant alternativement les deux pieds sur deux pieces de bois, qui communiquent à deux petites roues cachées dans une caisse posée entre les roues de derriere AB, attachées à l'aissieu du Carosse, comme vous le voyez dans la Fig. 212e. J'en donnerai l'explication dans les mêmes termes que je l'ai reçûe de M. Richard, Médecin de la Rochelle.

* M. Ozanam écrivoit en 1693.

Fig. 213. AA est un rouleau attaché par les deux bouts à la caisse qui est derriere la Chaise. B est une poulie sur laquelle roule la corde qui lie le bout des planchettes C, D, sur lesquelles les Laquais mettent les pieds. E est une piece de bois qui tient à la Caisse, & retient les deux planchettes par l'autre bout, leur permettant de hausser & de baisser par le moyen des deux cordes AC, AD, qui sont attachées à leurs extrêmitez. F, F, sont deux petites plaques de fer, qui servent à faire tourner les roues

H, H, qui ſont fixes à leur aiſſieu, qui eſt auſſi fixe aux deux grandes roues I, I.

Je crois qu'à préſent on n'aura pas de peine à concevoir que le Laquais mettant alternativement les pieds ſur C & ſur D, une des plaques fera tourner une des roues à dents; ſi, par exemple, il appuye ſur la planche C, comme la Figure le repréſente, elle doit deſcendre, & faire monter la planche D, qui ne peut monter ſans que la plaque de fer qui entre dans les dents de la roue, ne la faſſe tourner avec l'eſſieu, & les deux grandes roues. Enſuite appuyant ſur la planche D, la peſanteur du corps la fera deſcendre, & fera monter l'autre planche C, qui fera encore tourner la roue. Ainſi ce mouvement ſe continuera, en faiſant toujours la même manœuvre.

Il eſt facile de s'imaginer que les deux roues de derriere avançant, il faut que les deux petites de devant avancent auſſi, leſquelles iront toujours droit, ſi la perſonne qui eſt dans la Chaiſe ne les fait tourner avec les rénes qui ſont attachées à une fléche ſur le devant. Plan. 47. Fig. 212.

III.

M. *de Camus*, de l'Académie Royale des Sciences, donne ſur la fin de ſon Traité des Forces mouvantes, la deſcription d'un petit Caroſſe qu'il fit autrefois pour le Roy alors Dauphin. Nous n'entreprendrons point d'entrer dans le détail de tous les reſſorts qui font jouer ce Caroſſe, & qui ſont en très-grand nombre, quoique tellement renfermez dans de petits eſpaces, qu'ils ne paroiſſent point. Ces reſſorts doivent être effectivement en grand nombre, pour exécuter tous les mouvemens que font le Cocher, le Laquais, le Page & la Dame qui

eſt aſſiſe dans le Caroſſe pendant qu'il marche, nous nous contenterons de rapporter une partie de ces mouvemens, qui ſont très-ſurprenans.

Ce petit Caroſſe tournant ſur une table vers les bords, les chevaux vont en courbette, plient les jambes, & poſent à terre les piéds de derriere. Le Cocher tire les rénes des chevaux, ſoit pour les faire tourner, ſoit pour les faire aller en ligne droite, & il leur donne de tems en tems des coups de fouet. Le Caroſſe ayant fait un certain chemin, s'arrête : alors le Page qui étoit couché ſur la ſoupente, va ouvrir la portiere, pendant qu'un Laquais deſcend de derriere le Caroſſe. La Dame tenant un placet à la main, ſort du Caroſſe, & le préſente, après avoir fait la révérence. Pendant ce tems-là le Page s'attachant à la portiere, la remue en badinant. La Dame ayant attendu quelque tems, comme pour écouter la réponſe, fait une ſeconde révérence, & rentre dans le Caroſſe. Quand la Dame eſt aſſiſe, le Page ferme la portiere, & ſe remet ſur la ſoupente. Le Cocher donne un coup de fouet aux chevaux, qui continuent le chemin, & le Laquais courant après le Caroſſe, ſaute à ſa place.

On ſera étonné, en liſant la deſcription, de voir tous les petits reſſorts qu'il a fallu imaginer, & placer à propos pour exécuter les mouvemens qu'on vient de rapporter, & les autres qui ſont fort différens, lorſqu'on monte les reſſorts d'une autre maniére.

PROBLEME XXVI.

Connoître de deux eaux differentes celle qui eſt la plus légere, ſans aucune balance.

IL faut avoir un corps d'une matiere, dont la peſanteur ſpécifique ſoit moindre que celle de l'eau, par exemple, du bois de Sapin, & mettre dans chaque eau ce corps, qui ne s'y enfoncera pas entierement, étant certain qu'il ſe doit enfoncer moins dans l'eau la plus peſante que dans la plus légere. Ainſi vous connoîtrez que l'eau où ce corps s'enfoncera davantage, eſt la plus légere, & par conſéquent la plus ſaine à boire.

PROBLEME XXVII.

Conſtruire un Tonneau contenant trois liqueurs différentes, qui ſe puiſſent tirer par une même broche, ſans qu'elles ſe mêlent.

IL faut que le Tonneau ſoit diviſé en trois parties ou cellules A, B, C, qui contiennent les trois liqueurs différentes, par exemple, du Vin rouge, du Vin blanc, & de l'Eau, que l'on fera entrer chacun dans ſa cellule par le même bondon, en cette ſorte. Planche 46. Fig. 143.

En conſtruiſant le Tonneau, on aura ajuſté dans le bondon un entonnoir D, avec trois tuyaux E, F, G, qui aboutiſſent chacun à ſa cellule. Ajoûtez à cet entonnoir un autre entonnoir H, percé de trois trous, qui puiſſent répondre quand on voudra, aux ouvertures de chaque tuyau. Si l'on fait répondre en tournant l'entonnoir H, chaque trou ſucceſſivement à

l'ouverture de ſon tuyau correſpondant, la liqueur que l'on verſera dans l'entonnoir H, entrera dans ce tuyau. De cette maniere on remplira chaque cellule de ſa liqueur, ſans que l'une ſe puiſſe mêler avec l'autre, parce que quand un tuyau eſt ouvert, les deux autres ſe trouvent bouchés.

Mais pour tirer auſſi ſans confuſion chaque liqueur par le bas du Tonneau, il doit y avoir trois tuyaux K, L, M, qui répondent chacun à une cellule, & une eſpece de robinet IN, percé de trois trous, qui doivent répondre chacun à ſon tuyau, afin qu'en tournant la broche I, juſqu'à ce que l'un de ces trous réponde vis-à-vis d'un tuyau, la liqueur de la cellule par où paſſe ce tuyau, ſorte toute ſeule par le même tuyau.

PROBLEME XXVIII.

Trouver les parties d'un poids que deux perſonnes ſoûtiennent par le moyen d'un Levier.

Planche 46 Fig. 144.

POur trouver la partie du poids C, que je ſuppoſe de 150 livres, que deux perſonnes ſoûtiennent par le moyen du Levier, ou Civiere AB, dont la longueur ſoit, par exemple, de 6 pieds; ſuppoſons que le centre de gravité du corps C ſoit D, & que ſa ligne de direction ſoit DE. Cela étant ſuppoſé, on doit conſiderer le point E, comme ſi le corps C y étoit ſuſpendu: alors il eſt évident que ſi le point E eſt au milieu de AB, chaque perſonne portera la moitié du poids C, ſçavoir, 75 livres. Mais ſi le point E n'eſt pas au milieu de AB, en ſorte qu'il ſoit plus proche, par exemple, du point B, que du point A, on doit ſentir en B une plus grande partie du poids

qu'en A ; cette partie se trouvera de cette sorte.

Si l'on suppose que la partie AE du Levier AB, soit, par exemple, de 4 pieds, & par conséquent l'autre partie EB de 2 pieds, parce que toute la longueur AB a été supposée de 6 pieds ; multipliez le poids donné 150 par la quantité 4 de la partie AE : divisez le produit 600 par la longueur AB, que nous avons supposée de 6 pieds : le quotient donnera 100 livres pour la partie du poids que porte la puissance appliquée en B. C'est pourquoi en ôtant cette partie 100 du poids entier 150, le reste donnera 50 livres pour l'autre partie du poids que porte la puissance appliquée en A.

PROBLEME XXIX.

Trouver la force qu'il faut pour lever un poids avec un Levier, dont la longueur & le point fixe sont donnés.

SUppoſons que le poids C pese sur le levier AB, 150 livres, & que la puissance appliquée en son extrêmité B, soit éloignée du point fixe D de 4 pieds, en sorte que le reste AD du Levier soit de 2 pieds, supposant que toute la longueur AB du Levier est de 6 pieds, multipliez le poids C, que nous avons supposé de 150 livres, par la partie AD, qui a été supposée de 2 pieds ; divisez le produit 300 par l'autre partie BD, c'est-à-dire, par 4 ; le quotient 75 sera la force que doit avoir la puissance appliquée en B, pour soûtenir le poids C. D'où il est aisé de conclure, que la puissance appliquée en B, doit avoir une force un peu plus grande que de 75 livres, pour mouvoir & lever le poids C. Planche 46. Fig. 145.

PROBLEME XXX.

Conſtruire un Vaſe qui contienne ſa liqueur étant droit, & la perde toute étant un peu panché.

Planche 48. Fig. 146.

CE Problême eſt aiſé à réſoudre à l'imitation des probl. XVI & XVIII. Car ſi au dedans du Vaſe AB, l'on ajuſte un Siphon, ou Tuyau recourbé CDEF, dont l'ouverture C touche le fonds du Vaſe, & l'autre ouverture F ſoit plus baſſe que le même fonds, en ſorte que la jambe CD ſoit plus courte que l'autre jambe DEF, & que l'on mette de l'eau dans ce Vaſe environ juſqu'à la partie ſuperieure D, l'eau ne s'écoulera pas; mais ſi l'on incline tant ſoit peu le Vaſe AB vers la partie oppoſée à A, comme ſi on y vouloit boire, l'eau entrera de la jambe CD dans la jambe DEF, & ſortira toute par l'ouverture F, quand même on redreſſeroit le Vaſe, parce que l'air pourra ſucceder à la place de l'eau, lorſqu'elle deſcendra par la branche DEF.

PROBLEME XXXI.

Trouver ſans aucune balance la peſanteur d'une piece propoſée de métal, ou de pierre.

Fig. 147. IL faut en premier lieu préparer un Vaſe concave, qui ait la figure d'un priſme, dont la baſe ſoit telle qu'on voudra, mais pour la commodité il vaudra mieux que ce ſoit un quarré, ou un quarré-long, comme ABC. Sa longueur AB ſera ſuppoſée de 6 pouces; & ſa largeur BC de 4: ainſi la baſe ABC ſera de 24 pouces quarrés,

comme on le connoît en multipliant 6 par 4. Planche

Il faut auſſi que le Vaſe ſoit rempli en partie d'eau commune, par exemple, juſqu'à DEF ; en ſorte que la piece propoſée y étant plongée, ſoit tout-à-fait couverte ; autrement il en faudroit verſer une plus grande quantité. Cette eau montera à une certaine hauteur, par exemple, juſqu'à GHI, de ſorte que le priſme d'eau GEI ſera égal à la ſolidité de la piece propoſée. 48. Fig. 147.

La ſolidité de ce priſme d'eau GEI ſe trouvera en multipliant la baſe DEF, qui eſt égale à la baſe ABC, que nous avons trouvée de 24 pouces quarrés, par ſa hauteur EH, ou FI, que nous ſuppoſerons de 2 pouces ; car le produit donnera 48 pouces cubes pour la ſolidité du priſme d'eau GEI. La ſolidité de ce priſme étant connue, on trouvera ſa peſanteur, en ſuppoſant qu'un pied cube de la même eau peſe 72 livres, & en diſant par la Régle de Trois directe : ſi un pied cube, ou 1728. pouces peſent 72 livres, combien peſeront 48 pouces ? multipliant 72 par 48, & diviſant le produit 3456 par 1728, on trouvera 2 livres pour la peſanteur du priſme d'eau GEI.

Par le moyen de cette peſanteur ainſi trouvée de 2 livres, on trouvera celle de la piece propoſée, en multipliant la peſanteur trouvée, c'eſt-à-dire, 2 livres par 3, ſi la piece propoſée eſt de caillou, ou de pierre de roche : par 4, ſi elle eſt de marbre : par 8, ſi elle eſt de fer, ou d'airain : par 10, ſi elle eſt d'argent : par 11, ſi elle eſt de plomb, & par 18, ſi elle eſt d'or.

Ainſi dans cet exemple on trouvera que la piece propoſée peſe 6 livres, ſi elle eſt de pierre dure : 8 livres, ſi elle eſt de marbre : 16 livres, ſi elle eſt de fer : 20 livres, ſi elle eſt d'argent : 22 livres,

ſi elle eſt de plomb ; & 36 livres, ſi elle eſt d'or.

REMARQUES.

I.

Je ſçai bien que cette peſanteur ainſi trouvée n'eſt pas trop exacte ; mais c'eſt aſſez pour des Récréations Mathématiques. Quand vous la voudrez avoir plus exactement, ſervez-vous de l'une des trois Tables qui ſont ſur la fin de la Mécanique de mon Cours de Mathématique ; la ſeconde eſt très-utile pour connoître la ſolidité d'un corps propoſé, dont on connoît la peſanteur, comme vous allez voir dans le Problême ſuivant.

II.

Mais auparavant, nous remarquerons que par le moyen de ce Problême, on trouve avec une très-grande facilité la ſolidité d'un corps, qu'il ſeroit difficile de trouver exactement par la Géométrie ordinaire, lorſque ce corps eſt fort irrégulier, comme ſeroit une pierre brute, ou quelqu'autre corps ſemblable. Car ayant trouvé que le priſme d'eau GEI eſt de 48 pouces cubes, il s'enſuit que la piece propoſée, dont le volume eſt néceſſairement égal à ce priſme, contient en ſa ſolidité auſſi 48 pouces cubes.

PROBLEME XXXII.

Trouver la solidité d'un corps, dont la pesanteur est cennue.

CE Problême se peut résoudre très-facilement par le moyen de la Table suivante, qui montre en Livres & en Onces la pesanteur d'un pied cube de plusieurs corps différens ; & en Onces, en Gros, & en Grains la pesanteur d'un pouce cube des mêmes corps, la Livre valant 16 Onces, l'Once 8 Gros, & le Gros 72 Grains.

Table de la pesanteur d'un Pied cube, & d'un Pouce cube de plusieurs corps différens.

Poids d'un Corps	Pied cubc.		Pouce cube.		
	Livres.	*Onces.*	*Onces.*	*Gros.*	*Grains.*
Or	1326	4	12.	2.	52
Mercure	946	10	8.	6.	8
Plomb	802	2	7.	3.	30
Argent	720	12	6.	5.	28
Cuivre	627	12	5.	6.	36
Fer	558	0	5.	1.	24
Etain	516	2	4.	6.	17
Marbre blanc	188	12	1.	6.	0
Pierre de Taille	139	8	1.	2.	24
Eau de Seine	69	12	0.	5.	12
Vin	68	6	0.	5.	5
Cire	66	4	0.	4.	65
Huile	64	0	0.	4.	43

On connoît par cette Table qu'un pied cube de fer, par exemple, pese 558 livres. C'est pourquoi si l'on a une piece de fer, qui pese, par exemple, 279 livres, on connoîtra la solidité par la Régle de

Trois directe, en disant : si une pesanteur de 558 livres donne un pied cube, ou 1728 pouces cubes de solidité, combien donnera une pesanteur de 279 livres ? Alors multipliant 279 par 1728, & divisant le produit 482112 par 558, le quotient donnera 864 pouces cubes pour la solidité de la piece proposée.

REMARQUE.

Si tout au contraire vous avez, par exemple, une piece d'argent, dont vous voulez connoître la pesanteur, il en faut premierement trouver la solidité par le moyen de l'eau, comme vous avez vû au Problême précédent. Si cette solidité est, par exemple, de 48 pouces cubes, vous multiplierez ce nombre 48 par 6 Onces, 5 Gros, & 28 Grains, qui est la pesanteur d'un pouce cube d'Argent, comme on le voit dans la Table précédente, & le produit donnera 20 livres, 2 Gros, & 48 Grains pour la pesanteur de la piece proposée d'Argent. Ainsi des autres.

Cette remarque suppose une Régle de Trois, où l'on dit : Si un pouce cube d'Argent donne 6 Onces, 5 Gros, 28 Grains, combien donneront 48 pouces cubes ?

PROBLEME XXXIII.

Un corps plus pesant que l'eau étant donné, trouver à quelle hauteur elle montera dans un Vase rempli en partie d'eau, lorsqu'on y mettra le corps proposé.

Planche 48. Fig. 147.

SUppoſons que dans un Vase fait en Parallelepipede rectangle, comme ABCL, il y ait de l'eau jusqu'à la hauteur AD, & qu'on veuille sçavoir à

quelle hauteur cette eau montera, si l'on y met, par exemple, un boulet de fer, dont la pesanteur spécifique est plus grande que celle de l'eau : mesurez l'aire de la base rectangulaire ABC, ou DEF, en multipliant la longueur ED par la largeur EF. Mesurez aussi la solidité de la boule proposée, en multipliant le cube de son diamétre par 157, & en divisant le produit par 300. Si cette solidité est, par exemple, de 96 pouces cubes, & l'aire DEF de 48 pouces quarrés ; en divisant cette solidité 96 par l'aire 48, le quotient donnera 2 pouces pour la hauteur EH, ou DG, à laquelle la boule proposée fera monter l'eau quand elle sera mise dedans ; parce qu'elle y occupera une placé égale à celle du prisme GEI de l'eau qui est montée, dont la solidité est aussi par conséquent de 96 pouces cubes. Planche 48. Fig. 147.

Autrement.

Mesurez avec une balance bien juste la pesanteur du corps proposé, que nous supposerons de 31 livres, & par le moyen de cette pesanteur trouvez la solidité du même corps, qui par *Probl. XXXII.* se trouvera de 96 pouces cubes, supposant que la piece proposée soit de fer. C'est pourquoi la solidité du prisme d'eau GEI sera aussi de 96 pouces cubes; laquelle par conséquent étant divisée par la base DEF, que nous avons supposé de 48 pouces quarrés, donnera 2 pouces pour la hauteur EH qu'on cherche.

PROBLEME XXXIV.

Un corps moins pesant que l'eau étant donné, trouver de combien il se doit enfoncer dans la même eau contenue dans un Vase.

PUisque le corps proposé est supposé d'une pesanteur specifique moindre que celle de l'eau, comme seroit une piece de bois de Sapin; cette piece étant mise dans l'eau, ne s'y enfoncera pas toute entiere, mais seulement en partie, sçavoir, jusqu'à ce qu'elle y occupe un espace, dont l'eau qui le rempliroit, pese autant que la même piece. Ainsi pour marquer justement ce qui doit s'enfoncer dans l'eau de ce corps moins pesant, on en connoîtra la pesanteur, & l'on mesurera la quantité de l'eau qui ait cette pesanteur; ce qui est facile, par ce qui a été dit dans les Problêmes précédens. Après quoi il est évident que ce corps s'enfoncera dans l'eau jusqu'à ce qu'il occupe la place de cette quantité d'eau.

Planche 48. Fig. 148.

Mais pour venir à la pratique, supposons que la piece de bois de Sapin ABCD pese, par exemple, 360 livres, & qu'un pied cube de l'eau qui est contenue dans le Vase EFGH pese 72 livres; divisez par ce nombre 72 la pesanteur 360 du prisme ABCD; le quotient 5 fera connoître que 5 pieds cubes de la même eau pesent aussi 360 livres. C'est pourquoi le prisme ABCD s'enfoncera dans cette eau jusqu'à ce qu'il y occupe la place de 5 pieds cubes. Ainsi pour sçavoir de combien il se doit enfoncer, il en faut retrancher par en bas un prisme de 5 pieds cubes, qui ait la même base que celle du prisme ABCD: on peut connoître cette base

en multipliant la longueur AB par la largeur BC, quand elle ſera rectangulaire, telle qu'on la ſuppoſe ici. Si cette baſe eſt, par exemple, de 4 pieds quarrez, en diviſant 5 pieds cubes par 4 pieds quarrez, on aura 1 pied & 3 pouces pour la hauteur AI, à laquelle le priſme propoſé ABCD s'enfoncera dans l'eau.

PROBLEME XXXV.

Connoître ſi une piece douteuſe d'or ou d'argent eſt bonne ou fauſſe.

SI la Piece, de la bonté de laquelle on doute, eſt, par exemple, d'argent, & qu'elle ne ſoit pas extrêmement groſſe, comme ſi c'étoit un écu, ou une piece de trente ſols; pour connoître ſi cette Piece eſt de pur argent, ou mêlée avec quelqu'autre métal, il faut avoir une autre Piece de bon argent auſſi peſante que la Piece propoſée; en ſorte que ces deux Pieces étant miſes dans les baſſins d'une balance bien juſte, elles demeurent en équilibre dans l'air. Il faut enſuite attacher ces deux Pieces d'argent aux baſſins de la même balance avec du fil, ou un crin de cheval, pour empêcher que ces deux baſſins ne ſoient mouillés, lorſqu'on plongera dans l'eau les deux Pieces d'argent. Elles demeureront en équilibre dans l'eau auſſi-bien que dans l'air, quand elles ſeront égales en bonté. Mais ſi la Piece propoſée peſe moins dans l'eau, elle ſera fauſſe, c'eſt-à-dire, qu'il y aura quelqu'autre métal mêlé d'une peſanteur ſpecifique moindre que celle de l'argent, comme celle du cuivre; & ſi elle peſe davantage, elle ne ſera pas auſſi de bon argent, mais elle ſera mêlée avec quelqu'autre métal d'une

pesanteur spécifique plus grande que celle de l'argent, comme celle du plomb.

Si la Piéce proposée est d'une grosseur considerable, telle qu'étoit la Couronne d'or qu'Hieron Roy de Syracuse envoya à Archimede, pour connoître si l'Orfévre avoit employé fidellement les 18 livres d'or qu'il avoit reçû pour faire cette Couronne; car ce Prince soupçonnoit qu'il y avoit mêlé quelqu'autre métal, parce qu'elle paroissoit fort grosse; il faudra, comme auparavant, avoir une Piece de pur or, qui pese autant que la Couronne, sçavoir, 18 livres, & sans s'amuser à peser ces deux Pieces dans l'eau, il suffira de les plonger l'une après l'autre dans un vase plein d'eau. Car celle qui chassera plus d'eau, sera mêlée avec quelqu'autre métal d'une pesanteur specifique moindre que celle de l'or, parce qu'elle aura un plus grand volume.

PROBLEME XXXVI.

Trouver la charge d'un Vaisseau sur la Mer, ou sur une Riviere.

PAr ce qui a été fait au *Probl. XXXIV.* il est aisé de connoître la *Portée*, ou le *Port d'un Vaisseau*, c'est-à-dire, la charge que peut porter un vaisseau sur l'eau de la Mer, ou d'une Riviere, sans couler à fond. Car il est certain qu'un Vaisseau peut porter autant pesant que l'eau qui lui est égale en grosseur, si l'on en rabat seulement la pesanteur du fer qui entre dans sa construction, parce que le bois qui le compose, pese à peu près autant que l'eau; ce qui fait que sans ce fer, le Vaisseau pourroit naviguer étant plein de la même eau.

D'où il ſuit que le Vaiſſeau, quelque charge qu'il ait, ne s'enfoncera pas entierement dans l'eau, ſi la peſanteur de cette charge eſt moindre que celle d'un égal volume d'eau. Mais pour connoître ce volume, il faut meſurer la capacité ou ſolidité du Vaiſſeau, que nous ſuppoſerons de 1000 pieds cubes. Cette capacité étant multipliée par 73 livres, qui ſont la peſanteur d'un pied cube d'eau de la Mer, ou aura 73000 livres pour la peſanteur d'un volume d'eau égal à celui du Vaiſſeau.

Ainſi dans cet exemple on peut dire que la portée du Vaiſſeau, pour pouvoir naviguer ſur la Mer, eſt de 73000 livres, ou de 36 Tonneaux & demi, comme on le connoît en diviſant 73000 par 2000, qui eſt la valeur d'un *Tonneau*, parce qu'un Tonneau plein d'eau de la Mer peſe 2000 livres. De ſorte que ſi dans cet exemple la charge du Vaiſſeau paſſe 36 Tonneaux & demi, il coulera à fonds, & il nagera entre deux eaux, tout prêt à s'enfoncer, ſi ſa charge eſt préciſément de 73000 livres. Ainſi afin que le Vaiſſeau puiſſe naviguer facilement & ſans danger, ſa charge doit être beaucoup moindre que de 73000 livres. Si elle approche de 73000, en ſorte qu'elle ſoit par exemple, de 36 Tonneaux ſeulement, le Vaiſſeau ne s'enfoncera pas dans l'eau de la Mer; mais après avoir cinglé heureuſement en haute Mer, il coulera à fonds & périra, s'il arrive à l'embouchure de quelque Riviere d'eau douce, qui étant plus légére que l'eau de la Mer, ſera ſurmontée par la peſanteur du Vaiſſeau.

PROBLEME XXXVII.

Faire qu'une livre d'eau pese davantage, & tant que l'on voudra.

L'Experience nous apprend, que si l'on suspend à une corde une pierre telle qu'étant ainsi suspendue, elle puisse être renfermée dans un vase, sans le toucher, en sorte qu'il reste dans ce vase tout autour de la pierre la place d'une livre d'eau; & que si l'on emplit d'eau cet espace vuide, le vase qui ne pese tout seul avec son eau qu'environ une livre, parce qu'il ne contient qu'une livre d'eau, selon notre supposition, pesera plus de cent livres, si la pierre tient dans ce vase la place de cent livres d'eau. Ainsi vous voyez que dans ce cas une livre d'eau pese plus de cent livres, & elle pesera plus de mille livres, si la pierre occupe dans le vase la place de mille livres d'eau. Ainsi des autres.

Autrement.

Planche 48. Fig. 150.

Servez-vous d'une balance, dont les Bassins AB, CD, pesent également autour du centre de mouvement E, qui sera, si vous voulez, au milieu du fleau FG, comme dans les balances ordinaires. Ayant attaché contre une muraille, ou quelqu'autre chose de ferme, le corps LM égal, par exemple, à 99 livres d'eau, par le moyen du crochet de fer HIK, arrêté fermement au point H de la muraille, entourez, comme nous avons dit auparavant, ce corps LM du Bassin AB, en sorte qu'il reste entre-deux la place d'une livre d'eau. Alors si vous versez dans le bassin CD 100 livres d'eau, & dans le bassin AB, une livre d'eau seulement, cette

ſeule livre d'eau du baſſin AB demeurera en équilibre avec les cent livres de l'autre baſſin CD.

PROBLEME XXXVIII.

Connoître le Vent qui ſouffle dans l'air, ſans ſortir de ſa chambre.

IL faut attacher au plancher de la chambre un cercle diviſé en 32 parties égales, avec les noms des 32 Vents ou Rumbs, en ſorte que les Vents Nord & Sud répondent à la Ligne Meridienne; ce que l'on peut aiſément faire par le moyen d'une Bouſſole. Il faut que ce cercle diviſé, ou Cadran ait une éguille mobile autour de ſon centre, comme les Cadrans des Montres, ou Horloges à roues, & que cette éguille ſoit attachée à un aiſſieu perpendiculaire à l'Horiſon, qui ſe puiſſe mouvoir facilement au moindre Vent, par le moyen d'une Girouette qu'il doit avoir en ſon extrêmité au-deſſus du toît de la même chambre. Le Vent faiſant tourner cette Girouette, fera auſſi tourner ſon aiſſieu, & en même tems l'éguille qui lui eſt attachée, laquelle en cette façon montrera ſur le Cadran le Vent qui ſouffle.

On a vû à Paris ſur le Pont-neuf, & l'on voit encore dans le Jardin de la Bibliotheque du Roy, rue Vivienne, un ſemblable Cadran. Il eſt vrai qu'il n'eſt pas attaché à un plancher, mais contre une muraille. On y connoît en tout tems le Vent qui ſouffle par le mouvement de la Girouette AB, dont l'aiſſieu CD, qui eſt perpendiculaire à l'Horiſon, eſt ſoûtenu en haut par le plan horiſontal EF, qu'il traverſe à angles droits, & en bas par le plan GH, ſur lequel il s'appuye en ſon extrêmi-

Planche 49. Fig. 152.

Planche 49. Fig. 152.

té D, qui doit être pointue, Cet aiſſieu s'appuyant ſur un point, ſe meut avec facilité au moindre Vent, qui fait tourner la Girouette AB. Le pignon IK tourne en même tems, il a huit aîles ou canelures égales, pour les huit Vents premiers. Dans ces aîles s'engrainent ou s'accrochent les dents du Rouët LM, qui fait tourner avec lui ſon aiſſieu PQ. Cet aiſſieu eſt parallele à l'Horiſon, traverſe la muraille à angles droits, & fait mouvoir l'éguille NR, qui lui eſt attachée en ſon extrêmité P. Cette éguille eſt appliquée à un Cadran, où les quatre Vents Cardinaux ſont marqués par les quatre lettres par où leurs noms commencent, & les autres quatre Vents d'entre-deux par les deux lettres, par leſquelles commencent les noms des deux Vents principaux entre leſquels ils ſont.

REMARQUE.

Ainſi N ſignifie Nord, S Sud, E Eſt, O Oueſt, NE Nord-Eſt, SE Sud-Eſt, SO Sud-Oueſt, NO Nord-Oueſt. Ces noms ſont uſités en toute la Mer Oceane. Le Nord eſt le Septentrion, le Sud eſt le Midi, l'Eſt eſt le Levant ou Orient, l'Oueſt eſt le Couchant, ou l'Occident, ou le Ponant. De-là on peut juger que le Nord-Eſt eſt le Vent qui ſouffle entre le Septentrion & l'Orient, le Sud-Eſt celui qui ſouffle entre le Midi & l'Orient, le Sud-Oueſt celui qui ſouffle entre le Midi & l'Occident, & le Nord-Oueſt celui qui ſouffle entre le Septentrion & l'Occident.

On peut voir un ſemblable Cadran, avec tous ſes attributs, dans la rue de la Corderie, à la Butte S. Roch.

PROBL.

PROBLEME XXXIX.

Conſtruire une Fontaine où l'eau s'écoule & s'arrête alternativement.

I.

Premiere maniere de conſtruire cette Fontaine.

PReparez deux Vaſes inégaux AB, CD, de fer blanc ou de quelqu'autre ſemblable matiere. Le plus grand AB, qui eſt celui de deſſus doit avoir communication avec le plus petit CD, par l'ouverture E, afin que l'eau qu'on verſera dans le plus grand Vaſe AB, puiſſe ſortir & entrer dans le plus petit CD. Cette eau s'écoulera par l'extrêmité H du Siphon FGH, dont l'autre extrêmité F, qui ſera auſſi ouvert ne doit pas être fort éloignée du fonds du Vaſe CD. Plan. 48. Fig. 149.

Lorſque l'eau qui tombe dans le Vaſe CD ſera montée dans le Siphon par l'ouverture F vers la partie ſuperieure G, elle s'écoulera par l'autre ouverture H, pourvû que le Siphon FGH ſoit de telle groſſeur, qu'il ſorte plus d'eau par l'ouverture H, qu'il n'en entre dans le Vaſe CD par l'ouverture E. Cela étant ainſi, l'eau de ce vaſe ſera bien-tôt épuiſée, & la Fontaine ceſſera d'aller. Mais l'eau commencera à couler de nouveau par l'ouverture H, lorſquelle ſera remontée par la branche FG juſqu'en G, & ainſi de ſuite.

On peut donner à cette Fontaine telle figure qu'ou voudra, auſſi bien qu'à la ſuivante, où l'eau s'écoule auſſi par intervalles alternativement.

II.

Autre maniere de conſtruire une pareille Fontaine.

Plan. 49. Fig. 153.

AB, eſt un vaſe qui a deux fonds, c'eſt à-dire, qu'il eſt fermé de tous côtez comme un tambour. CD eſt un Tuyau ſoudé au ſouds d'en bas vers le milieu F. Ses deux extrêmitez C, D, ſont ouvertes; celles d'en haut C, ne doit pas toucher le fonds, afin de donner paſſage à l'eau. Pour remplir ce vaſe on le renverſera, & l'on verſera l'eau par l'ouverture D du tuyau CD, laquelle ſe trouvera en haut.

DE eſt un Tuyau un peu plus petit que CD, dans lequel il doit entrer juſtement : il eſt attaché à un fonds de boëte GH, dont le diametre eſt un peu plus long que celui de l'un des deux fonds du Vaſe AB. Le Tuyau DE eſt ouvert par l'extrêmité E; & fermée par l'autre extrêmité D, qui eſt ſoudée au fonds de la boëte GH.

Le deux Tuyaux CD, ED, doivent avoir à une égale hauteur deux petites ouvertures I, I, & le petit tuyau DE doit être mobile au dedans du plus grand CD, afin que l'on puiſſe, quand on voudra tourner le Tuyau plus mince DE, avec ſa boëte GA, juſqu'à ce que les deux trous I, I, ſe rencontrent. De plus le Vaſe AB doit avoir en ſon fonds d'en bas pluſieurs petites ouvertures, comme K, L, par où l'eau qu'il contient puiſſe ſortir, & la boëte GH deux ouvertures plus petites M, N, par où l'eau puiſſe auſſi ſortir.

Ayant donc rempli d'eau le Vaſe AB, comme il vient d'être enſeigné, & ayant bouché le Tuyau CD par le moyen du Tuyau DE, que nous avons ſuppoſé aſſez mince pour le remplir juſtement,

sans qu'il soit nécessaire que l'extrêmité E parvienne jusqu'à l'extrêmité C, pourvû que les deux autres extrêmitez D, D, conviennent ensemble, on remettra la Machine dans sa premiere situation en sorte que comme vous voyez dans la Figure, la boëte GH lui serve de base. On tournera cette base, qui est attachée au Tuyau DE, jusqu'à ce que les deux ouvertures I, I, répondent l'une à l'autre, & n'en fassent qu'une seule. Alors l'eau contenue dans le Vase AB, sortira par les ouvertures K, L, tant que l'air pourra passer par l'ouverture I, pour prendre la place de l'eau qui tombe dans la boëte GH, en sortant du Vase AB. Mais quand cette eau sera montée dans la boëte GH, au dessus de l'ouverture I (ce qui arrivera infailliblement, parce qu'il sort plus d'eau par les ouvertures K, L, que par les ouvertures, M, N, qui sont supposées plus petites) l'air ne pouvant plus passer par l'ouverture I, l'eau du Vase AB cessera de couler par les ouvertures K, L; cependant l'eau de la boëte GH continuera de couler par les ouvertures M, N; ce qui fera baisser peu à peu cette eau, jusqu'à ce que l'ouverture I se trouvant débouchée, l'air y puisse passer & prendre la place de l'eau, qui commencera à s'écouler de nouveau par les ouvertures K, L. Ainsi l'ouverture I se trouvera bouchée une seconde fois par l'eau qui tombe dans la boëte G, H, & qui empêchera, comme auparavant, l'eau du vase AB de s'écouler par les ouvertures K, L. Vous voyez que de cette façon l'eau du Vase AB s'écoulera & s'arrêtera par intervalles & à plusieurs repriſes, jusqu'à ce qu'il ne reste plus d'eau dans le Vase AB.

Plan. 49. Fig. 153.

REMARQUES.

I.

Plan. 49. Fig. 153. Cette Fontaine eſt appellée *Fontaine de commandement*, parce qu'elle va quand on lui commande. On fait ce commandement quand on connoît que l'eau eſt prête à couler de nouveau par les ouvertures K, L. Cela ſe connoît aiſément; car quand l'eau de la Boête GH en ſe baiſſant commence à déboucher l'ouverture I, l'Air qui commence à entrer par cet ouverture, fait un petit bruit, qui marque que la Fontaine va bien-tôt jouer.

II.

On peut, comme on a déja remarqué, donner telle autre figure que l'on voudra à la boëte AB, qui eſt ordinairement de fer blanc, auſſi bien que le fonds de boëte GH.

On perce cette boëte de 5 ou 6 trous, auſquels on ſoude autant de petits tuyaux, dont les ouvertures ſont diminuées en K & L. On n'attache point de tuyau DE au fonds de boëte, ou plat GH. Il ſuffit d'y attacher 2 ou 3 ſupports, qui ſoûtiennent à quelque hauteur un anneau. Cet anneau reçoit le tuyau CD, auquel on a eu ſoin de ſouder un petit colet ou petite boſſe, qui le retient de telle ſorte, qu'il ne touche point le fonds de boëte, & qu'il y ait un eſpace entre le fonds de boëte & l'ouverture D du tuyau CD. Cette diſtance produit le même effet que l'ouverture I des deux tuyaux ajuſtez l'un dans l'autre. On comprend qu'il faut laiſſer ſous le tuyau un trou au plat GH, qui laiſſe couler moins d'eau qu'il n'en tombe du vaiſſeau AB, & qu'au deſſous de ce trou

on doit mettre un pot, ou, quelqu'autre vaisseau pour recevoir l'eau qui s'écoule.

PROBLEME XL.

Construire une Fontaine par attraction.

IL faut ajuster dans l'orifice B de la phiole, ou matras de verre AB, deux tuyaux CD, CE, inclinez l'un à l'autre en forme de Siphon, & soudez ensemble vers leurs extrêmitez C, qui cependant doivent être ouvertes, aussi bien que les deux autres extrêmitez D, E, il faut boucher le reste de l'orifice B, ensorte que l'air n'y puisse entrer en aucune maniere. Plan. 50 Fig. 155.

Pour faire jouer cette machine, on la renversera pour la remplir d'eau entierement; si l'on veut, ou seulement en partie par l'un des deux tuyaux CD, CE, dont le premier CD doit être plus mince, & plus court que le second CE.

Après cela on rend à la Phiole AB, sa premiere situation, comme vous voyez dans la Figure : on la met à plomb sur une table, qui ait un trou, par lequel on puisse faire passer le plus grand tuyau CE. Ensuite l'on place au dessous de l'autre tuyau plus petit CD, un Vase plein d'eau, comme DF, en sorte que le tuyau CD touche son fonds. Alors l'eau de la Phiole AB s'écoulera par le plus grand tuyau CE, & quand elle sera écoulée jusqu'à l'ouverture C l'eau du Vase DE montera par le plus petit tuyau CD, d'où elle sortira par l'ouverture C avec impetuosité; & fera un jet très-agréable au dedans de la Phiole. Ce jet durera d'autant plus de tems, qu'il y aura plus d'eau dans le Vase DF, parce que cet eau retombera & s'écoulera continuellement par le plus grand tuyau CE.

PROBLEME XLI.

Plan. 48 Fig. 151.

Conſtruire une Fontaine par compreſſion.

I.

CEtte Fontaine eſt compoſée de deux Vaſes égaux AB, CD, joints enſemble. Ils ont chacun un fonds, celui d'en bat doit être plat pour ſervir de baſe à la Machine : celui d'en haut doit être un peu concave, pour recevoir l'eau qu'on y verſe, quand on veut remplir d'eau le Vaſe CD, & faire jouer la Fontaine : il doit de plus avoir au milieu de ſa concavité une ouverture avec un petit tuyau EF, qui aura ſon extrêmité O proche du fonds du Vaſe AB, & quelque peu élevé au deſſus de ce fonds, afin que l'eau contenue dans ce Vaſe AB, en puiſſe ſortir avec facilité.

On ajoûte deux tuyaux GH, IK, renfermez dans la Machine, le premier GH eſt ſoudé au fonds du Vaſe AB, vers H, où il y a une ouverture par où entre l'eau qu'on verſe dans la concavité du fonds AB, pour remplir le vaſe inférieur CD ; cette eau ſort par l'autre extrêmité G du même tuyau GH, laquelle à cauſe de cela ne doit pas toucher au fonds de ce vaſe. Le ſecond tuyau IK eſt ſoudé à la partie ſuperieure du Vaſe CD vers I, où il y a pareillement une ouverture, auſſi-bien qu'à ſon autre extrêmité K, qui ne doit pas toucher le fonds du Vaſe AB, afin que quand on tiendra la Machine renverſée, l'eau du Vaſe CD entre par le tuyau IK, & rempliſſe le Vaſe AB, dont la capacité eſt ſuppoſée égale à celle du Vaſe CD.

Après cela, on remet la Machine dans ſa pre-

miere ſituation, comme vous voyez dans la Figure. Alors en mettant une ſeconde fois de l'eau dans la concavité du fonds AB, cette eau entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH, & enſuite dans le Vaſe CD, dont elle preſſera fortement l'air, & par conſequent celui qui eſt dans le tuyau IK. Cet air comprimé preſſera auſſi l'eau qui eſt dans le Vaſe AB; ce qui l'obligera à ſortir avec impetuoſité par l'ouverture F, en faiſant un jet fort agréable. Ce jet durera long-tems, parce que l'eau qui en ſortira, retombera dans la concavité du fonds AB, d'où elle rentrera par l'ouverture H dans le Vaſe CD, & tiendra toujours l'air comprimé, juſqu'à ce que toute l'eau du Vaſe AB ſoit ſortie, & que l'air puiſſe entrer par l'ouverture F du petit tuyau EF.

Il eſt aiſé de voir que les deux Vaſes égaux AB, CD, ne doivent avoir entr'eux aucune autre communication que celle qu'ils ont par les deux tuyaux GH, IK, comme vous voyez par cette Figure, & que ces deux tuyaux GH, IK, doivent être tellement ſoudez en H, & en I, que l'air ne puiſſe ni y entrer, ni en ſortir.

II.

Plan. 50. Fig. 157.

On voit dans cette Figure un autre conſtruction de Fontaine, par le moyen du Robinet L, appliqué au tuyau EF, & par le moyen du Robinet M, appliqué au tuyau GH. L'ouverture H du tuyau GH eſt ſoudée au fonds inférieur du Vaſe ſupérieur AB. En ouvrant le Robinet L, & en fermant le Robinet M, on remplira le Vaſe AB d'eau, qu'on verſera par l'ouverture F. En ouvrant enſuite le Robinet M, l'eau du Vaſe AB entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH, & remplira

Plan. 50. Fig. 157. le Vaſe CD. Enfin fermant le Robinet M, & ouvrant le Robinet L, on remplira d'eau le Vaſe AB, comme auparavant. Après quoi ſi l'on ouvre le Robinet M, l'eau du vaſe AB preſſera celle du Vaſe CD, qui pouſſera avec violence par l'ouverture F l'eau du Vaſe AB en lui faiſant faire un jet ſemblable au précedent.

Fig. 859. Pour faire que ce jet ſoit deux fois plus haut, on diviſera le Vaſe AB en trois cellules, & le Vaſe CD en deux, & l'on doublera les tuyaux GH, IK, comme vous voyez dans la Figure. L'air ſe trouvant preſſé doublement, l'effet de cette preſſion ſera auſſi double, c'eſt-à-dire, que l'eau qui ſortira par l'ouverture F, montera deux fois plus haut qu'auparavant.

III.

Plan. 49. Fig. 154. On peut faire un autre Fontaine par compreſſion avec un ſeul Vaſe AB, & un ſeul tuyau au milieu CD. Ce tuyau doit être ouvert par ſes deux extrêmitez C, D, dont celle d'en bas D, ſera quelque peu éloignée du fonds du Vaſe AB, il doit encore être ſoudé vers l'orifice A, qu'il faut tellement boucher, que l'air n'y puiſſe paſſer. Au deſſus de cet orifice A, le tuyau CD doit avoir un Robinet comme E, pour pouvoir ouvrir & fermer le tuyau CD, ſelon le beſoin, comme vous allez voir.

Faites entrer dans le Vaſe AB, avec une Seringue par l'ouvertute C, autant d'air & d'eau qu'il ſera poſſible, en fermant promptement le Robinet E, à meſure que vous ſeringuerez, pour empêcher que l'air, qui eſt extrêmement preſſé dans le Vaſe AB, ne ſorte. L'eau étant plus peſante que l'air, ſe tiendra au fonds du Vaſe, & ſera

fortement preſſée par l'air, qui eſt auſſi beaucoup comprimé dans ce Vaſe. C'eſt pourquoi ſi l'on ouvre le tuyau CD, en lâchant le Robinet E, l'air fera ſortir avec violence l'eau par l'ouverture C, & lui fera faire un jet aſſez haut. Ce jet durera d'autant plus que l'ouverture C ſera plus petite, & que l'air dans le Vaſe AB ſera plus comprimé ; il réuſſira encore mieux, ſi l'on fait tant ſoit peu chauffer ce Vaſe.

IV.

On peut encore ſe ſervir d'un ſeul Vaſe ABCD, qui doit être fermé de toutes parts : EF, GH, ſont deux tuyaux qui ont communication enſemble en H, où ils ſont ſoudez ; ils ſont ouverts en leurs extrêmitez, E, F, G, mais il ne faut pas que l'ouverture F, touche au fonds du Vaſe ABCD. Chacun de ces deux tuyaux doit avoir un Robinet en dehors, comme L, M, & doit être tellement ſoudé en I & en K, que l'air n'y puiſſe paſſer. Plan. 50. Fig. 156.

Pour faire jouer cette Fontaine, il faut fermer le Robinet L, ouvrir le Robinet M, & faire entrer par force avec une Seringue autant d'eau qu'il ſera poſſible dans le Vaſe ABCD. Après quoi on fermera le Robinet M, pour empêcher que l'air qui ſera extrêmement preſſé dans le vaſe ABCD, n'en ſorte. Mais ſi l'on ouvre l'autre Robinet L, l'eau rejaillira par l'ouverture E, qui ne doit pas être bien grande, afin que le jet d'eau dure plus long-tems.

REMARQUE.

Il eſt bon de mettre des Robinets au bas de chacun des Vaiſſeaux, dont on a parlé dans ce

Problême, afin de les vuider entierement d'eau, quand on le juge à propos.

PROBLEME XLII.

Conſtruire une Fontaine par rarefaction.

Plan. 51. Fig. 160. JOignez enſemble les deux Vaſes inégaux AB, CD, qui doivent être fermez de tous côtez, comme ceux du Problême précedent, par les deux tuyaux égaux EF GH. Ces tuyaux ſeront comme les précédens, ſoudez au fonds d'en bas en F & H du Vaſe ſuperieur AB, & au fonds d'en haut en E & G, du Vaſe inférieur CD, en ſorte que l'air ne trouve aucun paſſage que par leurs extrêmitez E, F, G, H, qu'on laiſſera ouvertes pour donner une communication entre les Vaſes AB, CD. Ajoûtez au milieu du Vaſe ſupérieur AB, un troiſiéme tuyau IK, plus petit, dont l'ouverture inférieure I ne touche pas tout-à-fait au fonds d'en bas du Vaſe AB, & l'ouverture ſupérieure K ſoit un peu élevée au deſſus du fonds d'en haut du même Vaſe AB. Cette ouverture K doit être retrecie, & chacun des trois tuyaux EF, GH, IK, doit avoir un Robinet, comme L, M, N, pour ſervir en cette ſorte.

Ayant fermé les deux Robinets L, M, ouvrez le Robinet N, & verſez par l'ouverture K de l'eau dans le Vaſe AB juſqu'à ce qu'il ſoit plein. Après cela lâchez les deux Robinets, L, M, afin que l'eau du Vaſe AB deſcende par les ouvertures F, H, dans le Vaſe CD, & le rempliſſe ſeulement en partie, ce qui arrivera ainſi, parce que je ſuppoſe que la capacité du Vaſe CD eſt plus grande que celle du Vaſe AB. Fermez enfin les deux Robinets L,

M, & rempliſſez de nouveau le Vaſe AB d'eau. Après avoir fermé le Robinet N, mettez des charbons ardens au deſſous du Vaſe CD. Alors la chaleur de ces charbons fera rareſier l'air & l'eau du Vaſe CD. C'eſt pourquoi ſi l'on ouvre le Robinet N, l'eau du Vaſe AB ſortira avec impetuoſité par l'ouverture K, & fera un jet fort agréable.

Autrement.

Préparez un Vaſe de cuivre ou de quelqu'autre métal, comme AB, qui doit être ſéparée en deux parties celles d'en haut CDE doit être ouverte, & celle d'en bas GH fermée de toutes parts, excepté en I, où il doit y avoir un petit tuyau en forme d'entonnoir IL, avec un Robinet M, pour verſer par cet entonnoir en ouvrant le Robinet, autant d'eau qu'il en ſera neceſſaire pour remplir en partie la partie GH du Vaſe AB. Plan. 51. Fig. 161.

Il faut ajoûter au milieu du Vaſe AB un tuyau HO, dont l'ouverture H d'en bas ne doit pas tout-à-fait toucher au fonds de ce Vaſe, & l'autre ouverture O d'en haut, qu'il faut faire plus petite, doit ſortir en dehors pour y inſerer une Sphere de verre KN. Par cette Sphere, & par le fonds d'en haut du Vaſe AB, il doit paſſer un autre tuyau PQ, ouvert en ſes deux extrêmitez, afin que l'eau, qui montera du Vaſe AB, dans la Sphere KN, par le tuyau HO, retombe par le tuyau PQ dans le Vaſe AB; ce qui fera un jet continuel.

Mais afin que l'eau du Vaſe AB monte dans la Sphere KN par le tuyau HO, il faudra, après avoir fermé le Robinet M, faire chauffer l'eau & l'air qui ſont dans le Vaſe AB, en mettant au deſſous ſur le plan RS une grille couverte de char-

bons ardens, dont la chaleur rarefiant l'air, fera monter l'eau dans la Sphere KN, &c.

REMARQUE.

Il n'y a pas lieu de douter que ces deux sortes de Fontaines ne réussissent, quand elles seront bien éxécutées. Mais je n'ose assurer la même chose de cette troisiéme sorte de Fontaine que je vous donne dans la Fig. 162. Il suffit de la regarder pour la comprendre. Il peut fort bien arriver que la chandelle O s'éteindra, lorsqu'on l'aura mise dans la Sphere concave AB, par l'ouverture C. Cette chandelle sert à rarefier par sa chaleur l'air qui est contenu dans cette Sphere. Cet air rarefié en passant par le tuyau DE, qui communique de la Sphere AB au Vase DF, presse l'eau contenuë dans ce Vase DF, & l'oblige de sortir par l'ouverture d'en haut du tuyau GH, qui doit être retréci en H.

Plan. 51. Fig. 162.

Pour faire réussiir cette sorte de Fontaine, il faudroit que la Sphere AB fût percée dans sa partie supérieure pour donner passage à la fumée, qui étoufferoit la lumiere, si elle restoit dans la Sphere.

PROBLEME XLIII.

Construire une Horloge avec de l'eau.

LEs corps pesans en descendant librement dans l'air augmentent continuellement leurs viteſſes, & parcourent en tems égaux des espaces inégaux, qui croissent selon la proportion des quarrez 1, 4. 9, 16, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. en commençant depuis le point de repos. Au contraire les corps liquides en coulant dans quelque

Vaſe par une même ouverture, diminuent continuellement leurs viteſſes, & la ſurface ſuperieure de la liqueur, comme feroit de l'eau contenue dans le cylindre AB, que je ſuppoſe de verre, s'abaiſſe en coulant continuellement par l'ouverture B, ſelon la proportion des mêmes nombres quarrez 1, 4, 9, 16, &c. en des tems égaux. Plan. 50. Fig. 158.

C'eſt pourquoi ſi le tuyau AB plein d'eau ſe vuide par l'ouverture B, par exemple, en 12 heures de tems, pour ſçavoir de combien l'eau ſe doit abaiſſer à chaque heure, c'eſt-à-dire, pour marquer les heures ſur ce tuyau AB, on conſiderera que le quarré de 12 étant 144 *, on doit diviſer la longueur AB en 144 parties égales, & en prendre 121 quarré de 11 de B en C, pour le point de 1 heure, 100 quarré de 10, de B en D, pour le point de 2 heures en ſuppoſant que A ſoit le point de Midi. On prendra pareillement 81 quarré de 9, de B en E, pour le point de 3 heures; 64 quarré de 8, de B en F, pour le point de 4 heures, & ainſi des autres.

* Multipliant 12 par 12.

REMARQUE.

Si le tuyau AB ne ſe vuide pas exactement en 12 heures de tems par l'ouverture B, & que l'on vueille que cela arrive, il faudra diminuer, ou bien augmenter cette ouverture B, ſelon que l'eau s'ecoulera plus ou moins vîte.

Pour trouver cette diminution, ou cette augmentation, c'eſt-à-dire, pour trouver l'ouverture B, ou le diamétre du trou par lequel toute l'eau du cylindre AB s'écoule préciſement en 12 heures de tems, ſuppoſons que le diametre de l'ouverture B ſoit de 2 lignes, & que toute l'eau du cylindre AB ſe ſoit écoulée en 9 heures de tems par cette

Plan. 50. Fig. 158. ouverture. Cela étant supposé, multipliez ce nombre 9 par le nombre 2 du diametre, & divisez le produit 18 par 12, qui est le tems auquel on veut que toute l'eau du Vase AB s'écoule ; vous trouverez que le diametre de l'ouverture B doit être d'une ligne & demie, pour faire que toute l'eau du prisme AB, s'écoule par cette ouverture en 12 heures de tems.

Si vous voulez connoître la quantité d'eau qui s'écoule à chaque heure par l'ouverture B, il faut mesurer d'abord la hauteur AB ; que nous supposerons de 6 pieds, puis l'air de la base du cylindre, que vous trouverez par le moyen de son diamétre, que nous supposerons d'un pouce, ou de 12 lignes, en multipliant par 785 le quarré 144 de ce diamétre 12, & en divisant le produit 113040 par 1000 : le quotient donnera environ 113 pouces quarrez pour l'aire de la base du cylindre AB.

Cette aire étant commune à tous les cylindres d'eau, dont les hauteurs sont AC, CD, DE, &c. servira à en connoître les soliditez, en la multipliant par ces hauteurs, quand elles seront connues. Ces soliditez seront la quantité de l'eau qui s'écoule à chaque heure par l'ouverture B. Mais pour trouver les hauteurs AC, CD, DE, &c. voici ce qu'il faut faire.

Parce que la hauteur AB a été supposée de 6 pieds, qui valent 864 lignes, & que nous l'avons divisée en 144 parties égales, chacune de ces parties sera de 6 lignes, comme on le connoît en divisant 864 par 144 : la hauteur BC, qui est de 121 de ces parties, sera par conséquent de 726 lignes, comme on le connoît en multipliant 121 par 6. C'est pourquoi la partie AC sera de 138 lignes comme on le connoît en ôtant 726 de 864. Si

donc on multiplie 113, qui eſt la baſe du cylindre par 138, qui eſt la hauteur AC, on aura 15594 lignes pour la ſolidité du cylindre AC ; ou pour la quantité de l'eau qui s'écoulera par l'ouverture B, pendant la premiere heure, c'eſt-à-dire, depuis Midi juſqu'à une heure. Plan. 50. Fig. 158.

Pareillement la hauteur BD étant de 100 parties, ſi on l'ôte de la hauteur BC, qui a été ſuppoſée de 121 parties, il reſtera 21 parties pour la hauteur CD du ſecond cylindre. Et comme chaque partie vaut 6 lignes, la partie CD ſera de 126 lignes, comme on le connoît en multipliant 21, par 6. Si donc on multiplie cette hauteur 126 par la baſe commune 113, le produit donnera 14238 lignes cubiques pour la ſolidité du ſecond cylindre CD, ou pour la quantité de l'eau qui s'écoulera par l'ouverture B, depuis une heure juſqu'à deux heures. Ainſi des autres.

COROLLAIRE.

On tire de cette pratique la maniere d'ajoûter à cette Horloge d'eau un autre Horloge d'eau qui montre les heures en montant dans un priſme GHI dont la baſe ſeroit connue de 226 lignes quarrées. On fait tomber l'eau du cylindre AB dans ce priſme, qui par conſequent doit être placé plus bas que l'ouverture B, & d'une capacité pour le moins auſſi grande que celle du cylindre AB. On marque les heures ſur le même priſme, en cette ſorte. Plan. 52. Fig. 163.

Parce que la quantité de l'eau qui répond à la premiere heure eſt de 15594 lignes cubiques, on diviſera cette ſolidité 15594 par la baſe du priſme GHI, qui a été ſuppoſée de 226 lignes quarrées ; le quotient donnera 69 lignes pour la hauteur

Planche 52. Fig. 63. GK de la premiere heure dans le prisme GHI. De même parce que la quantité de l'eau qui répond à la seconde heure, c'est-à-dire, au cylindre CD, est de 14238 lignes cubiques, en divisant cette solidité 14238 par la même base 226, on aura 63 lignes pour la hauteur KL de la seconde heure dans le même prisme GHI. Ainsi des autres.

Il est évident que quand la base du prisme GHI sera égale à celle du cylindre AB, les divisions des heures dans le prisme GHI seront égales à celles du cylindre AB, mais dans un ordre renversé; la hauteur GK sera égale à la hauteur AC, la hauteur KL à la hauteur CD, & ainsi des autres.

PROBLEME XLIV.

Construire une Pendule d'eau.

Fig. 164. ON appelle *Pendule d'eau*, une Montre ou Horloge d'eau, qui a la figure d'un tambour ou boëte ronde d'un métal bien soudée, comme ABCD, dans laquelle il y a une certaine quantité d'eau préparée. Cette boëte est divisée en plusieurs petites cellules, qui ont communication les unes avec les autres proche du centre, & qui ne laissent écouler l'eau, qu'autant qu'il est necessaire pour faire descendre doucement & peu à peu cetre Montre par son propre poids. On la suspend par deux filets ou cordes fines & égales EF, GH, entortillées autour de l'aissieu de fer IK, qui est par tout également épais, & traverse la boëte à angles droits de part & d'autre par le milieu. Cet aissieu en descendant montre les heures. sans faire aucun bruit par l'une de ses deux extrêmitez I, K, ou

par

par les deux emſemble. Ces heures ſont marquées à côté ſur un plan vertical, où les diviſions ont été marquées par le moyen d'une Horloge à roues bien juſte. Plauche 52. Fig. 164.

Si je connoiſſois l'Inventeur d'une Montre ſi ſimple & ſi extraordinaire, je lui rendrois ici la juſtice qui lui eſt dûe. Je ſçai ſeulement que les premieres qu'on vit à Paris en l'année 1693 furent apportées de Bourgogne : j'en ai vû une d'étain, qui avoit été faite à Sens. J'en donnerai ici les meſures & les proportions, qui pourront ſervir à en conſtruire autant d'autres qu'on voudra, plus grandes, ou plus petites.

Le diamétre AB, ou CD, des deux fonds du tambour ou barillet ABCD étoit d'environ cinq pouces & la largeur AD, ou BC, ou la diſtance de ces deux fonds qui étoient égaux & paralleles entr'eux de deux pouces. Le dedans de cette boete étoit diviſé en ſept caſes ou cellules par autant de petits plans inclinez, ou languettes d'étain ſoudées à chaque fonds, & la circonférence ou ſurface concave du tambour, & longues chacune de deux pouces, comme A, B, C, D, E, F, G. Ces languettes, comme vous voyez dans la Figure, Fig. 165. ſont inclinées de maniére qu'elles raſent & touchent la circonférence d'un cercle qui ſeroit décrit du centre H, à l'intervalle d'un pouce & demi. Cette pente facilite le paſſage de l'eau d'une cellule à l'autre, à meſure que la machine roule en deſcendant, & marque les heures par l'extrêmité de ſon aiſſieu, qui, comme nous avons déja dit, la traverſe de part en part à angles droits, en entrant en ſon milieu par un trou H, qui a été fait quarré, afin que la Montre tienne plus fermement à cet aiſſieu.

Enfin il y avoit dans cette petite Machine ſept once d'eau purifiée, c'eſt-à-dire, diſtilée & préparée : elle y avoit été miſe par deux trous poſez ſur un même diamétre, & également éloignés du centre H, qu'on avoit enſuite bouchés, pour empêcher l'eau de ſortir, quand la Montre tourne avec ſon aiſſieu, & change continuellement de ſituation, en deſcendant inſenſiblement par le développement des deux cordes qui la tiennent toûjours à plomb, & qui ſont entortillées autour de ſon aiſſieu, qui demeure toûjours parallele à l'Horiſon.

REMARQUE.

Il eſt évident que ſi cette Montre étoit ſuſpendue par ſon centre de gravité, comme il arriveroit ſi la ſurface inférieure de l'aiſſieu paſſoit exactement par le centre de chaque fonds, elle demeureroit immobile, & que ce qui la fait mouvoir, eſt qu'elle eſt ſuſpendue hors de ſon centre de peſanteur par les deux cordes qui ſont roulées autour de ſon aiſſieu, dont l'épaiſſeur ne doit pas être bien conſidérable par rapport à la grandeur de la Montre, & de la quantité de l'eau qu'elle contient, afin que cette Montre puiſſe rouler avec modération par le paſſage de l'eau d'une cellule à l'autre. Il eſt encore évident que la Machine ne doit pas deſcendre tout d'un coup, parce que la force de ſon mouvement ſe trouve contre-balancée ; ou diminuée par la peſanteur de l'eau qu'elle contient.

Pour monter cette Horloge, quand elle eſt deſcendue environ juſqu'au bas de ſes deux cordes, il n'y a qu'à la hauſſer avec la main, en la faiſant rouler d'un ſens contraire dans ces deux cordes, qui

peuvent être si longues que l'on voudra, pourvû qu'elles soient égales, & attachées en deux points également élevez au dessus du plan de l'Horison, afin que l'aissieu demeure toûjours horisontal.

Celles que l'on fait présentement à Paris, sont de cuivre, & demeurent ordinairement 24 heures à descendre la longeur de deux pieds. La division des heures se fait, comme nous avons déja dit, par le moyen d'une Montre ordinaire bien reglée, en marquant à chaque heure un point à l'endroit où l'aissieu de la boëte touche par ses deux extrêmitez le plan vertical, où l'on s'est proposé de marquer les heures; ce qui suffit d'avoir observé une fois pour toutes.

Quoique cette Montre soit sujette au changement de l'air, c'est-à-dire, à l'humidité ou à la secheresse de l'air, elle a pourtant une commodité, c'est qu'elle ne fait point de bruit, comme les autres Montres, & qu'ainsi on n'en est point incommodé la nuit; pendant laquelle on peut en se réveillant connoître aisément l'heure qu'il est, par le moyen de certaines petites chevilles, ou boutons, que l'on met à l'endroit des heures.

De plus, il n'y a pas souvent des réparations à faire dans cette Montre. Il suffit d'en changer l'eau une fois seulement en deux ou trois ans, parce qu'elle se salit, & s'épaissit avec le tems; ce qui l'empêche d'être si coulante, & fait que l'Horloge retarde. Cette eau qui doit être de fontaine distillée, se met par un trou fait à l'un des deux fonds, que l'on bouche ensuite avec de la cire, après avoir auparavant vuidé la boëte de son eau impure par le même trou, & lavé cinq ou six fois le dedans avec de l'eau claire une peu chaude.

Le R. P. Timothée Barnabite, qui excelle dans

les Mécaniques, & principalement dans les Machines Hydrauliques, a donné toute la perfection imaginable à cette Horloge d'eau. Il en a fait une haute d'environ 5 pieds, qui ne se monte qu'une fois en un mois. On y connoît, outre les heures qui sont marquées sur le haut de la boëte dans un Cadran régulier, le quantiéme du mois, les Fêtes de l'année, le lieu du Soleil dans le Zodiaque, son lever & son coucher, & la longueur du jour & de la nuit. Cela s'execute par le moyen d'un petit Soleil qui se meut & descend imperceptiblement, & qu'on leve au bout du mois au haut de la boëte, lorsqu'il est descendu pendant le cours de ce même mois. Voyez le Traité des Horloges Elementaires, qui est à la fin du troisiéme Tome.

AUTRE REMARQUE.

Planche 53. Fig. 55. On pourroit donner aux bandes ou languettes A, B, C, &c. qui sont droites, la courbure de la développante d'un cercle, que l'on supposeroit être l'arbre ou l'aissieu de la Clepsidre. M. de la Faye prétend que cette figure serviroit à rendre les Clepsidres plus justes que celles qu'on a, & qui manquent toutes d'uniformité. Voici de quelle maniere on décriroit cette développante.

Supposé qu'on veuille donner au rayon du tambour 4 pouces & demi, ou 54 lignes, la circonférence de l'arbre aura aussi 54 lignes, & son diamétre environ 17 lignes, suivant la proportion de la circonférence au diamétre qui est de 22 à 7. Après avoir entouré cet arbre d'un ressort de Montre doux & fléxible, attachez un bout de ce ressort à l'arbre, & développez l'autre armé d'une pointe; cette pointe formera une courbe mécanique, qui a

pour développée le cercle de l'arbre de la Clepsidre; il faut donner aux languettes la courbure que l'on vient de décrire, & que vous voyez dans la Figure.

Cette idée est prise sur la figure que M. de la Faye donne aux canaux d'une Machine toute semblable au Tympan, dont la description est dans les Mémoires de l'Académie Royale de 1717. Cette Machine est d'une grande commodité pour élever des eaux. Consultez les Mémoires citez.

PROBLEME XLV.

Faire monter une liqueur par le moyen d'une autre liqueur plus pesante.

ON propose de faire monter du vin, par exemple, par le moyen de l'eau, du vase AB dans la Sphere CD. Ce vase AB doit être fermé de tous côtez, & CD est une Sphere creuse divisée en deux parties C, D, qui n'ont point de communication. Au sommet O de cette Sphere est ajusté un entonnoir avec un robinet, qui communique avec la seule partie CE. Planche 54. Fig. 166.

Cette Sphere concave CD sera soûtenue par les deux tuyaux EF, GH, ouverts en chacune de leurs extrêmités. Le plus grand EF sera soudé en E & en I: il aura son ouverture inférieure F proche du fonds d'en bas du vase AB, & son autre ouverture E proche du fonds inférieur de la partie CE de la Sphere CD. Le plus petit tuyau GH doit être soudé en G & en K, avoir son ouverture H d'en bas proche du fonds supérieur du vase AB, & son autre ouverture G au fonds inférieur de la partie DG de la Sphere CD. De plus, chacun de ces

Planche 54. Fig. 166.

deux tuyaux EF, GH, doit avoir un robinet; comme L, M; la partie DG doit avoir auſſi en bas un robinet N.

Ayant ouvert le robinet O, & fermé les autres L, M, N, verſez de l'eau par l'ouverture O, juſqu'à ce que la partie CE ſoit pleine: puis ayant ouvert les deux robinets L, M, l'eau contenue dans la partie CE deſcendra par le tuyau EF, & en preſſant le vin contenu dans le vaſe AB, le fera monter par le tuyau GH dans la partie DG, parce que le tuyau CF étant plus grand que le tuyau GH, a plus de peſanteur. C'eſt pourquoi en fermant le robinet M, & ouvrant le robinet N, on pourra tirer du vin par ce robinet N, quand on voudra boire.

REMARQUE.

On doit avoir conſervé au fonds ſupérieur IK du vaſe AB une ouverture pour faire entrer le vin du vaſe AB, & en faire ſortir l'eau. Quand on voudra faire l'expérience, on fermera cette ouverture avec un bouchon, pour empêcher le vin de ſortir du vaſe.

PROBLEME XLVI.

De deux vaſes ſemblables, également peſans, & pleins de métaux différens, diſcerner l'un d'avec l'autre.

CE Problême eſt aiſé à réſoudre à celui qui ſçait que deux piéces de métaux différens, qui peſent également dans l'air, ne peſent pas également dans l'eau: car celle dont la peſanteur ſpe-

cifique eſt plus grande, occupe dans l'eau un moindre volume ; puiſqu'il eſt certain que tout métal peſe moins dans l'eau que dans l'air, à raiſon de l'eau dont il occupe la place : comme ſi cette eau peſe une livre, il peſera dans la même eau une livre moins que dans l'air. Cette peſanteur diminue plus ou moins, ſelon que la peſanteur ſpécifique du métal eſt grande par rapport à celle de l'eau.

Si on propoſe deux coffres tout-à-fait ſemblables, & également peſans dans l'air, dont l'un ſoit, par exemple, plein d'or, & l'autre plein d'argent, on les peſera dans l'eau. Celui qui dans cette eau ſe trouvera le plus peſant, ſera celui qui contient l'or ; car la peſanteur ſpecifique de l'or eſt plus grande que celle de l'argent ; ce qui fait que l'or perd moins de ſa peſanteur dans l'eau que l'argent. On ſçait par expérience que l'or perd environ la dix-huitiéme partie de ſa peſanteur, au lieu que l'argent en perd à peu près la dixiéme partie. De ſorte que ſi chacun de ces deux coffres peſe dans l'air, par exemple, 180 livres, le coffre plein d'or perdra dans l'eau dix livres de ſa peſanteur, & le coffre plein d'argent en perdra dix-huit, c'eſt-à-dire, que le coffre plein d'or peſera dans l'eau 170 livres, & que le coffre plein d'argent en peſera ſeulement 162.

Autrement.

Parce que l'or eſt d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'argent, il faut que le coffre plein d'or, quoique ſemblable & auſſi peſant qué le coffre plein d'argent, ſoit d'un volume plus petit que le coffre plein d'argent. Ainſi pour diſtinguer ces deux coffres l'un d'avec l'autre, on les plongera tous deux ſéparément dans un vaſe plein

d'eau, & celui qui chaſſera moins d'eau que l'autre, ſera d'un volume plus petit, & ſera par conſéquent celui qui contient l'or.

PROBLEME XLVII.

Meſurer la profondeur de la Mer.

IL faut avoir un gros poids attaché à une corde bien longue, & faire deſcendre ce poids dans la Mer, en lâchant continuellement la corde juſqu'à ce que le poids ne deſcende plus ; ce qui arrivera lorſque le poids touchera le fonds de la Mer. Mais l'eau du fonds de la Mer peut être ſi peſante, qu'un volume de cette eau peſera autant, & même plus que le poids avec ſa corde. Alors ce poids ceſſeroit de deſcendre, quoiqu'il ne touchât pas le fonds de la Mer.

Ainſi l'on peut ſe tromper en meſurant la longueur de la corde qui ſera deſcendue dans l'eau, pour en conclure la profondeur de la Mer. C'eſt pourquoi pour ne ſe pas tromper, il faut attacher au bout de la même corde un autre poids plus peſant que le précédent, & ſi ce poids ne fait pas enfoncer plus de corde dans l'eau que le premier, ce ſera une marque aſſurée que la longueur de la corde qui ſera deſcendue dans l'eau, eſt la véritable profondeur de la Mer : autrement il faudra ſe ſervir d'un troiſiéme poids encore plus peſant, & continuer ainſi juſqu'à ce qu'on ait deux poids qui faſſent deſcendre dans l'eau une même longueur de corde, pour conclure avec certitude par cette longueur la profondeur qu'on cherche.

PROBLEME XLVIII.

Deux corps d'une peſanteur ſpecifique plus grande que celle de l'eau étant propoſés, connoître celui dont la ſolidité eſt plus grande.

SI les deux corps propoſés étoient d'une même matiere homogéne, il ſeroit facile de connoître celui dont la ſolidité ſeroit plus grande, en les peſant tous deux en l'air dans une juſte balance, celui dont la peſanteur ſe trouvera plus grande, ſera d'un plus grand volume, c'eſt-à-dire, que ſa ſolidité ſera plus grande.

Mais ſi les deux corps propoſés ſont de diverſes matieres homogénes, & d'une peſanteur ſpecifique différente, & plus grande que celle de l'eau, on les plongera tous deux ſéparément dans un vaſe plein d'eau. Celui qui chaſſera plus d'eau, ſera d'un volume plus grand, parce qu'il occupe dans l'eau une plus grande place.

Ou bien on les peſera tous deux dans l'air, & dans l'eau, & l'on remarquera de combien leur peſanteur, qui aura été trouvée dans l'air, diminuera dans l'eau : car celui-là ſera d'un plus grand volume, dont la peſanteur diminuera davantage ; parce qu'il doit occuper la place d'un plus grand volume d'eau.

D'où l'on conclura que ſi deux corps de diverſes matieres ſont d'un même poids, celui qui aura un plus petit volume, aura plus de ſolidité, c'eſt-à-dire, qu'il contiendra autant de matiere que l'autre, ſous un plus petit volume.

C'eſt par le moyen de ce Problême que l'on peut connoître ſi une piece douteuſe d'or ou d'argent

eſt bonne ou fauſſe, en la comparant à une autre piece de pur or, ou de bon argent, comme nous avons déja dit au Problême XXXV.

PROBLEME XLIX.

Trouver le centre de peſanteur commun à pluſieurs Poids ſuſpendus à des points différens d'une balance.

Planche 54. Fig. 167.

POur trouver le centre de peſanteur, par exemple, des trois Poids A, B, C, ſuſpendus des trois points D, E, F, de la balance DF, à laquelle nous n'attribuerons aucune peſanteur, ni aux cordes DA, EB, FC, qui ſoûtiennent les Poids : nous ſuppoſerons le Poids A de 108 livres, le Poids B de 144 livres, & le Poids C de 180 livres ; la diſtance DE de 11 pouces, & la diſtance EF de 9 pouces ; en ſorte que toute la longueur de la balance DF ſoit de 20 pouces.

Cela étant ſuppoſé, nous trouverons premierement le centre de peſanteur G commun aux deux Poids B, C, en cherchant à leur ſomme, au Poids C, & à la diſtance EF, c'eſt-à-dire, à ces trois nombres 324, 180, 9, un quatriéme proportionnel, qui donnera 5 pouces pour la diſtance EG. Par conſéquent on aura 16 pouces pour la diſtance DG, en ajoûtant à la diſtance trouvée EG (5) la longueur DE (11 pouces.) Le point G ſera celui autour duquel les deux Poids B, C, demeureront en équilibre.

Après cela on cherchera à la ſomme des trois Poids A, B, C, à la ſomme des deux précédens B, C, & à la diſtance DG, c'eſt-à-dire, aux trois nombres 432, 324, 16, un quatriéme propor-

tionnel, qui donnera 12 pouces pour la distance DH, & par conséquent 1 pouce pour la distance EH. Et le point H sera le centre de pesanteur qu'on cherche, c'est-à-dire, qu'on aura trouvé le point H, autour duquel les trois Poids donnés A, B, C, demeureront en équilibre sur la balance donnée DF. Planche 54. Fig. 167.

REMARQUE.

La régle générale est de chercher à deux des Poids donnés le centre de pesanteur sur la distance qui est entre les points où pendent ces deux Poids. Quand on a trouvé ce centre de pesanteur, on en cherche un autre, entre un troisiéme Poids & la somme des deux Poids dont on a trouvé le centre de pesanteur, sur la distance qui est entre le point où pend ce nouveau Poids, & le centre déja trouvé. Le second centre connu, on en cherche un troisiéme entre un quatriéme Poids & la somme des trois Poids employés, sur la distance qui est entre ce quatriéme Poids & le second centre trouvé. Ainsi des autres.

Pour sçavoir d'où l'on doit prendre cette distance qu'on cherche, il faut faire attention au Poids que l'on met à la seconde place dans la Régle de Trois; & la distance qu'on trouve pour quatriéme terme, se prend toûjours sur la longueur employée pour troisiéme terme, du point où pend le Poids qui se trouve joint avec l'autre dans le premier terme de la Régle de Trois.

Ainsi parce que dans le premier exemple précédent, on a mis pour second terme 180, qui est le Poids C, on a pris sur EF la distance EG, du point E, où pend l'autre Poids B, qui avec le

Poids C fait la ſomme poſée au premier terme. Si l'on avoit mis 144, peſanteur du Poids B au ſecond terme, on auroit trouvé 4 pour la diſtance FG, qu'il auroit fallu prendre ſur EF, du point F où pend l'autre Poids C, qui, joint avec B, ſe ſeroit trouvé dans le premier terme de la Régle de Trois.

De même dans le ſecond exemple, on a mis pour ſecond terme de la Régle de Trois 324 ſomme des Poids B, C; & l'on a pris ſur DG la diſtance DH, du point où pend l'autre Poids A, qui ſe trouve dans le premier terme de la Régle de Trois, avec les deux autres Poids employés B, C. Si l'on avoit mis au ſecond terme 108 Poids de A, on auroit trouvé 4 pour la diſtance GH qu'il auroit fallu prendre ſur DG, du point G, où l'on ſuppoſe que pendent les Poids B, C, réunis enſemble, & qui ſe trouvent joints avec A dans le premier terme de la Régle de Trois.

On peut appliquer cette Régle aux corps compoſés de différentes matieres. Si l'on propoſoit de trouver le centre de peſanteur d'un corps dont une partie ſeroit d'or, une autre d'argent, & la troiſiéme de bois, il faudroit premierement trouver le centre de peſanteur de la partie qui ſeroit d'or; enſuite celui de la partie qui ſeroit d'argent, puis trouver le centre de peſanteur qui ſeroit commun à ces deux centres. Enfin ayant trouvé le centre de peſanteur de la partie, qui ſeroit de bois, on trouveroit un autre centre commun au centre de la partie de bois, & au centre commun des deux parties d'or & d'argent. Ce dernier centre ſeroit le centre de tout le corps compoſé d'or, d'argent & de bois.

PROBLEME L.

Conſtruire une Machine pour nager.

IL faut faire deux coffres plats & demi-circulaires ; il n'importe pas de quelle matiere, pourvû qu'ils ne reçoivent point d'eau, qu'ils ſoient légers, & aſſez ſolides pour réſiſter aux flots. Ces deux pieces ſe joignent enſemble par des ferremens autour du corps d'un homme qui ſe les attache à la ceinture, & qui a toûjours par ce moyen la moitié du corps au-deſſus de l'eau ; le coffre lui faiſant, pour le ſoûtenir, un ventre comme celui des Cygnes. On peut y faire auſſi, ſi l'on veut, des ouvertures avec des portes, pour y renfermer de l'or, de l'argent, des papiers, des choſes précieuſes, en un mot tout ce qu'on voudroit ſauver dans un naufrage.

Quoique cette Machine ſuffiſe ſeule pour nager, parce que par le ſeul mouvement du corps & des pieds on pourroit ſe porter où l'on voudroit, cependant pour faciliter encore ce mouvement, on peut attacher aux pieds des Nageurs des eſpeces de nageoires. C'eſt un gros cuir double ou triple & pliant, qui peut s'étendre ou ſe reſſerrer comme la patte d'un Cygne. Ces nageoires ſont attachées à une ſemelle de bois, & la ſemelle au pied.

REMARQUE.

Cette Machine peut être d'un grand ſecours, 1°. dans un naufrage ; car on peut avec cette Machine ſe ſauver au travers des flots, ſans avoir plus à craindre la mort qu'un oiſeau aquatique. On n'eſt

pas d'ailleurs obligé de quitter ſes habits, & l'on n'a pas même la faim à craindre, puiſqu'on peut renfermer dans la Machine des vivres pour quatorze ou quinze jours au moins. 2°. Dans ces ſubites inondations, qui noyent en un inſtant des vallées & des Pays entiers; car dans un pareil accident un homme qui ſeroit muni de cette Machine ſe ſauveroit, & pourroit encore ſauver avec lui un ou deux petits enfans. 3°. A l'armée, pour faire traverſer un fleuve à un Eſpion. 4°. Enfin pour faire ſur l'eau des jeux & des divertiſſemans agréables ſous des figures de Syrenes, de Tritons, & d'oiſeaux même.

PROBLEME LI.

Conſtruire une Lanterne qui conſerve la lumiere au fond de l'eau.

IL faut que la Lanterne ſoit de cuir, qui réſiſte mieux aux flots que toute autre matiere. On ajoûtera à cette Lanterne deux tuyaux qui auront communication avec l'air ſuperieur; l'un pour recevoir de nouvel air, afin d'entretenir la lumiere; l'autre pour ſervir de cheminée, & donner paſſage à la fumée; tous deux aſſez élevés au-deſſus de l'eau, pour n'être pas couverts par les vagues dans les gros tems. On conçoit que le tuyau qui ſervira à donner de nouvel air, doit avoir communication par le bas de la Lanterne, & celui qui ſert de cheminée, on doit avoir par le haut. On fera dans le cuir tout autant de trous qu'on voudra pour y placer des verres qui répandront la lumiere de tous côtés. Enfin on ſuſpendra la Lanterne avec du liege, afin qu'elle s'éleve & s'abaiſſe avec les flots.

REMARQUE.

Cette Lanterne peut ſervir à la pêche du poiſſon à la lumiere.

PROBLEME LII.

Conſtruire une Horloge à l'uſage de la Mer.

CEtte Horloge eſt de ſable, & ſemblable à celles dont on ſe ſert ordinairement. A la place de l'une des phioles qui compoſent les Horloges de ſable, on applique un tuyau de verre de vingt pouces environ de hauteur, & d'une ligne & demie à peu près d'ouverture. Ce tuyau ſert de ſeconde phiole ; de ſorte qu'à meſure que le ſable tombe dans le tuyau, on le voit monter peu à peu & ſi diſtinctement, que l'on peut obſerver les minutes. Lorſque tout le ſable eſt deſcendu dans le tuyau, on retourne la Machine, & le ſable en deſcendant du tuyau dans la phiole, marque de la même maniere les hauteurs qui conviennent pour les minutes & à ſes parties.

REMARQUES.

I.

Pour ſe ſervir commodément de cette Machine, il faut l'appliquer ſur une planche, & à l'un des côtés du tuyau on marque les diviſions des minutes par la deſcente du ſable, lorſqu'il ſe remplit, & on fait la même choſe à l'autre côté du tuyau pour la deſcente du ſable, lorſqu'il ſe vuide. Enfin pour marquer ces diviſions, il faut ſe ſervir d'une

Pendule, & à chaque minute marquer la hauteur du ſable.

II.

Cette Machine, quoique ſimple & aiſée à mettre en uſage, a un défaut aſſez conſiderable ; c'eſt que comme il faut la tourner ſouvent dans l'eſpace de pluſieurs heures, il eſt impoſſible que dans cette action on ne perde la ſuite des minutes, & qu'on faſſe un calcul exact.

PROBLEME LIII.

Conſtruire une Pendule qui conſervera ſur Mer une égalité de mouvement dans ſon reſſort & dans ſa ſuſpenſion.

1°. ON ſe ſervira d'une Pendule ordinaire ; mais au lieu d'un ſeul grand reſſort, qui ne doit être remonté qu'une ſeule fois tous les huit jours, on ſe ſervira de huit reſſorts inférieurs en force, leſquels agiſſant tous enſemble ſur une Horloge à huit jours, lui donneront autant de force que le ſeul grand reſſort. Mais on doit obſerver de ne pas remonter ces huits reſſorts en même tems : il faut mettre une diſtance égale entre le tems qu'on remonte chaque reſſort ; de ſorte qu'on en remonte un chaque jour. Le premier reſſort ayant été remonté à une certaine heure, il faut attendre à remonter le ſecond le jour ſuivant à pareille heure, & ainſi de ſuite juſqu'au huitiéme jour que l'on remontera le huitiéme reſſort. Le neuviéme jour on remontera le premier reſſort, & on continuera de cette maniere dans le même ordre qu'on vient de marquer. Chaque reſſort aura

ſa

ſa fuſée & ſa chaîne, qui agiront ſur un même ſujet. On peut ajoûter un plus grand nombre de reſſorts & de fuſées, ou le diminuer, ſelon qu'on le jugera à propos. Au lieu de Pendulon, il faut ſe ſervir d'un balancier, ayant un reſſort à ſpirale en conſervant l'échapement à rocher, comme dans les Pendules ordinaires.

2°. On ſuſpendra dans un vaiſſeau, par le moyen d'un genou une grande boëte ou armoire. On attachera au bas de cette boëte un puiſſant poids. Le genou cedant à toutes les agitations du vaiſſeau, le poids retiendra la boëte dans une ſituation toûjours perpendiculaire; en ſorte que la boëte demeurera fixe de la même maniere que ſi elle étoit ſur la terre attachée contre une muraille.

Cette armoire doit être aſſez grande pour renfermer deux ou trois Pendules, un Thermométre, une Etuve, & deux ou trois Lampes de differente grandeur. Le genou qui tiendra cette armoire ſuſpendue, ſera attaché à un reſſort capable de ſoûtenir tout le poids de l'armoire. Il faudra placer cette armoire dans le milieu au fonds du vaiſſeau. On fera une autre armoire plus petite, où l'on renfermera les Pendules avec le Thermométre. On la placera dans la grande armoire en haut: on aura ſoin de la fermer bien juſte avec un chaſſis où l'on ajuſtera un grand verre, afin qu'on puiſſe voir les mouvemens des Pendules & l'effet du Thermométre.

La grande armoire ne ſera plus large que la moindre, que de ce qu'il faut pour que celle-ci entre juſte dedans; mais elle doit être plus profonde de quelque pouce, afin de donner paſſage à la fumée & à la chaleur qui ſe communiquera à la moindre armoire.

La grande armoire ſera beaucoup plus longue : on placera au bas une Etuve & quelques Lampes, l'eſpace qui ſera entre le bas de la grande armoire & entre la petite, ſervira à faire monter & deſcendre les Lampes, pour donner plus ou moins de chaleur à l'armoire qui renferme les Pendules, ſelon qu'on le jugera à propos par l'inſpection du Thermométre. Le bas de la grande armoire ſera fermé, mais on ajuſtera des verres à la porte, tant pour voir ce qui ſe paſſe au-dedans, que pour y conſerver la chaleur & empêcher que l'agitation de l'air n'éteigne les Lampes. Enfin on fera au fond d'en bas de la grande armoire pluſieurs trous pour donner paſſage à l'air, & l'on pratiquera au fond d'en haut une cheminée pour la fumée.

Ces deux armoires peuvent être de fer, de cuivre, ou de quelqu'autre matiere qui conſerve longtems la chaleur. Il eſt bon que la petite ſoit de cuivre.

Par ce moyen, en obſervant le Thermométre, on peut conſerver une chaleur toûjours égale dans les differentes ſaiſons & dans les differens climats. Ainſi dans une ſaiſon chaude, ou un climat chaud, on pourra ne mettre que peu de feu dans l'Etuve, ou n'allumer qu'une petite Lampe, & la tenir éloignée de l'armoire où eſt la pendule. Sous la ligne on pourra ne point faire de feu, & ne point allumer de Lampe. Dans les Pays Septentrionaux il ſera néceſſaire de faire du feu, d'allumer les Lampes, & de les arrêter plus ou moins près de l'armoire où ſont renfermées les Pendules, ſelon les degrez de chaleur. Mais ce ſera le Thermométre qui indiquera la quantité du feu & des Lampes tenues plus ou moins éloignées.

Il faut cependant obſerver que la chaleur ren-

fermée dans l'armoire ne doit pas être si grande, qu'elle pût alterer la trempe des pieces d'acier, ou cuire l'huile des Lampes. Il ne faut pas non plus que cette chaleur soit beaucoup plus petite que celle qui est sous la ligne.

C'est pourquoi il sera à propos de connoître le plus grand degré de chaleur qui soit sous la ligne, par les observations qu'on y auroit faites avec le Thermométre, & d'y ajuster le Thermométre du vaisseau dans le lieu d'où l'on part.

PROBLEME LIV.

Percer une planche avec un bout de chandelle.

CHargez un fusil avec de la poudre, & au lieu de balle, mettez-y un bout de chandelle. Tirez contre quelque planche, & vous verrez que le bout de chandelle percera la Planche, de même qu'une balle de plomb.

REMARQUE.

Une balle de plomb tirée dans l'eau s'applatit

PROBLEME LV.

Peser un coup de poing, un coup de marteau, un coup de hache, &c. & en comparer sa pesanteur avec le poing, le marteau, la hache, &c. lorsqu'il est en repos.

PRenez une balance, laissez poser le poing, le marteau, ou la hache sur un des bassins, ou sur l'un des bras de la balance; mettez dans l'autre bassin autant de poids qu'il en faut pour con-

tre-peſer : puis ſurchargeant toujours le baſſin vous pourrez éprouver combien chaque coup fera lever depoids, & par conſequent combien il peſe.

REMARQUES.

I.

La percuſſion produit des effets ſurprenans ; car ſi l'on met un poids de mille livres ſur une éguille qu'on veut enfoncer, il s'en faudra bien que ce poids faſſe le même effet qu'un petit coup de marteau, il n'en fera même preſque point, pourvû qu'on le poſe bien doucement. Ne voit-on pas qu'un couteau mit ſans frapper ſur du beurre ne l'entâme point, non plus qu'une hache poſée fort doucement ſur une feuille de papier.

Deux forces égales, avec un mouvement égal, & d'une vîteſſe égale, agiſſent differemment ſur deux corps égaux, & ſemblables, par exemple, ſur deux coins de fer ſemblables, pour fendre deux pieces d'un même bois & ſemblables, ou ſur deux clouds ſemblables que l'on veut enfoncer dans ces pieces de bois, dont l'une ſeroit ſuſpendue en l'air, & l'autre ſeroit ou ſcellée en terre, ou appuyée ſur quelque choſe de ſtable. Il eſt certain que l'effet du coup ſera plus grand ſur la piece ſuſpendue, que ſur celle qui ſera ſcellée, ou appuyée fermement.

C'eſt ce qui fait que les Ouvriers pour emmancher un outil, le tiennent en l'air d'une main, & frappent de l'autre, ou bien, s'il eſt trop peſant, ils le couchent ſur la terre, ou ſur un établi, de ſorte qu'il puiſſe reculer, lorſqu'on frappe ſur le manche. Qui ne ſçait point que c'eſt de cette ſorte qu'on emmanche un balai?

II.

Si l'on met un poids de 25 livres dans un baſſin des plus groſſes balances, & que les plus robuſtes donnent un coup de poing ſec de toute leur force, ſans arrêter ni appeſantir la main après le coup, à peine enlevent-ils les 25 livres. Que les plus foibles ou des enfans de dix à douze ans donnent un coup, ils enlevent les 25 livres, de même; ſans qu'il paroiſſe que très-peu de difference entre leur coup, & celui des plus forts.

Si on laiſſe tomber le poing de deux ou trois pouces de haut, & que l'on appuye un peu, l'on enlevera fort aiſément, non ſeulement 25 livres, mais 30 & 40, quoique l'on faſſe beaucoup moins d'effort, & que l'on ait beaucoup moins de peine que ſi l'on donnoit un grand coup.

On a pris cette remarque du Traité des Forces mouvantes de M. *de Camus*, au Chapitre de la Percuſſion, où il rapporte pluſieurs experiences très-curieuſes touchant la Percuſſion, qui tendent toutes à l'utilité & à l'avantage des Ouvriers; mais il faut conſulter le Livre même.

PROBLEME LVI.

Faire qu'un bâton ſe tienne droit deſſus le bout du doigt ſans tomber.

ATtachez deux couteaux ou autres corps vers l'extrêmité du bâton, de maniére que l'un panche d'un côté, & l'autre de l'autre, en forme de contrepoids, comme vous le voyez dans la Figure. Mettez cette extrêmité deſſus le bout du doigt, alors le bâton ſe tiendra droit ſans tomber. Plan. 55 Fig. 56.

REMARQUE.

I.

Il faut que les deux coûteaux fichez en forme de contrepoids excédent le bout du bâton que l'on poſe ſur le bout du doigt, en ſorte que le bâton & les coûteaux pris enſemble, comme ne faiſant, qu'un même corps, ayant leur centre de gravité à l'extrêmité du bâton qui eſt placé ſur le bout du doigt, ſi l'on veut que le tout ſe tienne perpendiculairement.

La choſe paroîtra encore plus merveilleuſe, ſi renverſant le doigt, on appuye le bout du bâton ſur le bord de l'ongle; car il ſemblera que le tout ſe tiendra, touchant ſeulement le bout du doigt, ſans être ſoûtenu. Mais ſi l'on fait que le centre de gravité du total excede tant ſoit peu le bout du bâton, le tout ſe tiendra plus ou moins incliné, ſelon le plus ou le moins de diſtance de ce centre à l'extrêmité du bâton.

II.

Ce point d'appui que l'on vient de dire dans la remarque précédente, devoit être à l'extrêmité du bâton qui eſt placé ſur le bout du doigt, pourroit ſe trouver au-deſſous, comme il arrive à ces petites figures que l'on fait tourner ſur un pied d'eſtal. Cette petite figure DE eſt poſée ſur une boule E, qui eſt appuyée ſur une maniere de guéridon I: elle tourne par le moyen de deux balles de plomb, attachées à la boule B par des fils de fer courbez. Le centre de gravité qui ſe trouve fort au deſſous du point d'appui entre les deux boules C, F, vers I, ſoutient la figure droite, & la fait

Plan. 55 Fig. 57.

redreſſer, lorſqu'une des balles ayant été pouſſée la fait tourner obliquement.

PROBLEME LVII.

Peſer la fumée.

SUppoſons qu'un grand bucher, ou bien une charettée de foin peſant 500 livres, ſoit embraſée, il eſt évident que tout s'en ira en cendre & en fumée. Si on peſe les cendres qui reſteront du braſier, l'experience montre qu'elles pourront revenir au poids de 50 livres ou environ. Et puiſque le reſte de la matiere n'eſt point périe, mais qu'elle s'eſt exhalée en fumée, ſi l'on ôte 50 livres du total, il reſtera 450 livres, ou à peu près pour la peſanteur de la fumée. Quoiqu'il ſemble que la fumée ne peſe point, à cauſe qu'étant répandue dans l'air, & diviſée en fort petites particules, elle y eſt ſoutenue ; cependant on conçoit que ſi toutes ces particules étoient raſſemblées, elles auroient le même poids qu'elles avoient quand elles étoient unies aux cendres.

PROBLEME LVIII.

Faire paſſer un même corps dur & inflexible par deux trous fort differens, dont l'un ſera circulaire, & l'autre triangulaire, ou quadrangulaire, à condition qu'il les rempliſſe exactement en paſſant.

I.

PRenez un morceau de bois ou autre matiere, qui ait la figure d'une cone ; puis faites dans quelques ais un trou circulaire égal à la baſe du Plan. 53. Fig. 57.

cone & un autre trou triangulaire, qui ait l'un de ſes côtez égal au diametre de la baſe du cone, & les autres égaux aux deux côtez du cone, depuis la baſe juſqu'à la pointe. Il eſt clair que ce corps paſſera par le trou circulaire mettant la pointe la premiere, & par le triangulaire, en le couchant de ſon long, & qu'il emplira exactemeut ces trous en paſſant.

II.

Plan. 57. Fig. 59. Faites tourner un corps ſemblable à deux cones joints par leur baſe : puis faites percer un ais, en ſorte que le trou circulaire ſoit entierement ſemblable au cercle qui eſt la baſe commune des deux cones oppoſez, & que le trou quadrangulaire ait l'un de ſes diametres égal au diamétre du cercle, & l'autre égal à une ligne droite tirée par le milieu des cones d'une pointe à l'autre. Ce corps paſſant par le trou circulaire, le remplira exactement, à cauſe de la rondeur qu'il a au milieu ; il remplira auſſi le trou quadrangulaire en y paſſant, à cauſe que ſa longueur & ſa largeur ſont égales à celle du trou. Ce trou pourra être quarré, ſi les côtez des cones ſont égaux, & le diamétre de leurs baſes égal à la longueur d'une pointe à l'autre.

III.

On peut encore faire un ſolide, qui paſſant par un triangle iſoſcéle, par pluſieurs triangles ſcalenes, & par le plan d'une Ellipſe, les rempliſſe exactement chacun ; & un autre ſolide, qui paſſant par un triangle iſoſcéle, par pluſieurs triangles ſcalenes, & par un cercle, les rempliſſe auſſi exactement chacun. Le premier ſolide doit avoir la figure d'un cone coupé elliptiquement, & le ſecond

aura la figure d'un cone ſcalene. On peut encore éxécuter la même choſe avec des ſolides doubles de ceux-ci.

PROBLEME LIX.

Faire paſſer un même corps dur par trois ſortes de trous, l'un circulaire, l'autre quarré ou quadrangulaire de telle longueur qu'on voudra, & le troiſiéme ovale, en ſorte que ce corps paſſant par ces trois differens trous, les rempliſſe exactement.

I.

PRenez un corps cylindrique ou colomnaire de telle grandeur qu'il vous plaira. Il eſt évident que ce corps étant mis droit, il remplira exactement un trou circulaire de même grandeur que ſa baſe, qu'étant couché de ſon long, il remplira en paſſant un trou quadrangulaire auſſi long & auſſi large qu'il l'eſt, qu'enfin en le faiſant paſſer de biais, il remplira exactement un trou oval, qui aura ſa largeur égale au diamétre du trou circulaire, & la longueur telle qu'il plaira, pourvû qu'elle ne ſoit pas plus grande que celle du cylindre. Plan. 53. Fig. 60.

II.

1°. Soit fait en quelque ais un trou circulaire, puis un quarré, qui ait les côtez égaux au diamétre du trou circulaire, & un trou en ovale, dont la largeur ſoit égale au même diamétre, & la longueur égale à la diagonale du quarré. 2°. Ayez un corpe cylindrique auſſi long que large, & telle que ſa baſe ſoit égale au trou circulaire. Par ce moyen ce cylindre pourra remplir exactement le trou cir- Fig. 61.

culaire en y passant tout droit, le trou quarré, en l'y faisant passer couché de son long, & le trou oval, en l'y faisant passer de biais.

III.

Un solide cylindrique elliptiquement tourné, ayant pour hauteur son plus grand diamétre en largeur, passera par un quarré, par un cercle, par differens parallelogrammes, par differentes ellipses, & les remplira exactement en y passant.

PROBLEME LX.

Construire une Lampe excellente, qui se fournisse elle-même son huile à mesure qu'elle en a besoin.

Plan. 55. Fig. 62. CArdan au premier Livre de ses Subtilitez, donne la description de la Lampe Vulgaire, c'est un petit vase colomnaire, creux, & qui n'a qu'un petit trou au bas, où l'on ajuste un tuyau qui reçoit la mêche. On emplit d'huile la Lampe par ce trou, en la tenant renversée, & l'huile fournit ce qu'il faut à la mêche pour la faire brûler. On faisoit autrefois à Reims de ces sortes de Lampes qui étoient propres & commodes.

Fig. 63. Cette Lampe est fort simple, en voici une qui est plus ingenieuse : sa principale piece est un vase CD, qui a près du fond un trou, & un petit tuyau C ; il y a aussi une autre tuyau plus grand DE, qui passe au travers du Vase. Ce tuyau DE est bien soudé à la partie inférieure du vase CD, il y a une ouverture en D au dedans du vase vers sa partie superieure, & un autre hors du vase vers E, & tout près du fond de la coupe AB, en sorte neanmoins qu'il ne touche point ce fonds.

Lorſque le vaſe CD ſera plein d'huile, on fera tremper le trou E du tuyau DE dans l'huile de la coupe, alors l'huile ne pourra ſortir par le tuyau C, puiſque l'air ne peut entrer par le trou E du tuyau DE. Mais quand l'huile contenue dans la coupe AB, aura été conſumée peu à peu par la mêche allumée, le trou E ſe débouchera, & donnera paſſage à l'air, qui entrant dans le tuyau ED, ira comprimer l'huile du vaſe CD, & la fera couler par le tuyau C. Cette huile coulera dans la coupe AB, juſqu'à ce que le trou E étant bouché, empêchera l'Air d'entrer dans le tuyau ED : pour lors l'huile ceſſera de couler par le tuyau C. L'huile recommencera à couler toutes les fois que le trou E étant débouché donnera paſſage à l'air.

REMARQUE.

Le vaſe CD ne doit point être attaché à la coupe AB. Pour la remplir d'huile, il faut renverſer le vaſe CD, & verſer l'huile par le tuyau ED. Quand on connoîtra que le vaſe eſt plein, en voyant l'huile paroître à l'ouverture du tuyau C, on bouchera cette ouverture avec le doigt, & on mettra le vaſe ſur la coupe AB. Si le tuyau CD, eſt entierement ouvert en E, l'huile qui ſe trouvera dans ce tuyau ; remplira la coupe AB, & empêchera ainſi que l'huile ne tombe par le tuyau C, en bouchant l'ouverture E.

PROBLEME LXI.

Conſtruire un Chandelier, dont on ne ſoit point obligé de moucher la chandelle, & qui donne beaucoup de Lumiere.

ON peut aiſément faire ce Chandelier de bois. Il faut d'abord avoir un pied que l'on garnira de plomb, ſi on veut rendre le Chandelier plus ſtable. On ajoute à ce pied une régle plate, en ſorte qu'elle faſſe avec ſon pied un certain angle, qni ne doit point être fort conſiderable. On ajoûte à cette régle une autre qui la croiſe perpendiculairement ; cette ſeconde régle coule le long de la premiere, par le moyen d'une mortoiſe qui y a été faite, de maniere qu'on la peut baiſſer ou hauſſer autant qu'on le juge à propos. On ajuſte auſſi à cette ſeconde régle une bobeche, qui y tient avec une eſpece de curſeur, qui l'embraſſant, donne cependant la liberté d'avancer ou de reculer la bobeche, ſelon que l'on en a beſoin. Enfin on attache avec une charniere au haut de la premiere régle un cone de fer blanc coupé par le haut, pour laiſſer paſſer la fumée de la chandelle, qui eſt dans la bobeche, & qui brûle ſous le cone.

Ce cone n'eſt qu'une eſpece d'entonnoir aſſez large par bas, & qu'on a ouvert par le haut : on peut le revêtir au dedans d'un cone ſemblable de papier blanc, qui renvoira beaucoup de lumiere au deſſous, on aura ſoin de changer le papier de tems en tems. On voit bien que la chandelle de la bobeche a la même inclinaiſon

que la premiere regle du Chandelier. L'extrêmité du lumignon n'étant plus dans la flamme, & ayaut quelque penchant, ſe diſſipe ſans qu'on s'en apperçoive : ce qui fait qu'on n'a point l'incommodité de moucher la Chandelle. On peut ſe ſervir de toutes ſortes de chandelles, comme des huit, des douze & des vingt mêmes à la livre, & cependant l'on a une grande clarté ſur ce qu'on lit ou ce qu'on écrit, & les yeux ne ſont point incommodés des vibrations de la lumiere immediate de la chandelle.

Nous devons la perfection de ce Chandelier à l'induſtrie de M. *de Moulieres*, Membre de l'Academie Royale des Sciences, qui s'eſt fait connoître dans des matieres plus relevées.

AVERTISSEMENT.

On a déja cité le Traité des *Forces mouvantes* par M. *de Camus*, à l'occaſion d'un petit Caroſſe ſurprenant. Si l'on veut s'inſtruire ſurpluſieurs Phenomenes, qui regardent la Mecanique, dont on a parlé en partie dans ces Problemes de Mécanique, & dont on parlera encore dans les Problemes de Phyſique, on peut conſulter ce Traité des Forces Mouvantes. On y trouvera des choſes non ſeulement curieuſes & divertiſſantes, mais auſſi très-utiles pour la commodité du Public, ſur-tout pour les voitures M. de Camus donne des conſtructions de Charettes, de Chariots, & même de Caroſſes de campagnes, qui ſeroient bien moins fatiguans pour les chevaux, & moins ſujets à verſer, que ceux dont on ſe ſert à preſent. En un mot cet Academi-

cien a traité dans ſon Livre toutes les parties de la Mécanique, comme ayant quelque rapport à l'utilité publique ; ce qui doit être le but de toutes les Sciences.

Fin du ſecond Tome.

TABLE
DES PROBLEMES.
Contenus en ce Volume.

PROBLEMES DE GNOMONIQUE.

PROBLEME I. *Tracer une Ligne Méridienne.* page 1

PROBL. II. *Conſtruire des Cadrans réguliers par deux ouvertures de compas.* 2

PROBL. III. *Conſtruire les mêmes Cadrans par une ſeule ouverture de compas.* 7

PROBL. IV. *Décrire un Cadran horiſontal par le moyen d'une Ellipſe, ſans avoir beſoin de trouver les points horaires ſur la ligne équinoctiale.* 8

PROBL. V. *Tracer un Cadran équinoctial.* 11

PROBL. VI. *Tracer un Cadran ſur quelque plan vertical que ce ſoit ſans Bouſſole pendant la nuit avec une bougie.* 13

PROBL. VII. *Connoître l'heure qu'il eſt par le moyen de la main gauche.* 14

PROBL. VIII. *Décrire dans un parterre un Cadran horiſontal avec des herbes.* 15

PROBL. IX. *Décrire un Cadran horiſontal, dont on a le centre & la ligne équinoctiale.* 18

PROBL. X. *Décrire un Cadran horiſontal par le moyen d'un quart de cercle.* 19

PROBL. XI. *Décrire un Cadran horisontal, & un Cadran vertical méridional par le moyen d'un Cadran polaire.* 20

PROBL. XII. *Décrire un Cadran horisontal, & un Cadran vertical méridional, par le moyen d'un Cadran équinoctial.* 22

PROBL. XIII. *Décrire un Cadran vertical sur un quarreau de vître où l'on puisse connoître les heures aux rayons du Soleil, sans aucun stile.* 23

PROBL. XIV. *Décrire trois Cadrans sur trois plans differens, où l'on pourra connoître les heures au Soleil par l'ombre d'un seul axe.* 24

PROBL. XV. *Tracer un Cadran sur un plan horisontal par le moyen des deux points d'ombre marquez sur ce plan au tems des Equinoxes.* 26

PROBL. XVI. *Tracer un Cadran sur un plan horisontal, où les points de 5 & de 7 heures sont donnez sur la ligne équinoctiale.* 29

PROBL. XVII. *Un Cadran horisontal ou vertical étant donné, trouver pour quelle latitude il a eté fait, lorsque l'on connoît la longueur & le pied du stile.* 31

PROBL. XVIII. *Trouver le pied & la longueur du stile dans un Cadran vertical déclinant.* 34

PROBL. XIX. *Décrire un Cadran portatif dans un quart de cercle.* 38

Table des hauteurs du Soleil. 39

PROBL. XX. *Décrire un Cadran portatif sur une carte.* 48

PROBL. XXI. *Décrire un Cadran horisontal rectiligne universel.* 53

PROBL. XXII. *Décrire un Cadran horisontal elliptique universel.* 57

PROBL. XXIII. *Décrire un Cadran horisontal hyperbolique universel.* 58

PROBL. XXIV. *Décrire un Cadran horiſontal parabolique univerſel.* 59
PROBL. XXV. *Décrire un Cadran ſur un plan horiſontal, où l'on puiſſe connoître les heures au Soleil ſans l'ombre d'aucun ſtile.* 60
Table des verticaux du Soleil depuis le Meridien, à chaque heure du jour, pour la latitude de 49 degrez. 61
PROBL. XXVI. *Décrire un Cadran à la Lune,* page 65
PROBL. XXVII. *Conſtruire une Machine pour trouver avec juſteſſe & préciſion l'heure au clair de la Lune.* 69
PROBL. XXVIII. *Décrire un Cadran par réflexion.* 70
PROBL. XXIX. *Décrire un Cadran par réfraction.* 71
Tables des Angles briſez dans l'eau pour tous les degrez des angles d'inclinaiſon. 72
PROBL. XXX. *Conſtruire un Cadran ſur la ſurface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horiſon,* page 74
PROBL. XXXI. *Conſtruire un Cadran ſur un Globe.* 83
Conſtruction des Cadrans polaires. 84
Remarques ſur les Cadrans cylindriques & ſpheriques. 88
PROBL. XXXII. *Tailler une pierre à pluſieurs faces, ſur leſquelles on puiſſe décrire tous les Cadrans réguliers.* 90
PROBL. XXXIII. *Connoître quelle heure il eſt du jour & de la nuit dans tous les lieux de la terre,* page 92
Démonſtration de l'Horloge ou Analemme Rectiligne Univerſel, qui marque les heures par les

hauteurs du Soleil, par le R. P. Milliet Deschalles. 99

PROPOSITION I. *La division de l'Equateur en heures dans cet Analemme est semblable à la description des Paralleles.* 101

PROP. II. *Les lignes qui représentent les Paralleles dans l'Analemme, sont coupées en parties semblables ou proportionnelles par les points d'une même heure.* 102

PROP. III. *Si dans l'Analemme on fait tous les Paralleles égaux à l'Equateur, & leur distance égale à la Tangente de leur déclinaison, la même proportion sera observée.* 103

PROP IV. *Construction de l'Horloge ou Analemme Rectiligne Universel.* 105

PROP. V. *Usage de l'Analemme.* 107

Trouver la longueur du jour, ou, ce qui est la même chose, trouver l'heure du lever ou du coucher du Soleil dans la Sphere droite. ibid.

PROP. VI. *Trouver l'heure Astronomique dans la Sphere droite, le Soleil parcourant quelque Parallele que ce soit.* 108

PROP. VII. *Dans une latitude donnée déterminer l'heure du lever & du coucher du Soleil dans quelque Parallele que ce soit.* 110

PROP. VIII. *En quelque latitude que ce soit connoître les heures Astronomiques au tems de l'Equinoxe.* 113

PROP. IX. *Dans une latitude donnée connoître l'heure Astronomique en quelque lieu du Zodiaque que le Soleil soit.* 115

PROP. X. *Trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil dans un Pays dont la latitude soit de plus de 66 degrez 30'.* 117

PROP. XI. *Trouver l'heure Astronomique dans une*

latitude de plus de 66 degrez 30'. 118
PROBL. XXXIV. *Construire un anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.* 120

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE.

PROBLEME I. *Trouver en tout tems & en tout lieu les quatre points principaux du Monde.* 128
PROBL. II. *Trouver la longitude d'un lieu proposé de la Terre.* 130
PROBL. III. *Trouver la latitude d'un lieu proposé de la Terre.* 134
PROBL. IV. *Connoître la quantité du plus grand jour d'Esté en un lieu proposé de la Terre, dont on connoît la latitude.* 135
PROBL. V. *Trouver le Climat d'un lieu proposé, dont la latitude est connuë.* 139
Table des 24 Climats, dont chacun est d'une demi-heure. 142
Table des six Climats, dont chacun est d'un mois, page 144
PROBL. VI. *Trouver en lieues la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.* 145
PROBL. VII. *Connoître la Circonference, le Diametre, la Surface & la Solidité de la Terre.* 148
Table de la hauteur de quelques Montagnes considerables de la terre. 152
Table des Lieux les plus voisins de la Méridienne de l'Observatoire. 159
Rapport des Mesures de divers Pays. 161
Table de la hauteur de quelques Montagnes de France sur le niveau de la Mer. 162
PROBL. VIII. *Connoître la quantité d'un dégré d'un petit Cercle proposé de la terre.* 163

PROBL. IX. *Trouver en lieues la distance de deux lieux proposez de la terre, dont on connoît les Longitudes & les Latitudes.* 165

PROBL. X. *Décrire la ligne courbe que feroit un Vaisseau sur la Mer en faisant sa route par un même Rumb marqué dans la bousſole.* 172

PROBL. XI. *Representer la ligne courbe que décriroit par le mouvement de la terre un corps pesant en tombant librement de haut en bas jusqu'au centre de la terre.* 175

PROBL. XII. *Connoître si une année proposée est Bissextile, ou de 366 jours.* 179

PROBL. XIII. *Trouver le nombre d'or d'une année proposée.* 182

PROBL. XIV. *Trouver l'Epacte pour une année proposée.* 185

PROBL. XV. *Trouver l'âge de la Lune en un jour donné d'une année proposée, & si elle est Nouvelle,* page 193

PROBL. XVI. *Connoître s'il y a Eclipse dans une Nouvelle ou Pleine-Lune.* 196

PROBL. XVII. *Construire une Machine qui montre les Eclipses tant du Soleil que de la Lune, les mois, les années Lunaires, & les Epactes.* 198

Epoques des Années Lunaires, rapportées aux Années Civiles pour le Méridien de Paris. 202

Maniere de faire les divisions sur les platines. 204

Usage de cette Machine. 207

PROBL. XVIII. *Une Année Lunaire étant proposée, trouver les jours de l'Année Solaire qui lui répondent, dans lesquels doivent arriver les Nouvelles & Pleines-Lunes, & les Eclipses.* ibid.

Des Epactes. 210

PROBL. XIX. *Trouver la Lettre Dominicale, & le Cycle Solaire d'une année proposée.* 211

PROBL. XX. *Trouver à quel jour de la ſemaine tombe un jour donné d'une année propoſée.* 220
PROBL. XXI. *Trouver la Fête de Pâques, & les autres Fêtes mobiles en une année propoſée.* 222
PROBL. XXII. *Trouver par quel jour de la ſemaine commence chaque mois d'une année propoſée.* 232
PROBL. XXIII. *Trouver à quel jour du mois arrive un jour donné de la ſemaine en une année propoſée.* 234
PROBL. XXIV. *Trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une année propoſée.* 241
PROBL. XXV. *Trouver le nombre de la Periode Julienne pour une année propoſée.* 243
PROBL. XXVI. *Trouver le nombre de la Période Dioniſienne pour une année propoſée.* 251
PROBL. XXVII. *Connoître les Mois de l'année qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.* 255
PROBL. XXVIII. *Trouver le jour de chaque Mois auquel le Soleil entre dans un Signe du Zodiaque,* page ibid.
PROBL. XXIX. *Trouver le degré du Signe, où le Soleil ſe rencontre en un jour propoſé de l'année.* 256
PROBL. XXX. *Trouver le lieu de la Lune dans le Zodiaque en un jour propoſé de l'année.* 258
PROBL. XXXI. *Trouver à quel mois de l'année appartient une Lunaiſon.* 259
PROBL. XXXII. *Connoître les Années Lunaires, qui ſont communes, & celles qui ſont Emboliſmiques.* 260
PROBL. XXXIII. *Trouver combien de tems la Lune doit éclairer pendant une nuit propoſée.* 261
PROBL. XXXIV. *Trouver la hauteur du Soleil, & tracer la Ligne Méridienne.* 263
PROBL. XXXV. *Connoître facilement les Calendes, les Nones & les Ides de chaque mois de l'année.* 265

PROBL. XXXVI. *Connoître quel quantiéme des Calendes, des Nones & des Ides répond à un certain quantiéme d'un mois donné.* 267

PROBL. XXXVII. *Le quantiéme des Calendes, des Ides, ou des Nones, étant donné, trouver quel quantiéme du mois doit y répondre.* 268

PROBL. XXXVIII. *Trouver la ſituation d'un Port.* 269

PROBL. XXXIX. *Ayant la ſituation d'un Port, & l'âge de la Lune, trouver l'heure de la pleine Mer,* page 270

PROBL. XL. *Répreſenter le Globe terreſtre en plan,* page 272

Principes de Geographie touchant la maniere dont le Soleil éclaire la terre, par le R. P. Deſchalles. 277

PROBL. XLI. *Trouver la durée du plus grand jour dans une latitude moindre que* 66 *degrez* 30 *minutes.* ibid.

THEOREME I. *Le Soleil éclaire moins de la moitié de la terre par une illumination centrale, & il en éclaire la moitié ſenſiblement.* 279

THEOR. II. *Le Soleil éclaire quinze minutes plus que la moitié de la terre d'une illumination imparfaite.* 280

THEOR. III. *Le Soleil éclaire par une illumination parfaite quinze minutes moins que la moitié de la terre.* 281

THEOR. IV. *Le Soleil parcourant l'Equateur, éclaire les deux Poles d'une illumination centrale.* 283

THEOR. V. *Un des Poles eſt autant dans l'Hémiſphere éclairé, & l'autre autant dans la nuit que le Soleil a de déclinaiſon.* 284

PROBL. XLII. *L'heure étant donnée, montrer ſur le Globe ou ſur la Carte le Pays auquel le Soleil eſt perpendiculaire.* 285

PROBL. XLIII. *Montrer sur le Globe tout les Pays que le Soleil éclaire, & qui ont le jour, comme aussi ceux ausquels il est nuit, pour une heure donnée.* 286

THEOR. VI. *Quand le Soleil est dans le plan d'un grand cercle, le bord de l'Hémisphere éclairé passe par son Pole, & le Soleil étant au Pole d'un grand cercle, le bord de l'Hémisphere éclairé est la circonference de ce grand cercle.* 288

PROBL. XLIV. *Déterminer la grandeur de quelque jour que ce soit pour chaque Latitude.* 289

THEOR. VII. *Les Pays sous un même Méridien qui ont une plus grande Latitude du côté du Pole apparent, sont plûtôt éclairez en Esté.* 292

THEOR. VIII. *Quand le Soleil est dans le plan d'un cercle horaire le bord de l'illumination passe par un point de l'Equateur, qui en est éloigné de six heures.* 293

THEOR. IX. *La difference des heures marquées par le bord de l'illumination dans l'Equateur, & dans un cercle de Latitude, montre combien le Soleil s'éleve dans cette Latitude devant ou après six heures.* 294

THEOR. X. *Si l'on divise un cercle de Latitude en 24 parties égales, en commençant à quelque Pays, le bord de l'illumination du lever, y montrera les heures Babiloniennes pour le même Pays, & celui du coucher, les Italiennes.* 295

Des Etoiles. 296

Des Planettes. ibid.

Du Soleil. 297

PROBL. XLV. *Observer une Eclipse de Soleil.* 300

De Mercure. 304

De Venus. ibid.

De la Terre. 306

De la Lune. ibid.
PROBL. XLVI. *Observer l'Eclipse de Lune.* 310
De Mars. 311
De Jupiter. 312
Des Satellites de Jupiter. 313
De Saturne. 314
Des Satellites de Saturne. 315
De l'Anneau de Saturne. 318
Des Cometes. 320
Des Etoiles Fixes. 322
Table des Constellations. 325
PROBL. XLVII. *Dresser un Theme Celeste.* 329

PROBLEMES DE MECANIQUE.

PROBL. I. *Empêcher qu'un corps pesant ne tombe, en lui ajoûtant du côté où il tend à tomber, un autre corps plus pesant.* 335
PROBL. II. *Faire une Boule trompeuse au Jeu de Quilles.* 337
PROBL. III. *Partager une pomme en deux, quatre, huit, &c. sans rompre la peau de la pomme.* ibid.
PROBL. IV. *Faire en sorte qu'un homme, se tenant droit, il puisse avoir la tête & les pieds en haut.* 338
PROBL. V. *Par le moyen d'un petit poids, & d'une petite balance, mouvoir un autre poids si grand que l'on voudra.* ibid.
PROBL. VI. *Construire une Balance trompeuse, qui paroisse juste étant vuide, aussi bien qu'étant chargée de poids inégaux.* 339
PROBL. VII. *Construire un nouveau Peson propre à porter dans la poche.* 340
PROBL. VIII. *Trouver le poids d'un nombre donné de livres par le moyen de quelques autres Poids différens.* 345
PROBL. IX. *Observer les différens changemens qui*

arrivent à la pesanteur de l'Air. 348
Construction d'un nouveau Barometre, avec la maniere de pouvoir en construire d'autres de telle grandeur que l'on voudra : le tout confirmé par l'expérience de M. Alexandre Fortier. 359
PROBL. X. *Connoître par la pesanteur de l'Air celui de deux lieux de la terre, qui est le plus élevé.* 364
PROBL. XI. *Trouver la pesanteur de toute la masse de l'air.* 367
PROBL. XII. *Trouver par la pesanteur de l'Air l'épaisseur de son Orbe, & le diametre de sa Sphere.* page 372
PROBL. XIII. *Observer les differens changemens qui arrivent à la temperature de l'Air, selon ses degrez de chaleur ou de froidure.* 377
PROBL. XIV. *Remplir de vin, ou de quelqu'autre liqueur, un tonneau par l'ouverture d'en bas.* 383
PROBL. XV. *Rompre avec un bâton un autre bâton posé sur deux Verres sans les casser.* 384
PROBL. XVI. *Vuider toute l'eau contenuë dans un vase, par le moyen d'un Siphon.* 385
PROBL. XVII. *Un tuyau plein d'eau étant perpendiculaire à l'Horison, trouver à quelle distance l'eau s'écoulera par un trou fait en un point donné de ce tuyau.* 388
PROBL. XVIII. *Préparer un Vase, qui étant rempli de quelque liqueur à une certaine hauteur, la garde ; & la perde toute, étant rempli de la même liqueur à une hauteur un peu plus grande.* 389
PROBL. XIX. *Construire une Lampe propre à porter dans la poche, sans qu'elle s'éteigne, quand même on la rouleroit par terre.* 391
PROBL. XX. *Disposer trois Bâtons sur un plan horisontal, en sorte que chacun s'appuye sur ce plan par l'une de ses extrémitez, & que l'autre extrêmité*

demeure élevée en l'air. 392
PROBL. XXI. *Faire tourner trois Couteaux sur la pointe d'une éguille.* 393
PROBL. XXII. *Tirer du fonds de l'eau un Batteau chargé de Marchandises.* 394
PROBL. XXIII. *Faire remonter un Batteau de lui-même sur une Riviere rapide.* 395
PROBL. XXIV. *Trouver la pesanteur d'un pied cube d'eau.* 396
PROBL. XXV. *Construire un Carosse, dans lequel on se puisse conduire soi-même par tout où l'on voudra, sans aucuns chevaux.* 397
PROBL. XXVI. *Connoître de deux eaux différentes celle qui est la plus légere, sans aucune balance.* 401
PROBL. XXVII. *Construire un Tonneau contenant trois liqueurs différentes, qui se puissent tirer par une même broche, sans qu'elles se mêlent.* ibid.
PROBL. XXVIII. *Trouver les parties d'un poids que deux personnes soûtiennent par le moyen d'un Levier.* 402
PROBL. XXIX. *Trouver la force qu'il faut pour lever un poids avec un Levier, dont la longueur & le point fixe sont donnez.* 403
PROBL. XXX. *Construire un Vase qui contienne sa liqueur étant droit, & la perde toute étant un peu panché.* 404
PROBL. XXXI. *Trouver sans aucune balance la pesanteur d'une piece proposée de métal ou de pierre.* ibid.
PROBL. XXXII. *Trouver la solidité d'un corps, dont la pesanteur est connue* 407
PROBL. XXXIII. *Un corps plus pesant que l'eau étant donné, trouver à quelle hauteur elle montera dans un Vase rempli en partie d'eau, lorsqu'on y mettra le corps proposé.* 408

PROBL. XXXIV. *Un corps moins pesant que l'eau étant donné, trouver de combien il se doit enfoncer dans la même eau contenue dans un Vase.* 410

PROBL. XXXV. *Connoître si une piece douteuse d'or ou d'argent est bonne ou fausse.* 411

PROBL. XXXVI. *Trouver la charge d'un Vaisseau sur la Mer, ou sur une Riviere.* 412

PROBL. XXXVII. *Faire qu'une livre d'eau pese davantage, & tant que l'on voudra.* 414

PROBL. XXXVIII. *Connoître le Vent qui souffle dans l'air, sans sortir de sa chambre.* 415

PROBL. XXXIX. *Construire une Fontaine, où l'eau s'écoule & s'arrête alternativement.* 417

PROBL. XL. *Construire une Fontaine par extraction.* 421

PROBL. XLI. *Construire une Fontaine par compression.* 422

PROBL. XLII. *Construire une Fontaine par rarefaction.* 426

PROBL. XLIII. *Construire une Horloge avec de l'eau.* 428

PROBL. XLIV. *Construire une pendule d'eau.* 432

PROBL. XLV. *Faire monter une liqueur par le moyen d'une autre liqueur plus pesante.* 437

PROBL. XLVI. *De deux vases semblables, également pesans, & pleins de métaux différens, discerner l'un d'avec l'autre.* 438

PROBL. XLVII. *Mesurer la profondeur de la Mer.* page 440

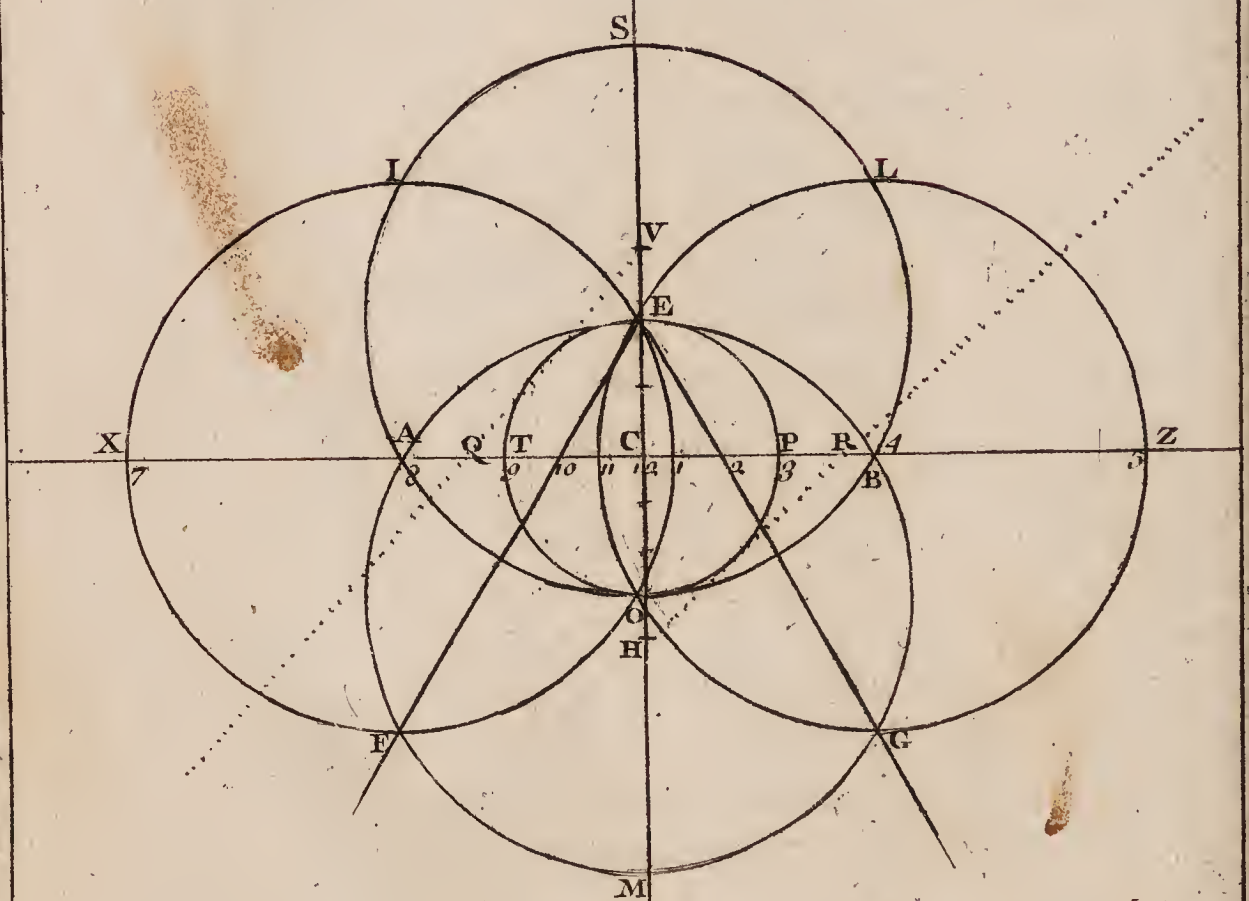
PROBL. XLVIII. *Deux corps d'une pesanteur spécifique plus grands que celle de l'eau étant proposez, connoître celui dont la solidité est plus grande.* 441

PROBL. XLIX. *Trouver le centre de pesanteur commun à plusieurs poids suspendus à des points différens d'une balance.* 442

PROBL. L. *Conſtruire une Machine pour nager.* 445
PROBL. LI. *Conſtruire une Lanterne qui conſerve la lumiere au fond de l'eau.* 446
PROBL. LII. *Conſtruire une Horloge à l'uſage de la Mer.* 447
PROBL. LIII. *Conſtruire une Pendule qui conſervera ſur Mer une égalité de mouvement dans ſon reſſort & dans ſa ſuſpenſion.* 448
PROBL. LIV. *Percer une planche avec un bout de chandelle.* 451
PROBL. LV. *Peſer un coup de poing, un coup de marteau, un coup de hache, &c.* ibid.
PROBL. LVI. *Faire qu'un bâton ſe tienne droit deſſus le bout du doigt ſans tomber.* 453
PROBL. LVII. *Peſer la fumée.* 455
PROBL. LVIII. *Faire paſſer un même corps dur & infléxible par deux trous fort différens, dont l'un ſera circulaire, & l'autre triangulaire, ou quadrangulaire, en ſorte qu'il les rempliſſe exactement en paſſant.* ibid.
PROBL. LIX. *Faire paſſer un même corps dur par trois ſortes de trous, l'un circulaire, l'autre quarré ou quadrangulaire de telle longueur qu'on voudra, & le troiſiéme ovale, en ſorte que ce corps paſſant par ces trois differens trous, les rempliſſe exactement.* 457
PROBL. LX. *Conſtruire une Lampe excellente, qui ſe fourniſſe elle-même ſon huile à meſure qu'elle en a beſoin.* 458
PROBL. LXI. *Conſtruire un Chandelier, dont on ne ſoit point obligé de moucher la chandelle, & qui donne beaucoup de lumiere.* 460.

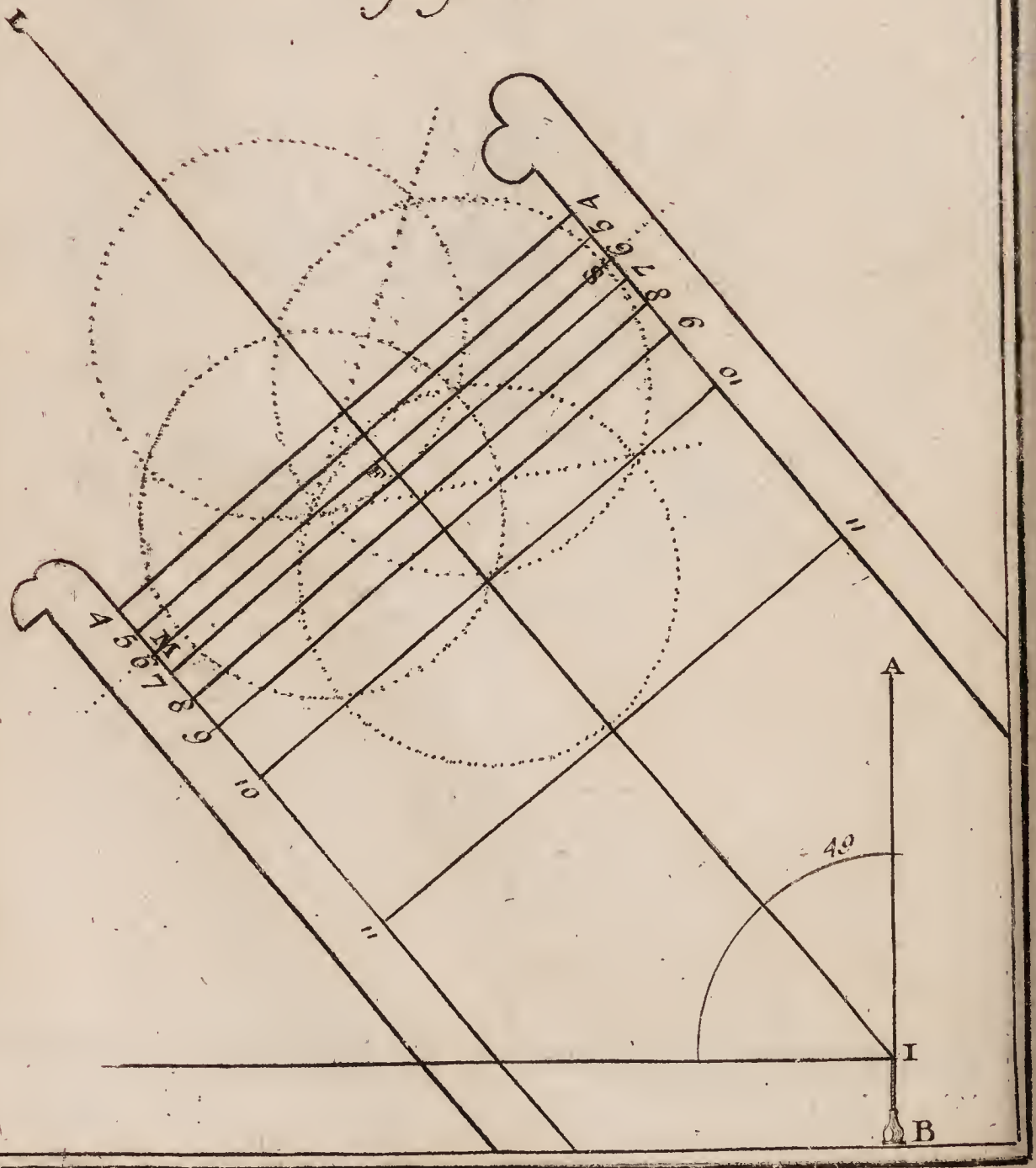
Fin de la Table du II. Tome.

fig. 1.



Oriental

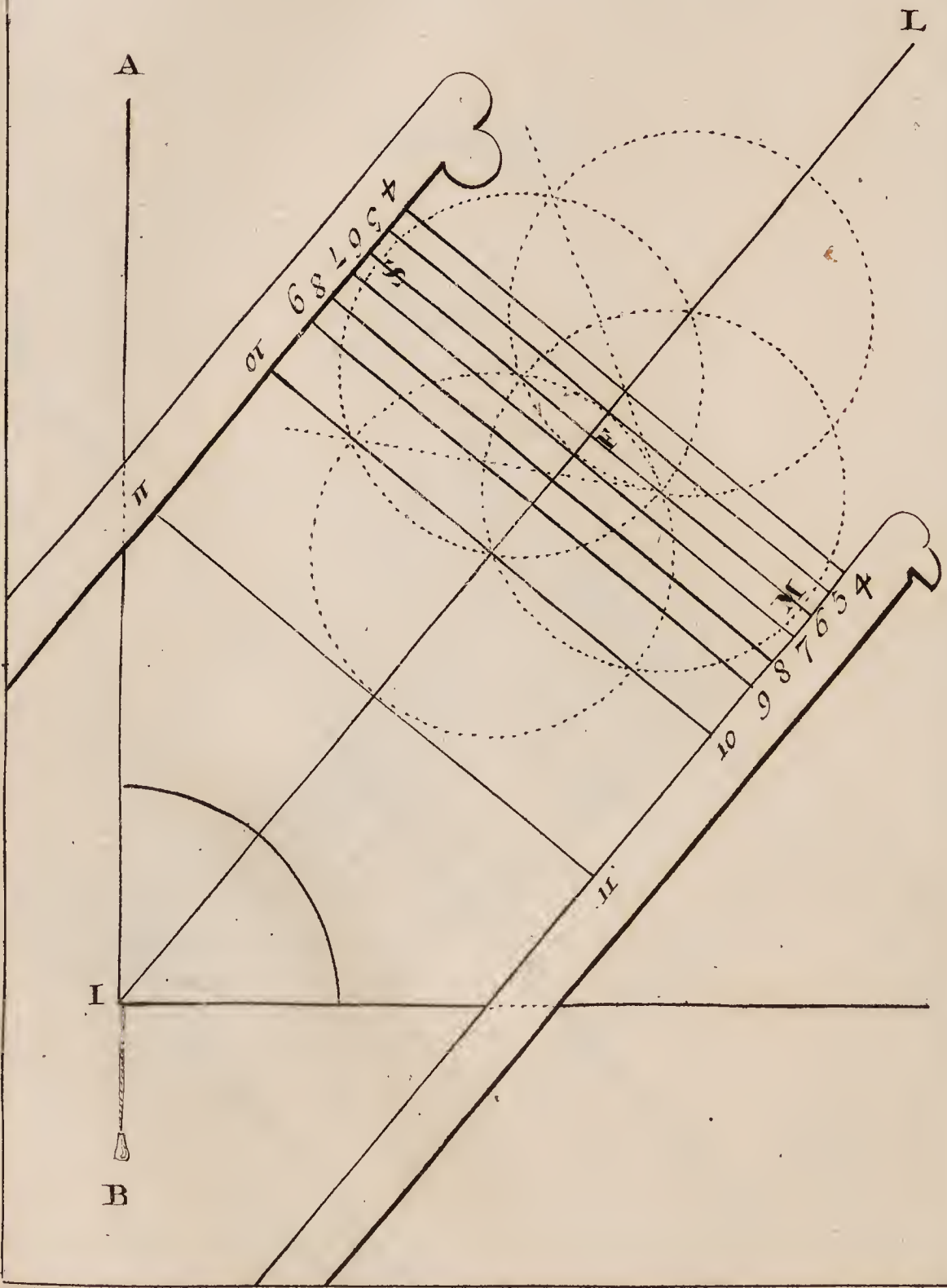
fig. 2.



To .II. Pl. 2.

Fig. 2.

Occidantal.



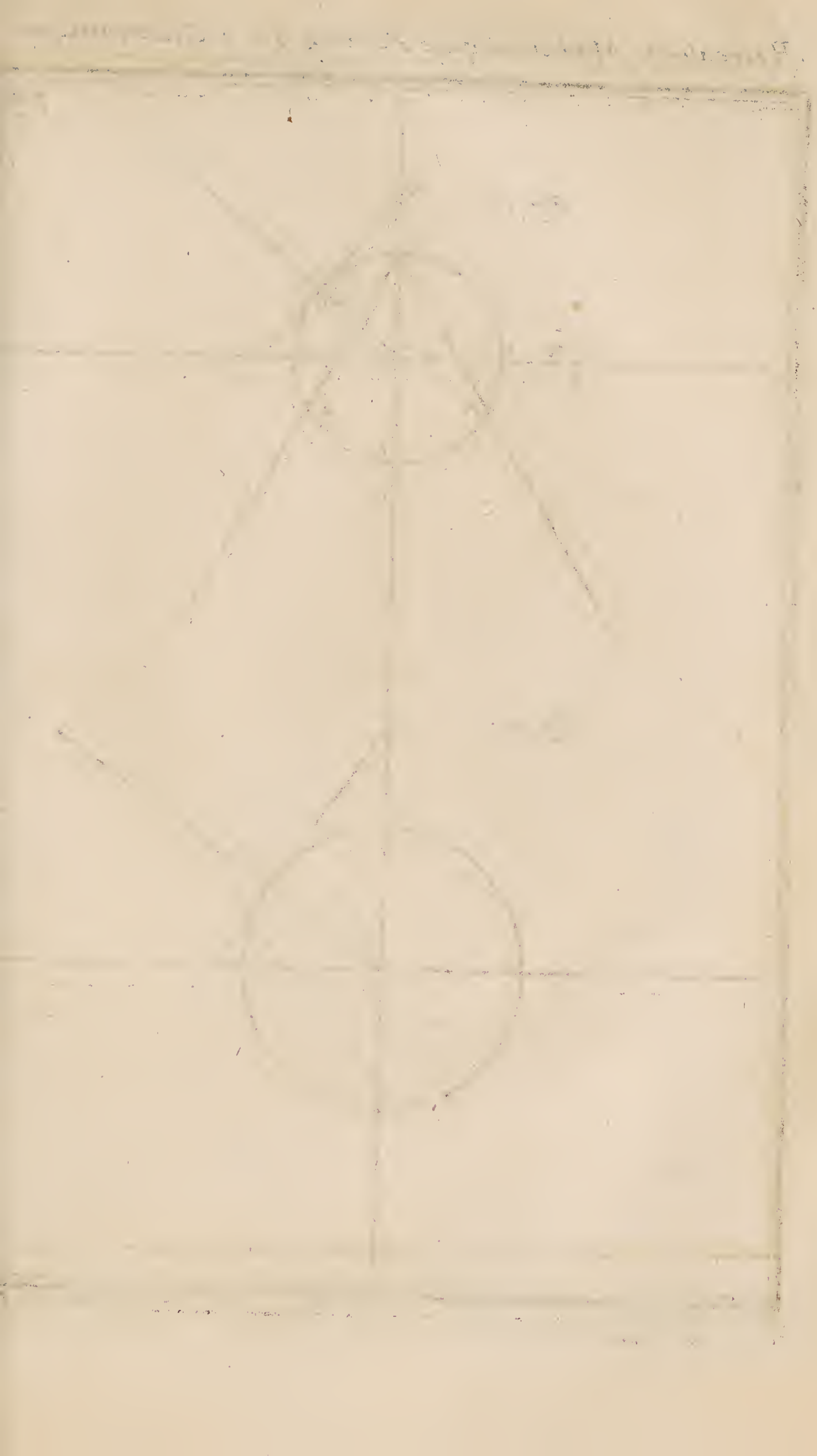


Fig. 3.

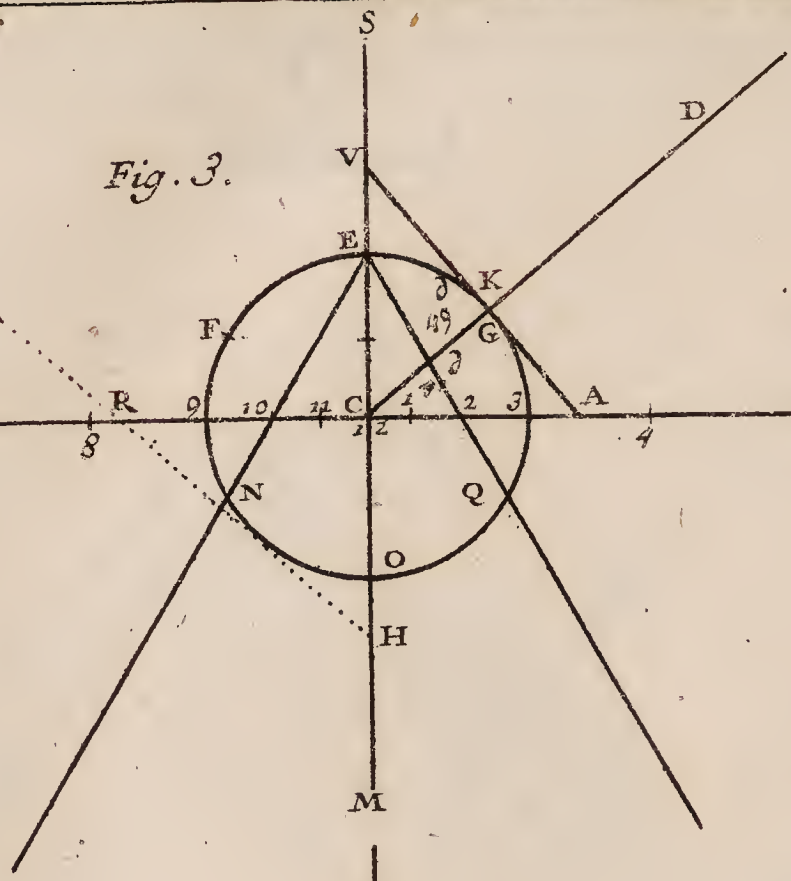
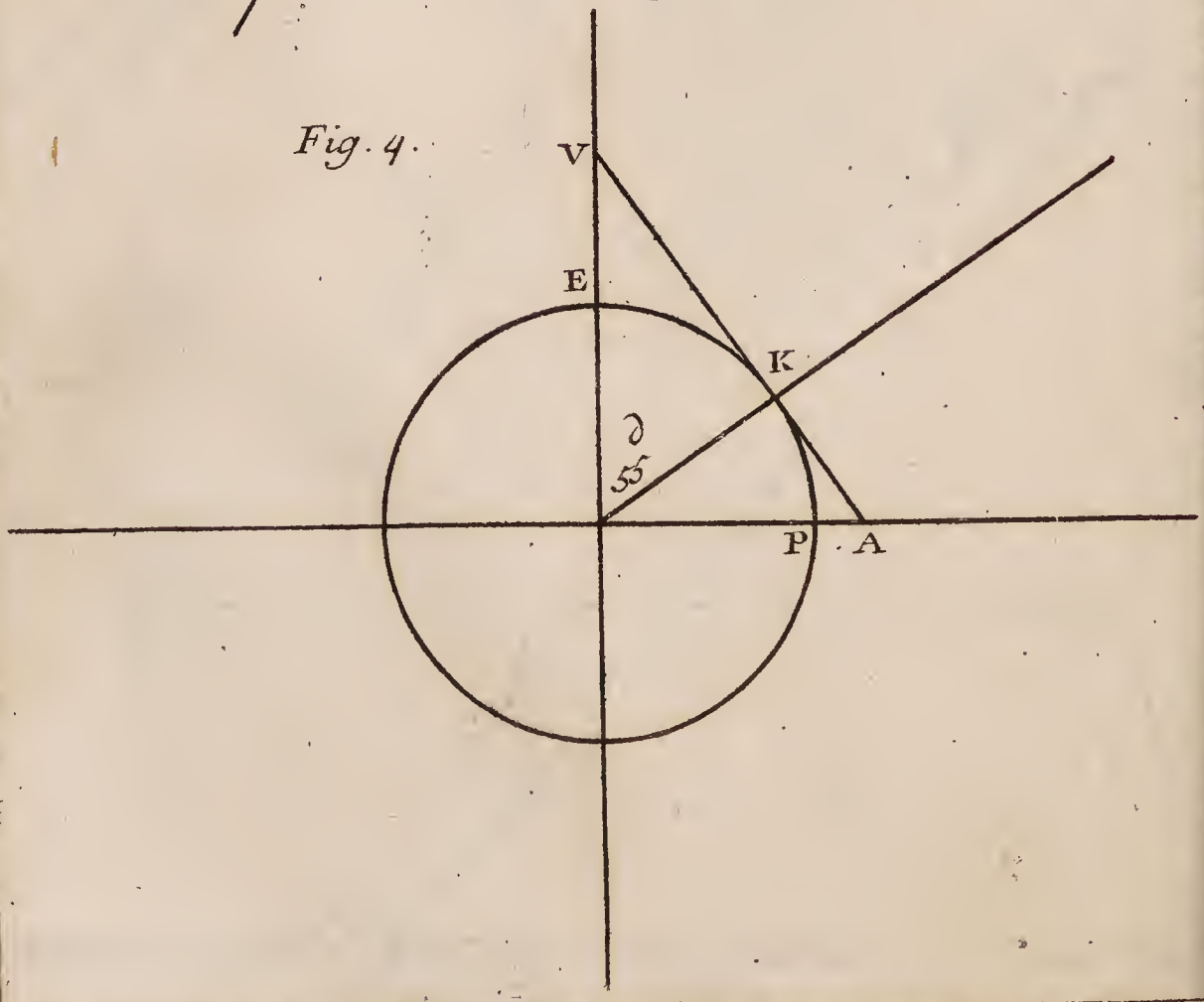


Fig. 4.



De Berey fils fecit.

Fig. 5.

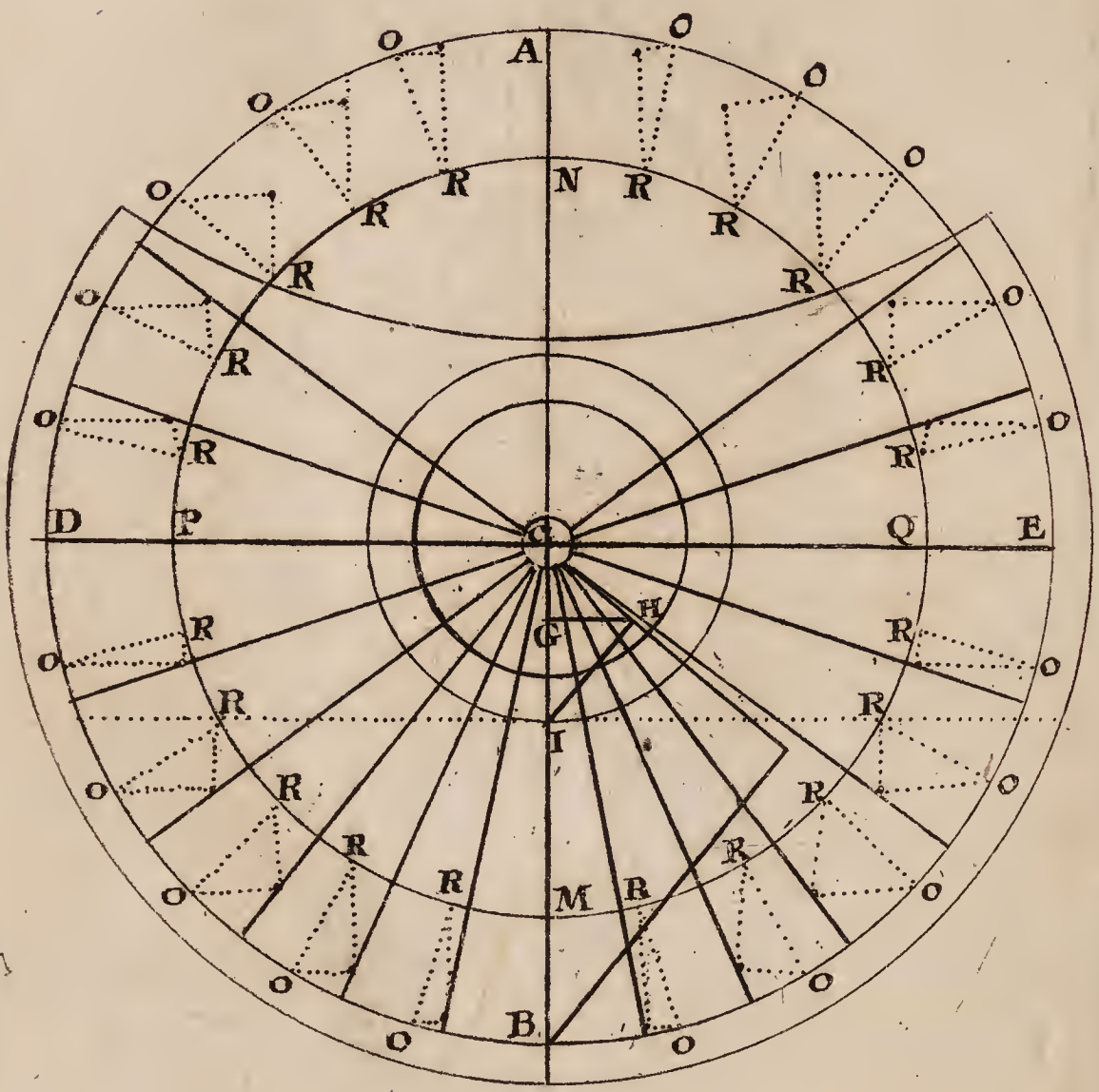


fig. 6.

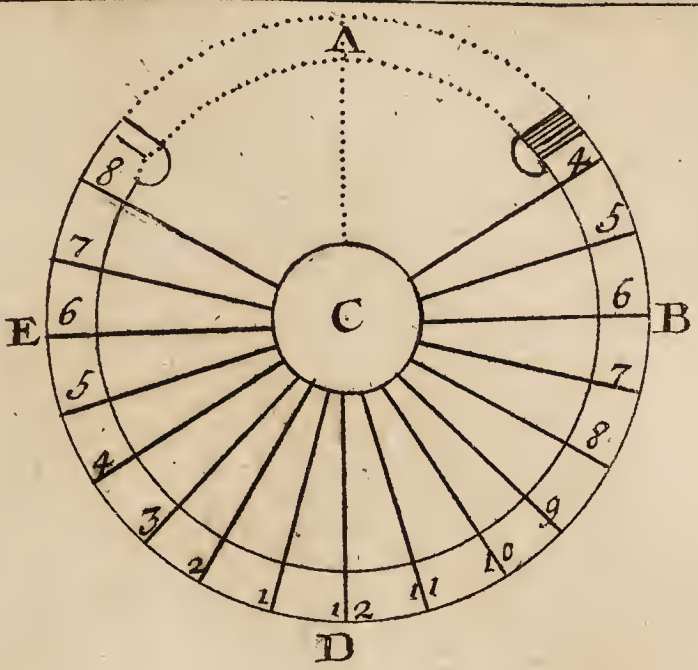


fig. 7.

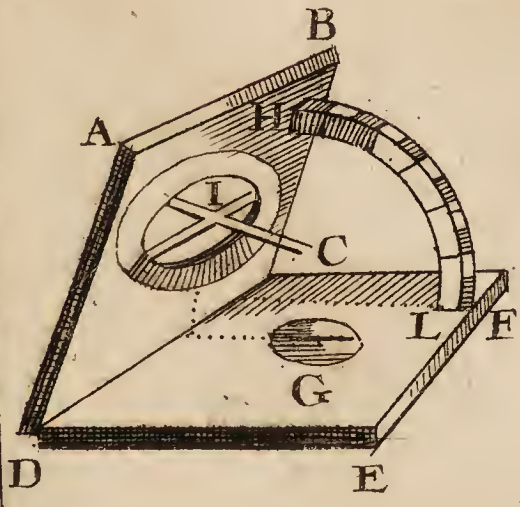
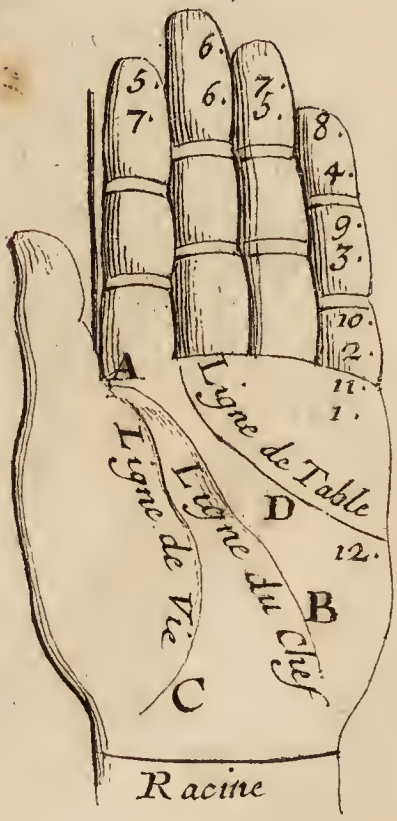
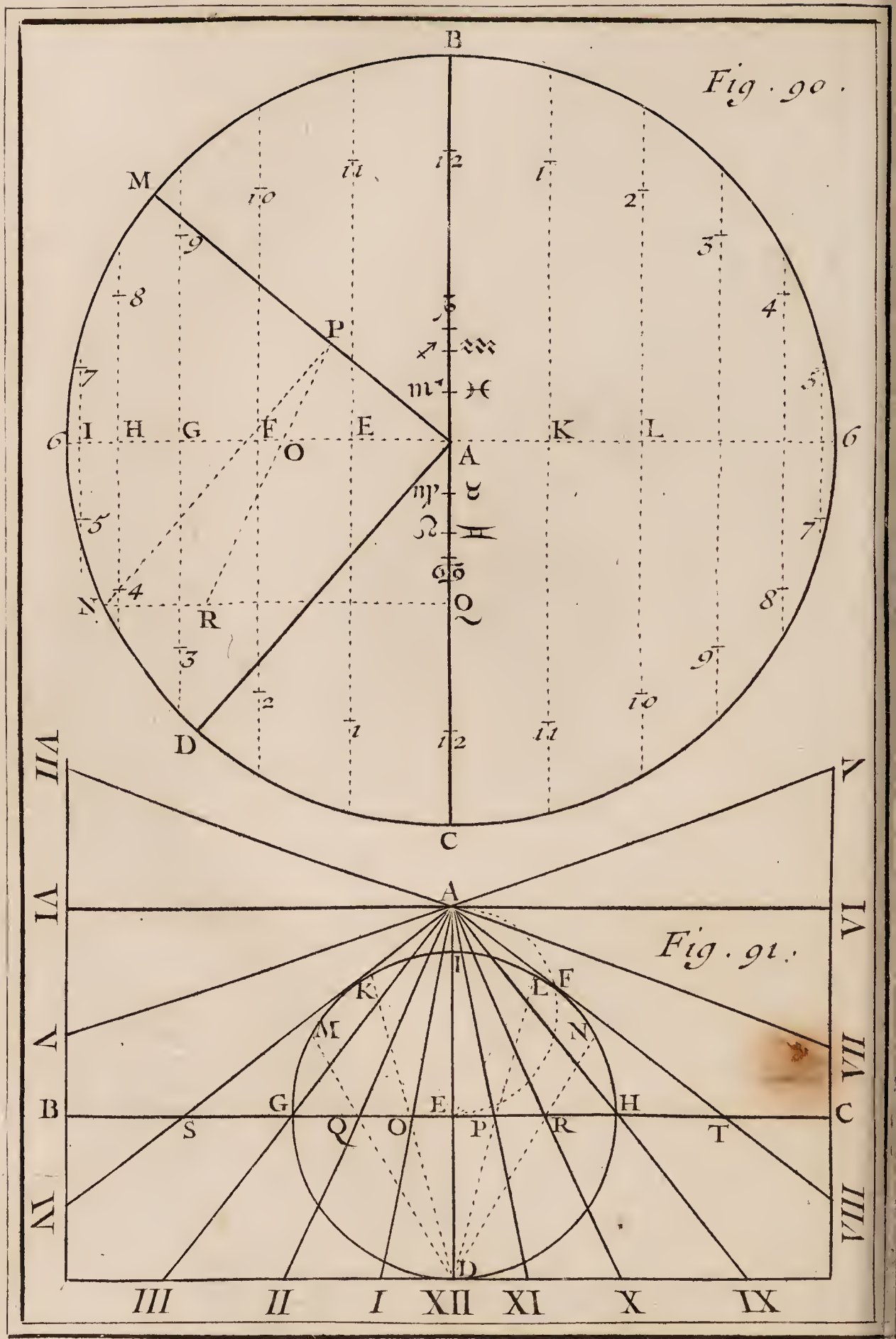
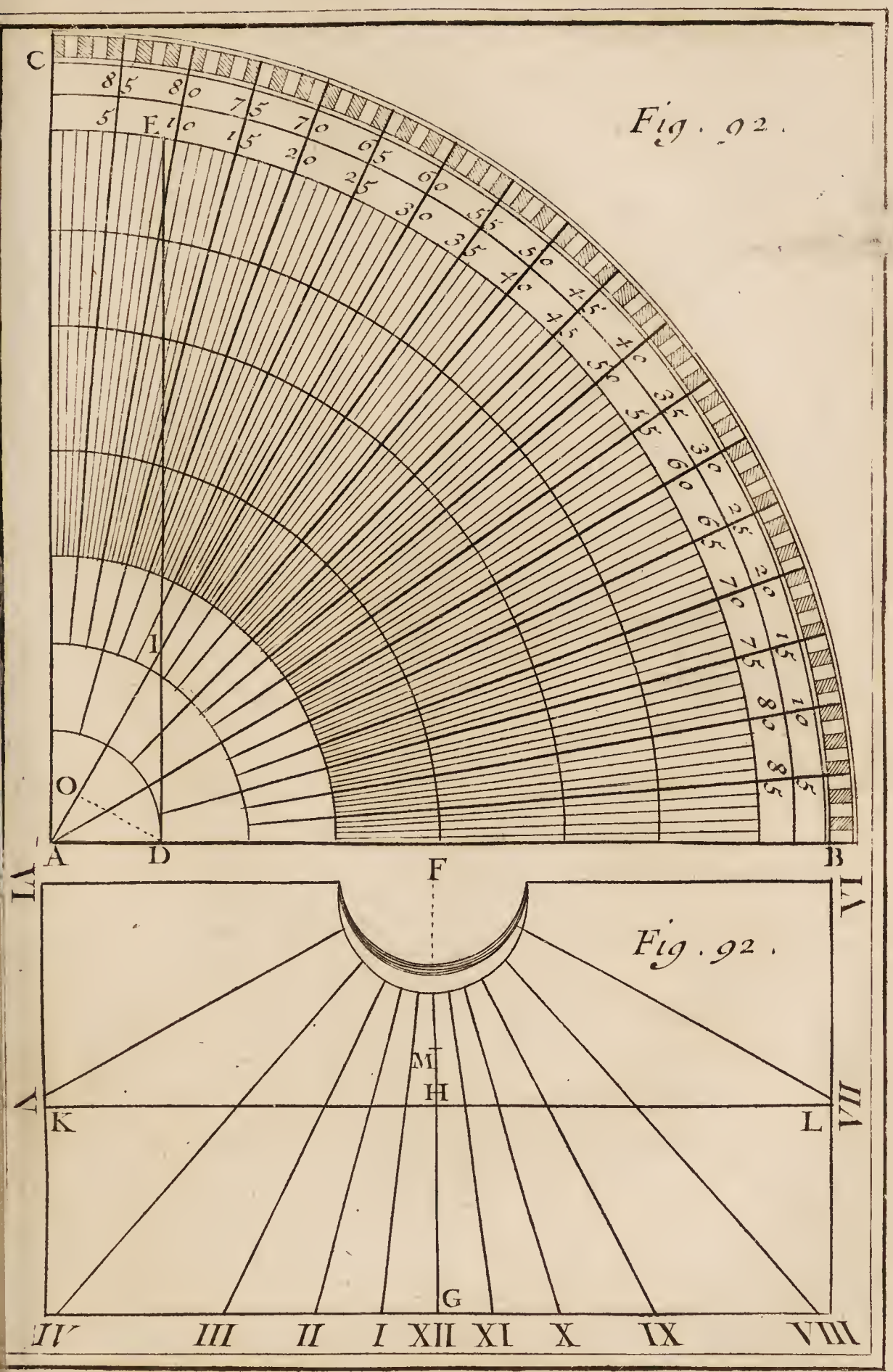


fig. 8.





Berey fecit — To. II. Pl. 7



erey fecit To. II. Pl. 8

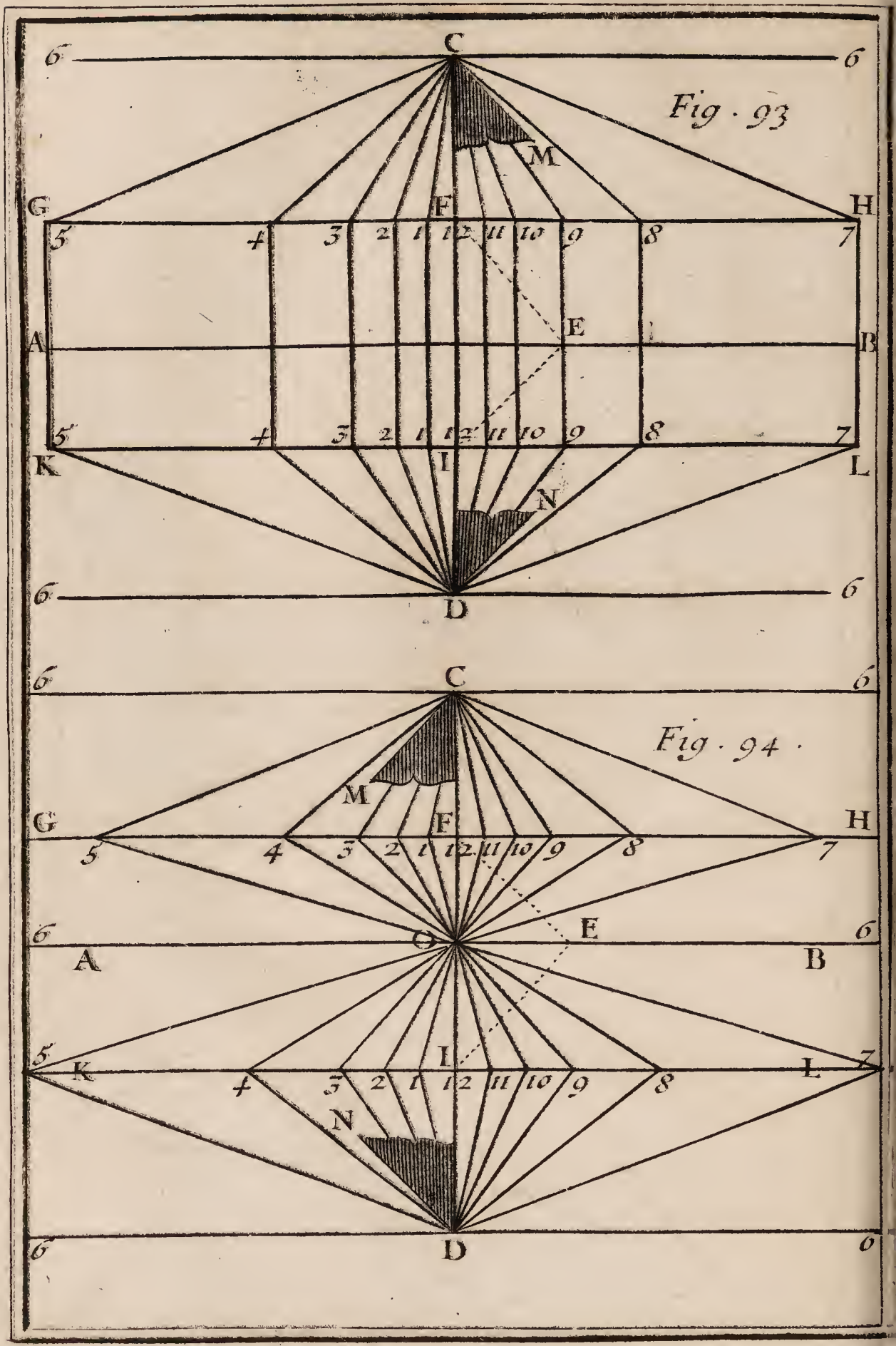
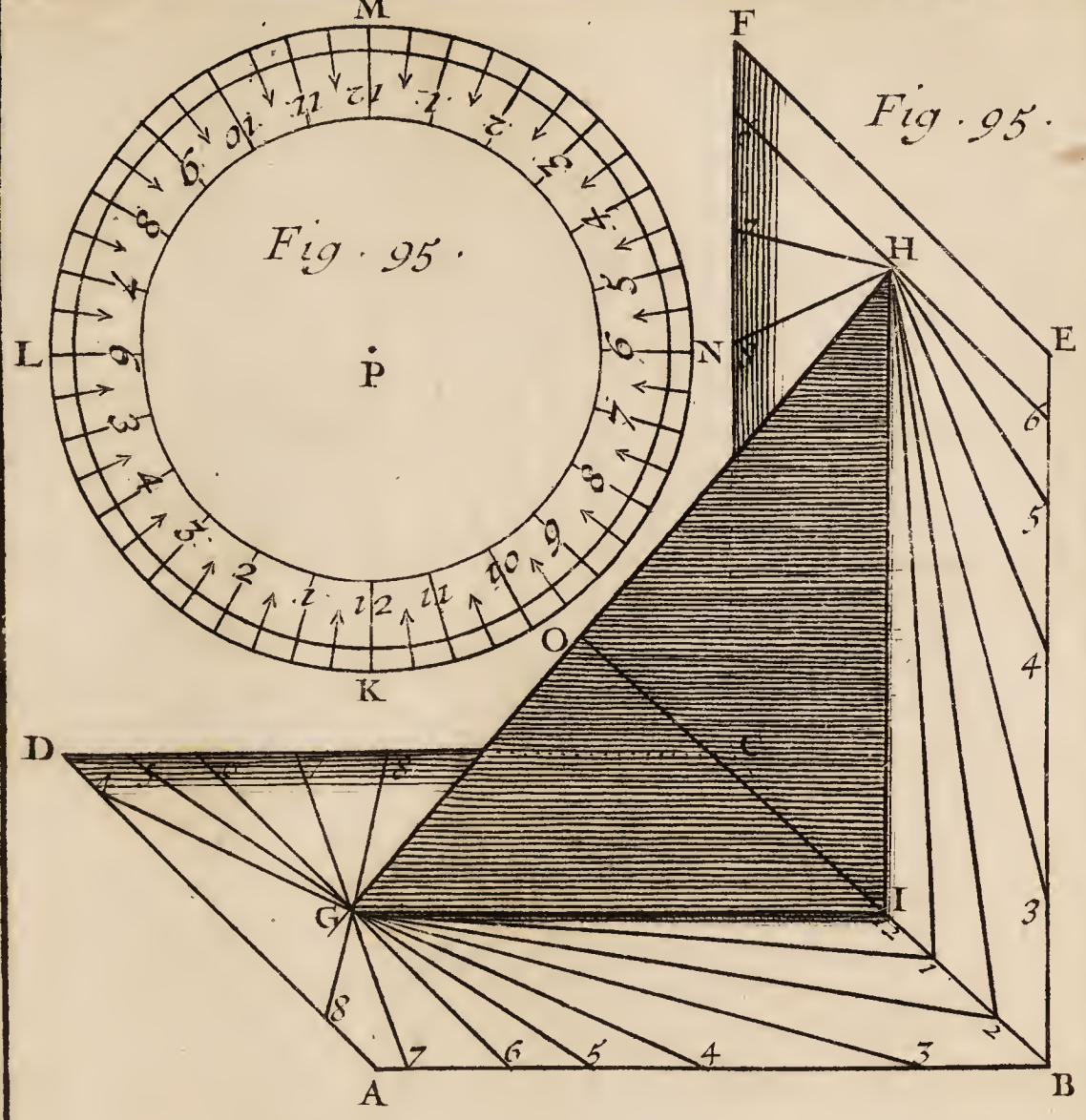


Fig. 93
C
6
6
M
G
H
F
5
4
3
2
1
12
11
10
9
8
7
E
A
B
I
K
L
N
D
Fig. 94.
C
M
G
H
F
E
A
B
I
K
L
N
D

To. II. Pl. 9.

Fig. 95.



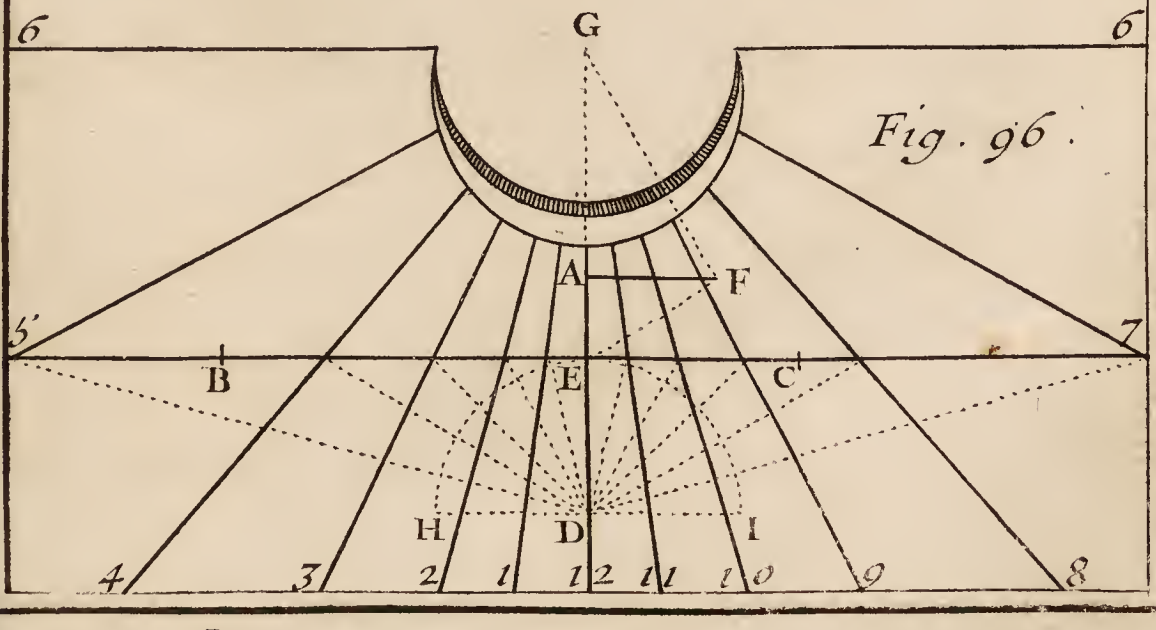
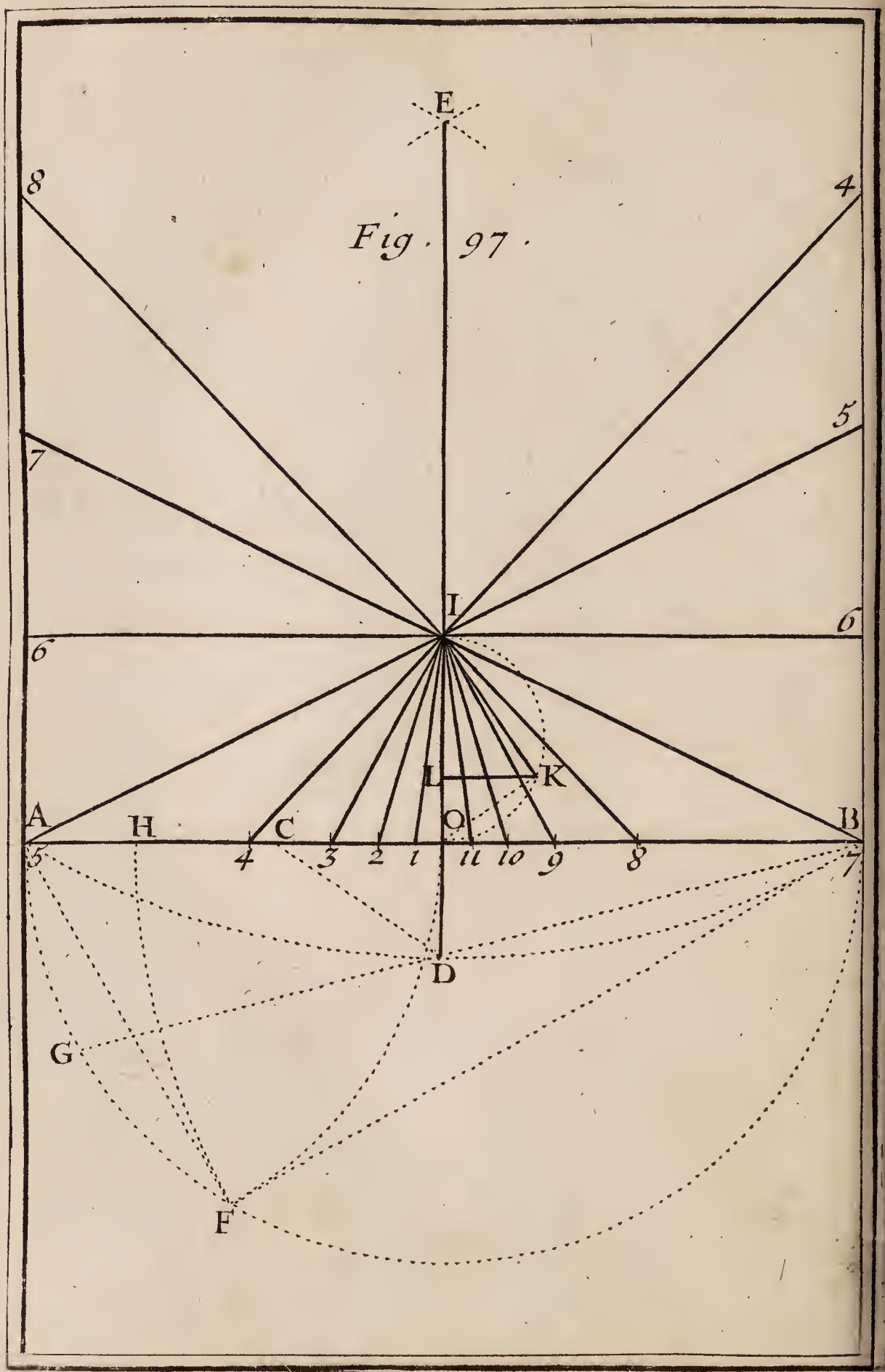
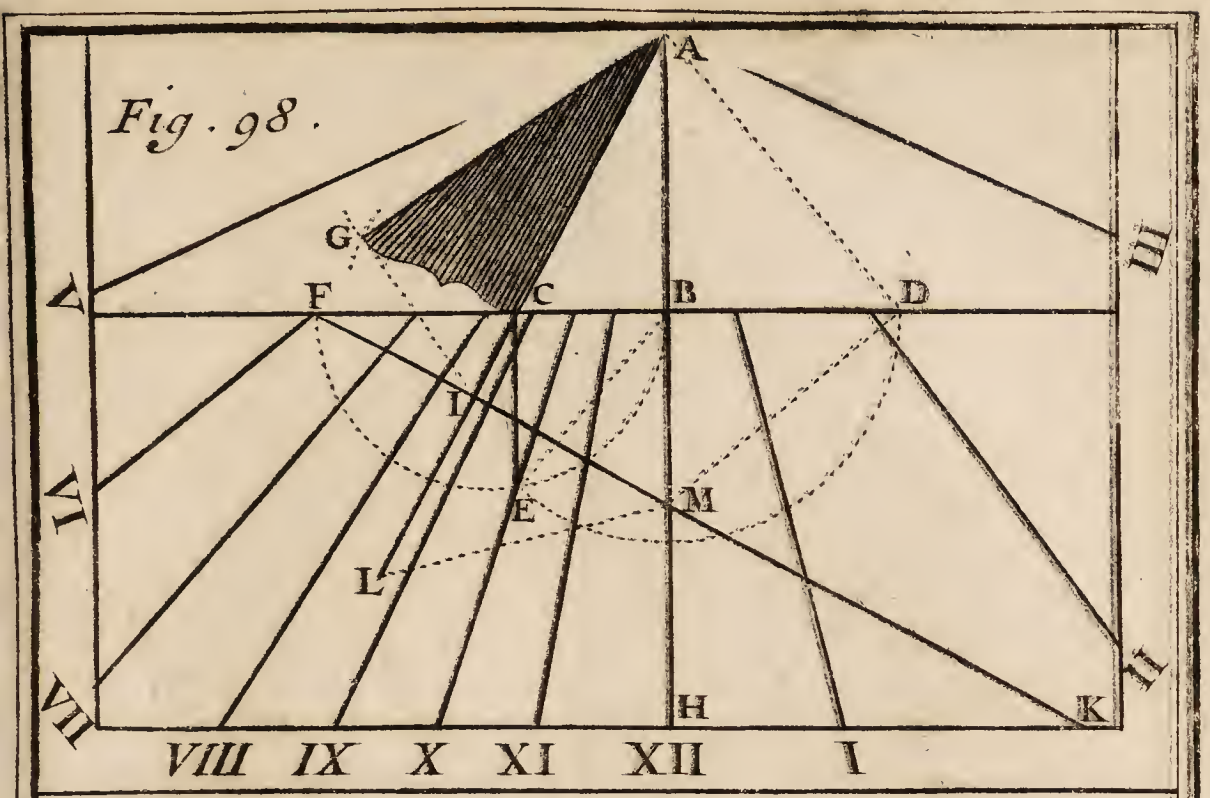
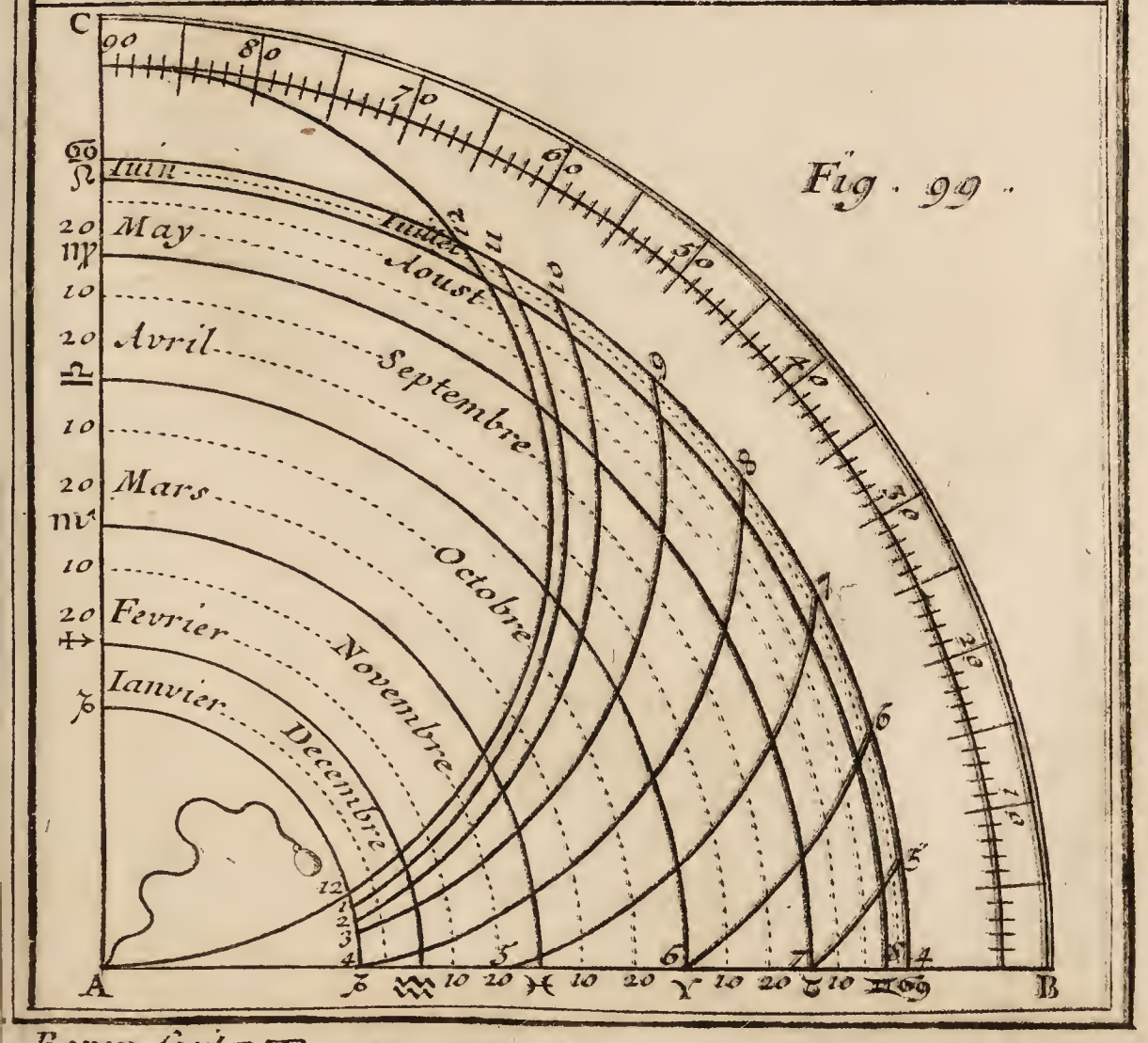


Fig. 96.

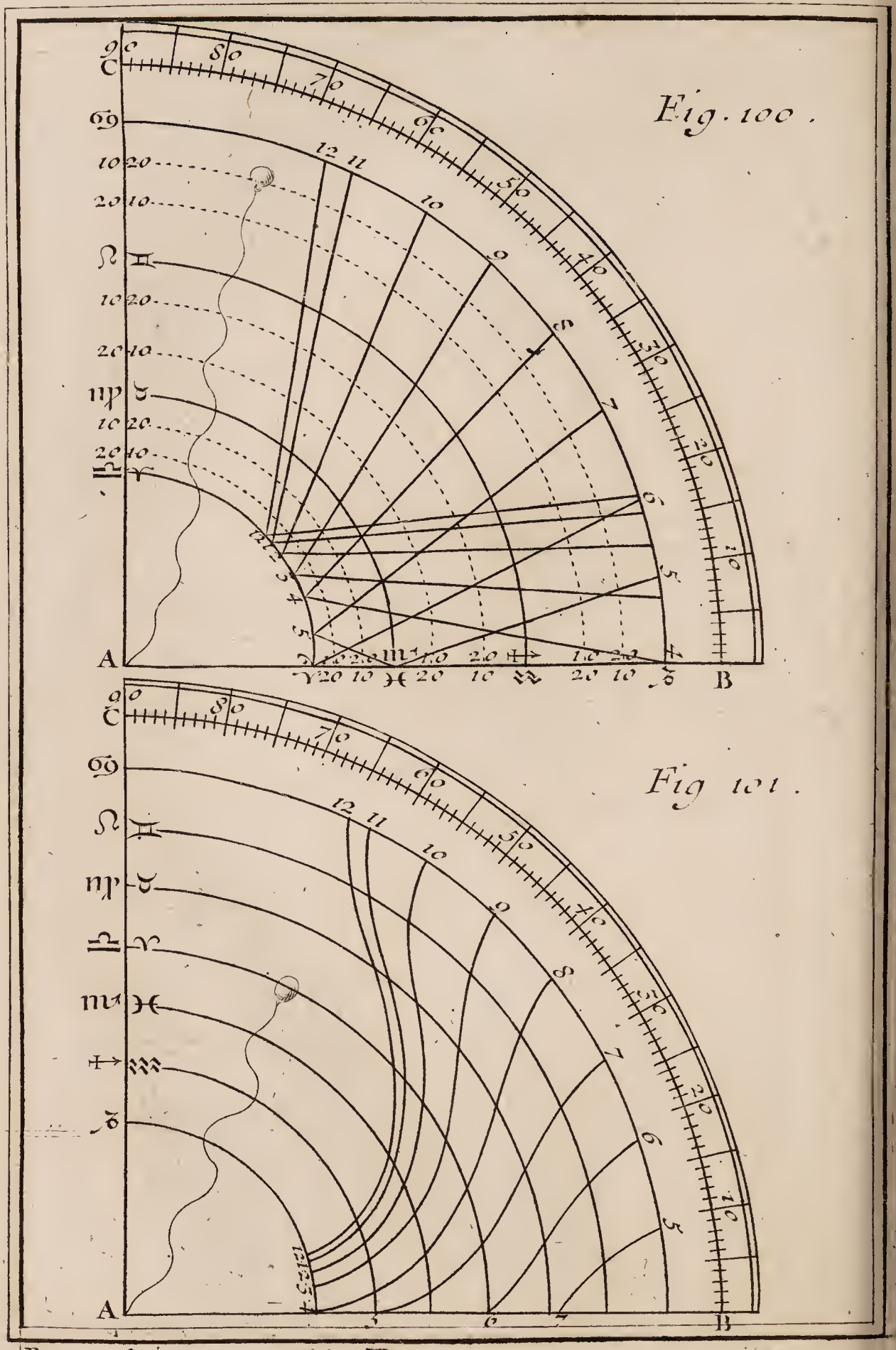


To. II. Pl. 11.





Berey fecit To. II. Pl. 12.



Berey fecit — To. II. Pl. 13

F. 102

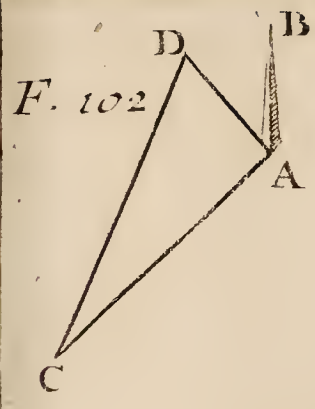
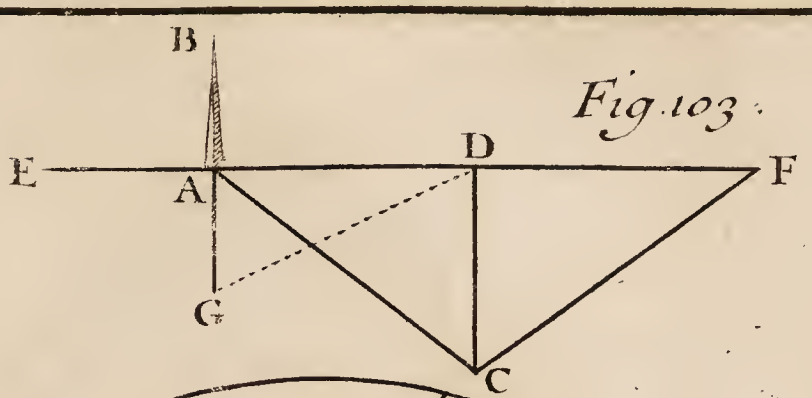


Fig. 103.



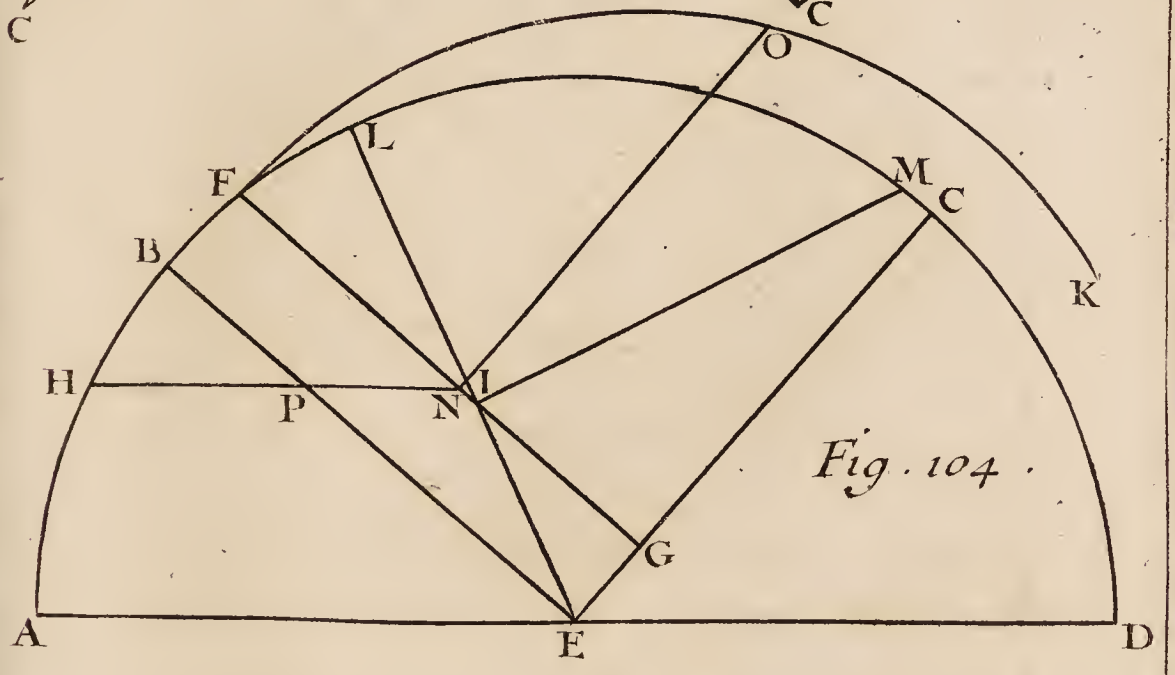


Fig. 104.

Fig. 105.

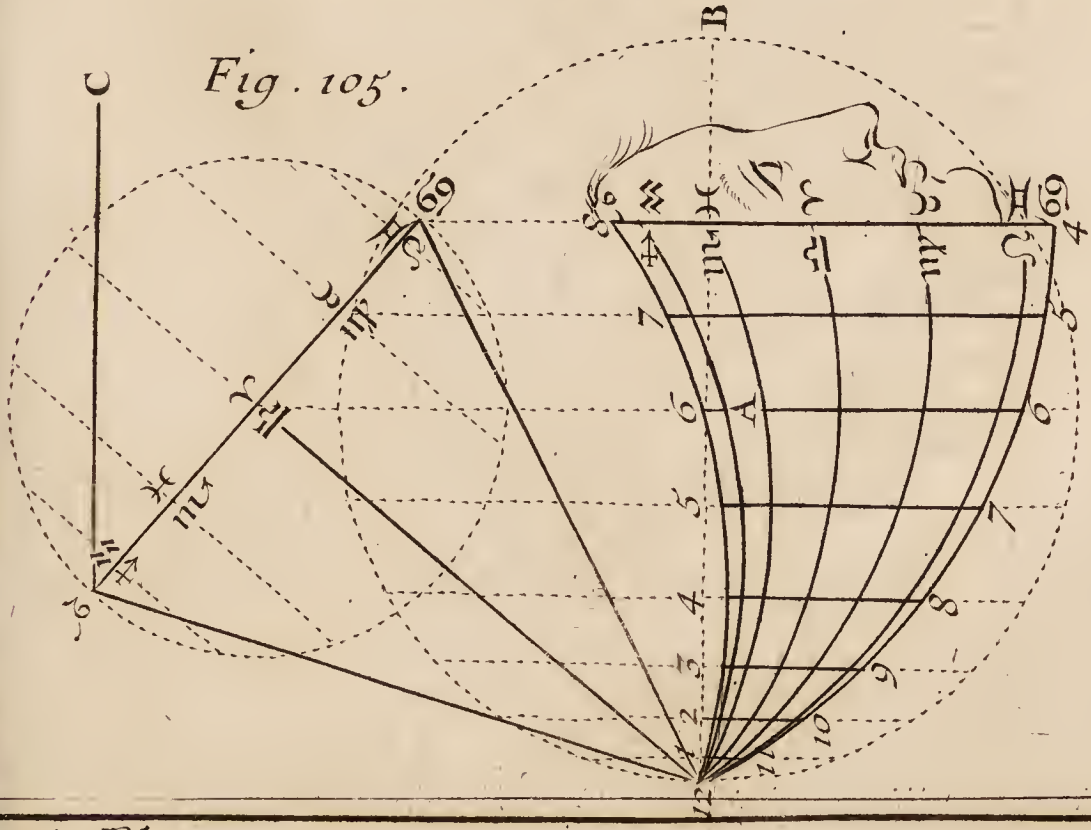


Fig. 106.

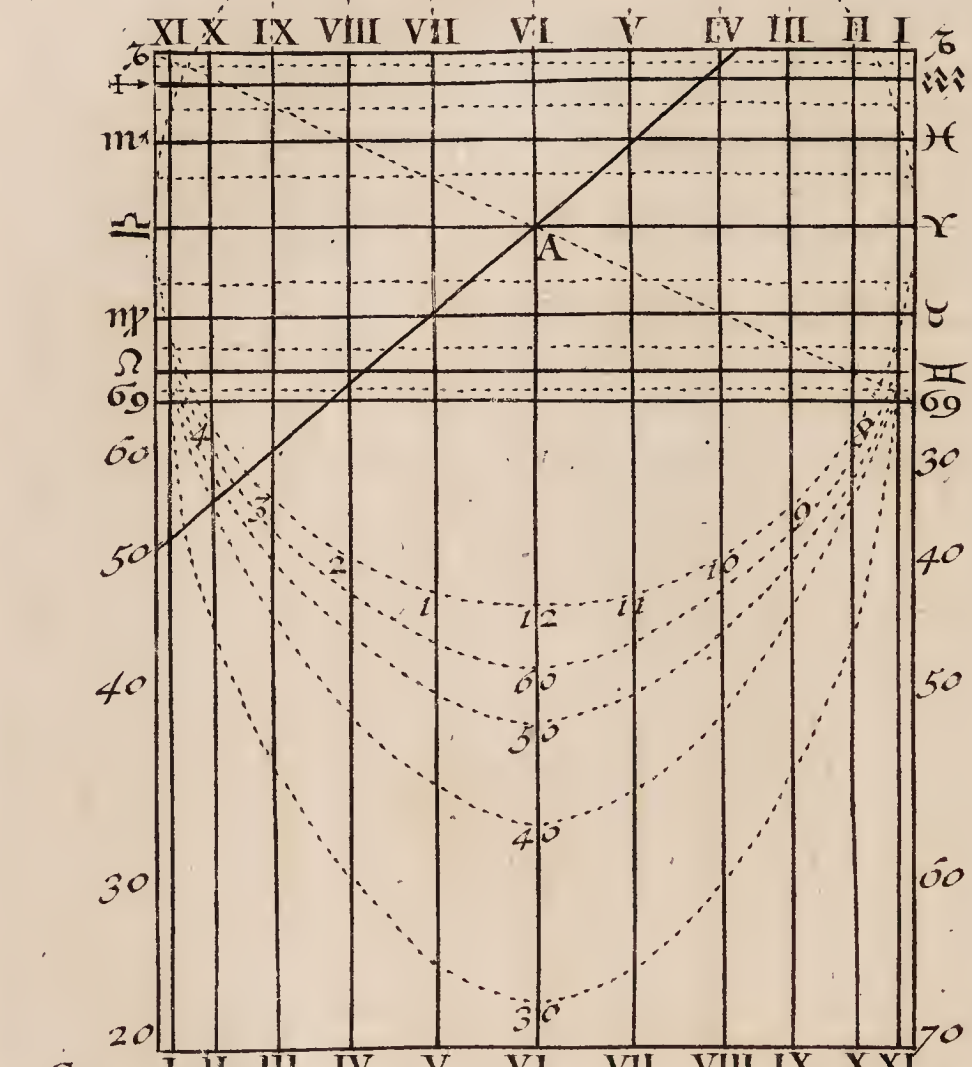
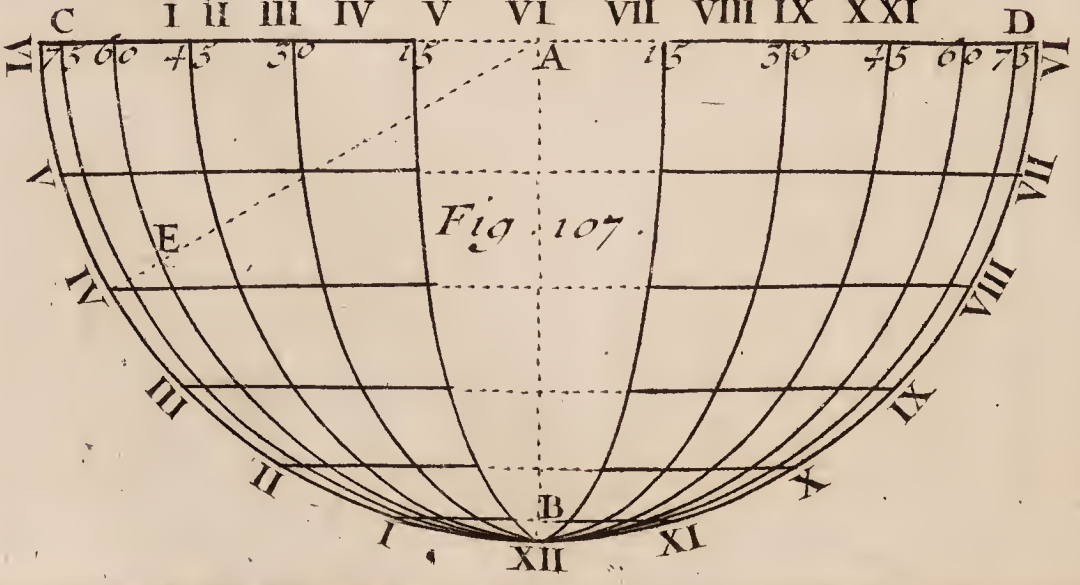


Fig. 107.



Berey fecit — To. II. Pl. 13

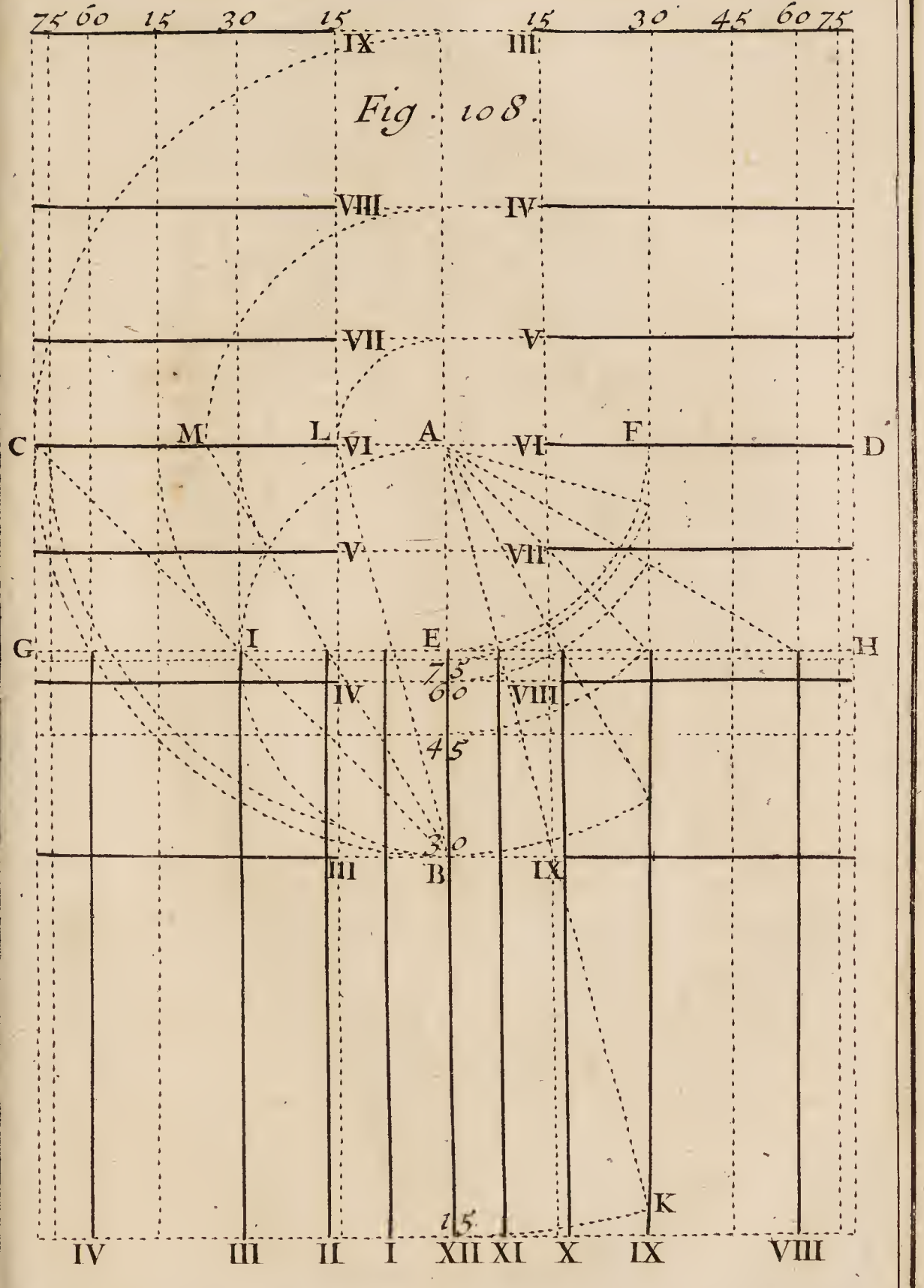
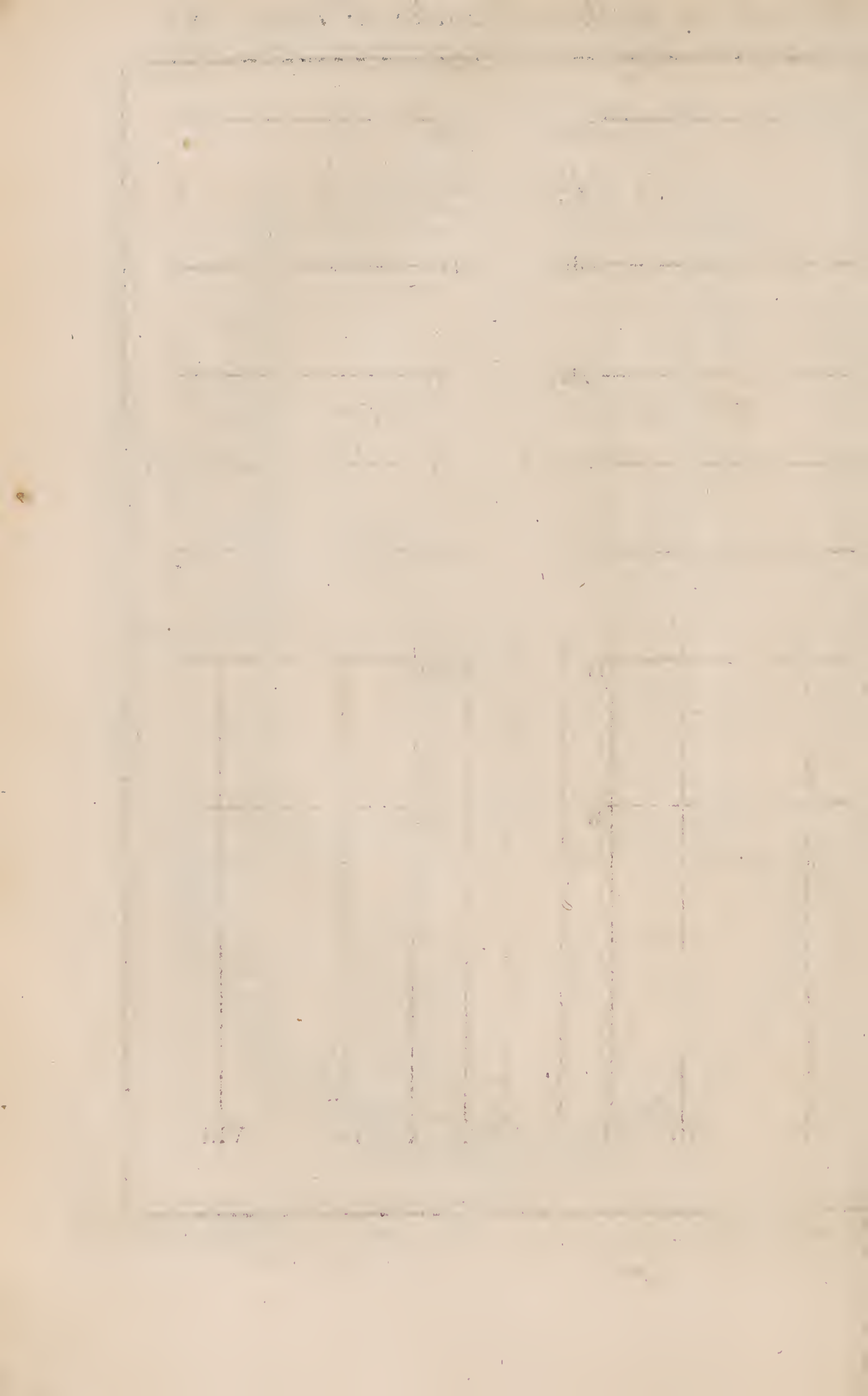


Fig. 108.

Berey fecit



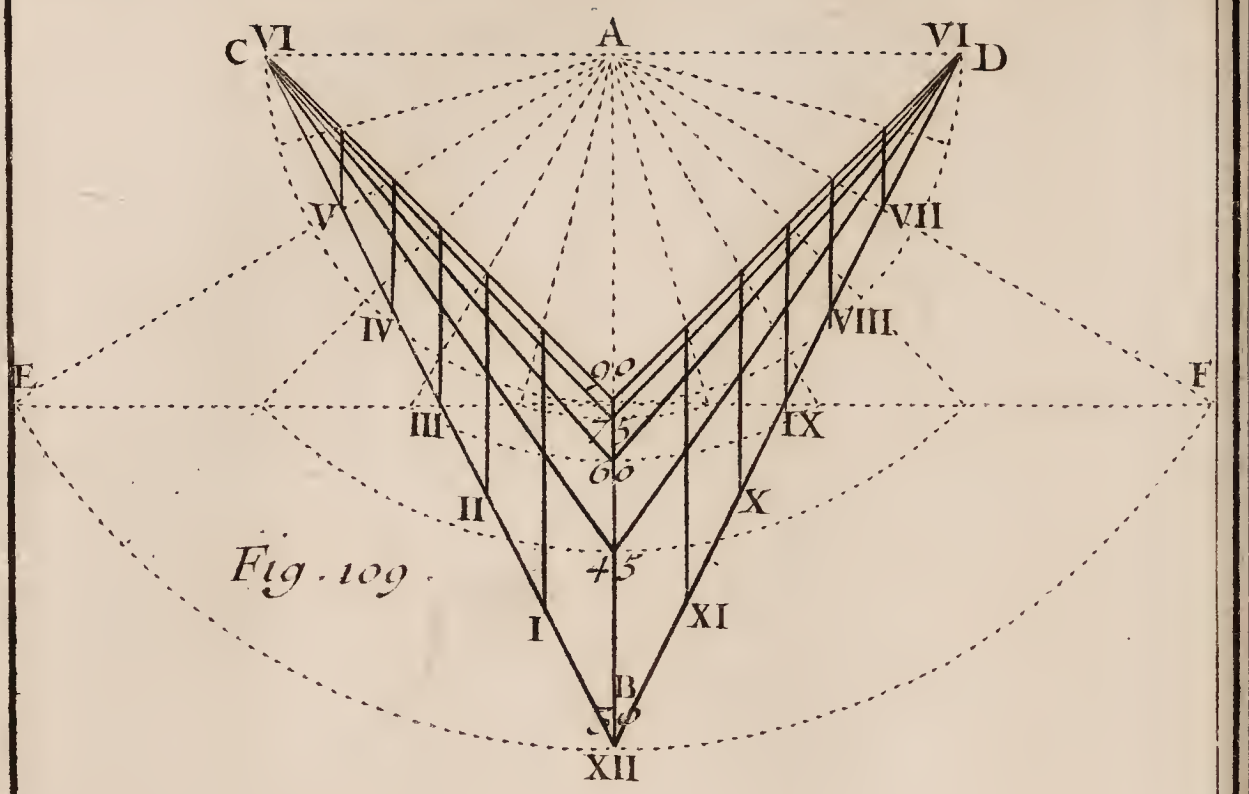


Fig. 109.

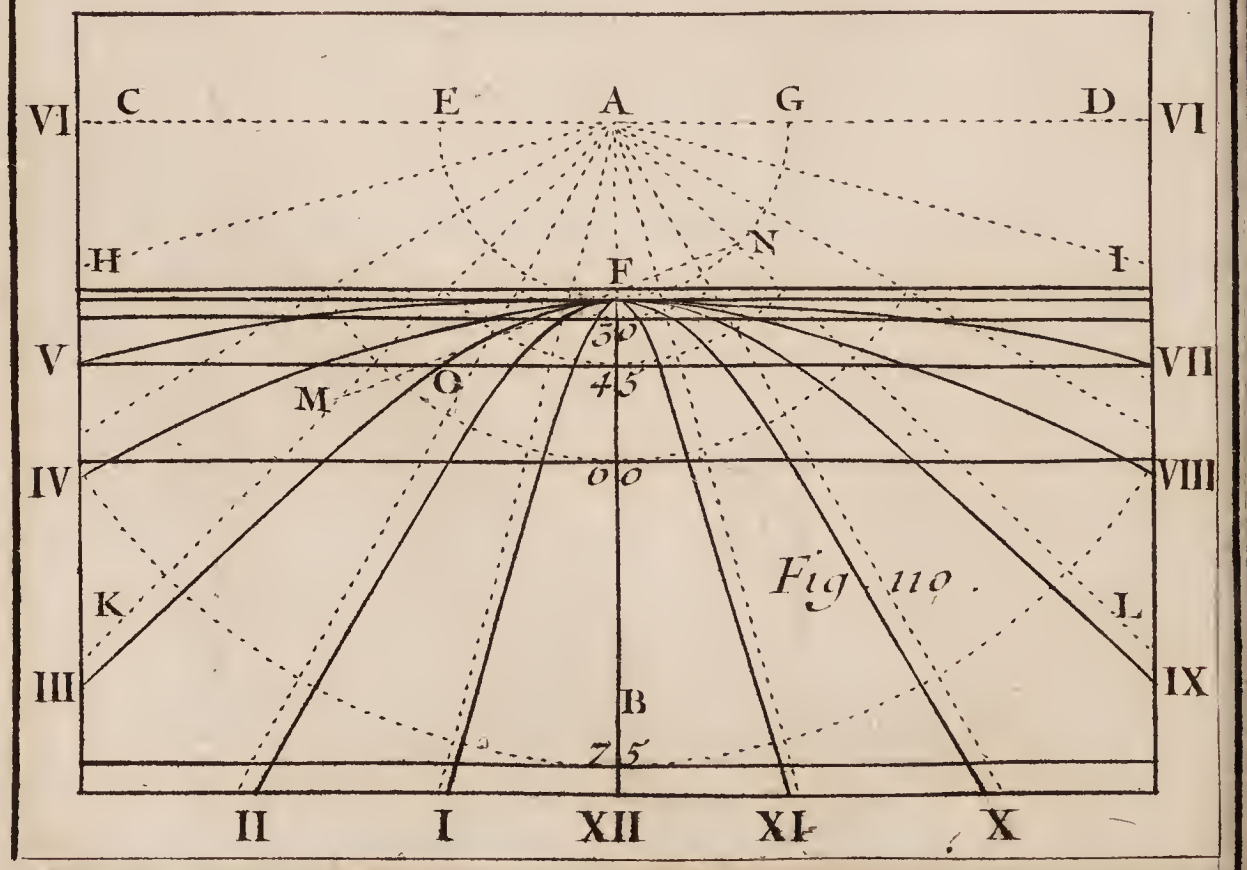


Fig. 110.

To. II. Pl. 17.

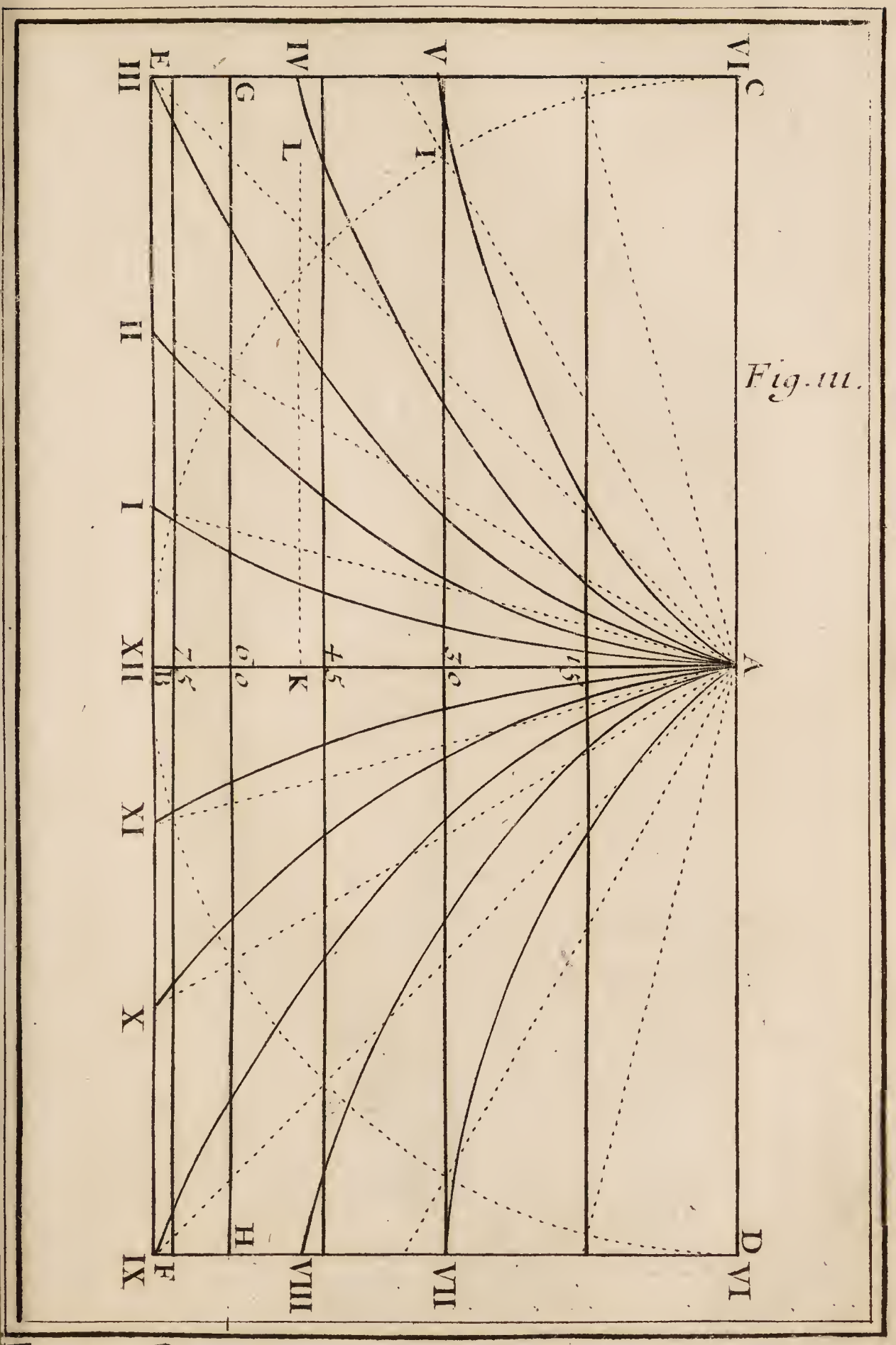


Fig. III.

To. II. Pl. 17.

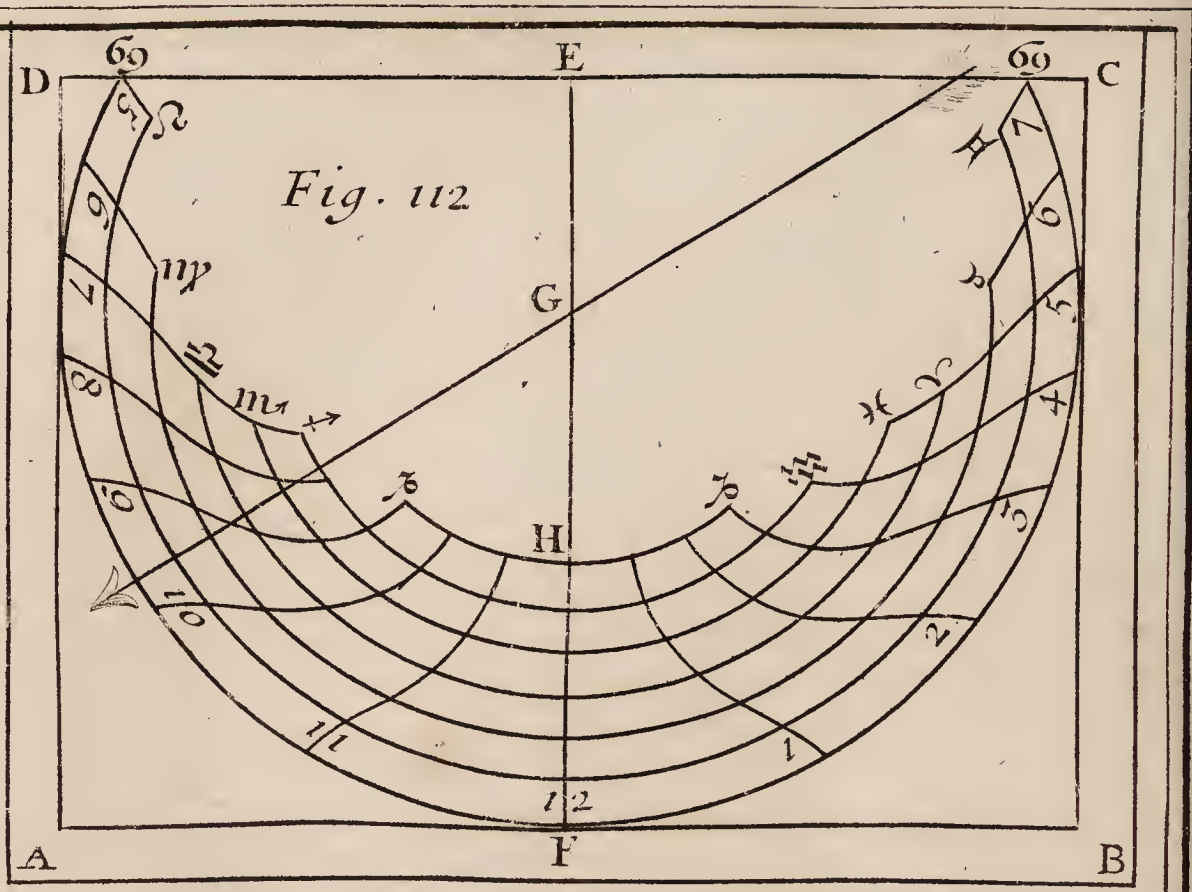


Fig. 112

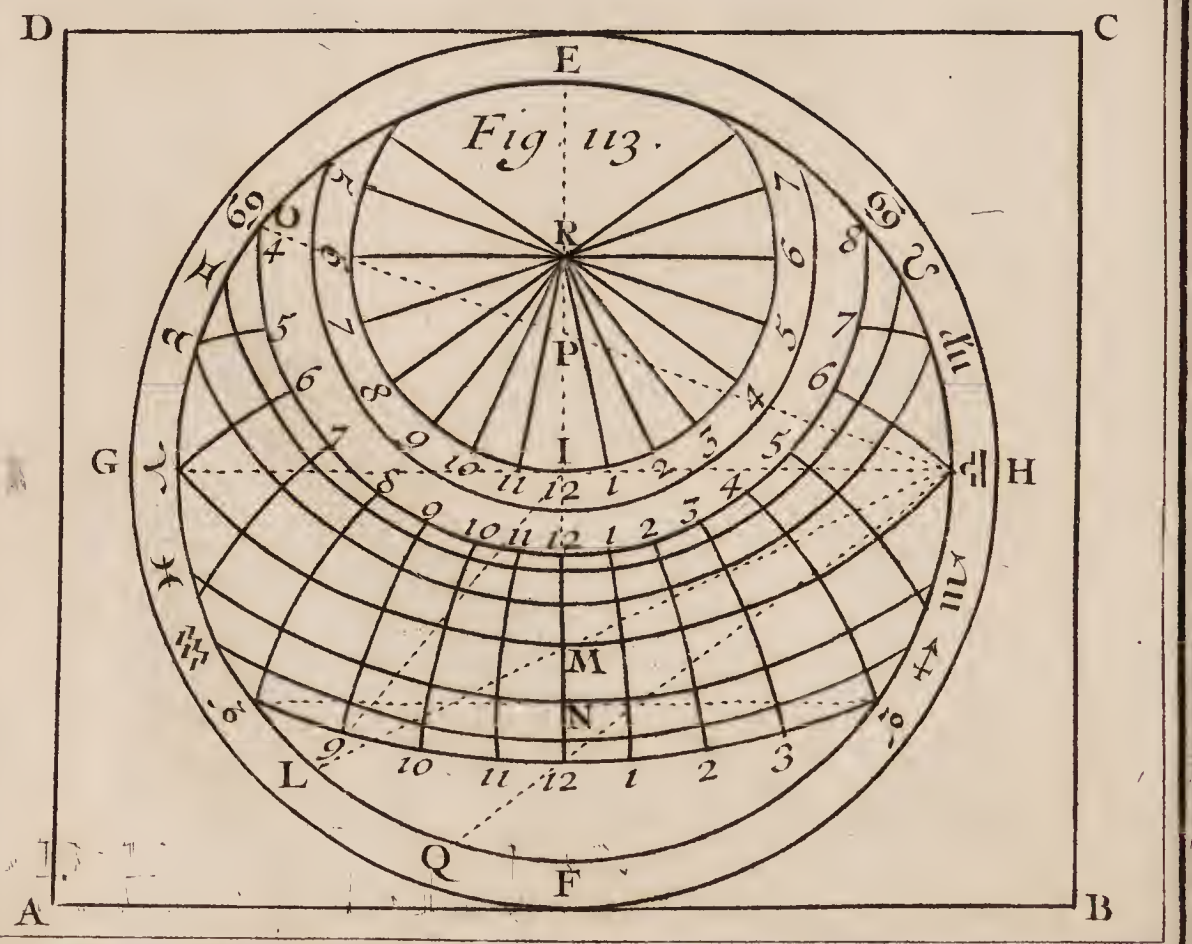


Fig. 113.

Berey, fecit — To. II. Pl. 18.

Fig. 114.

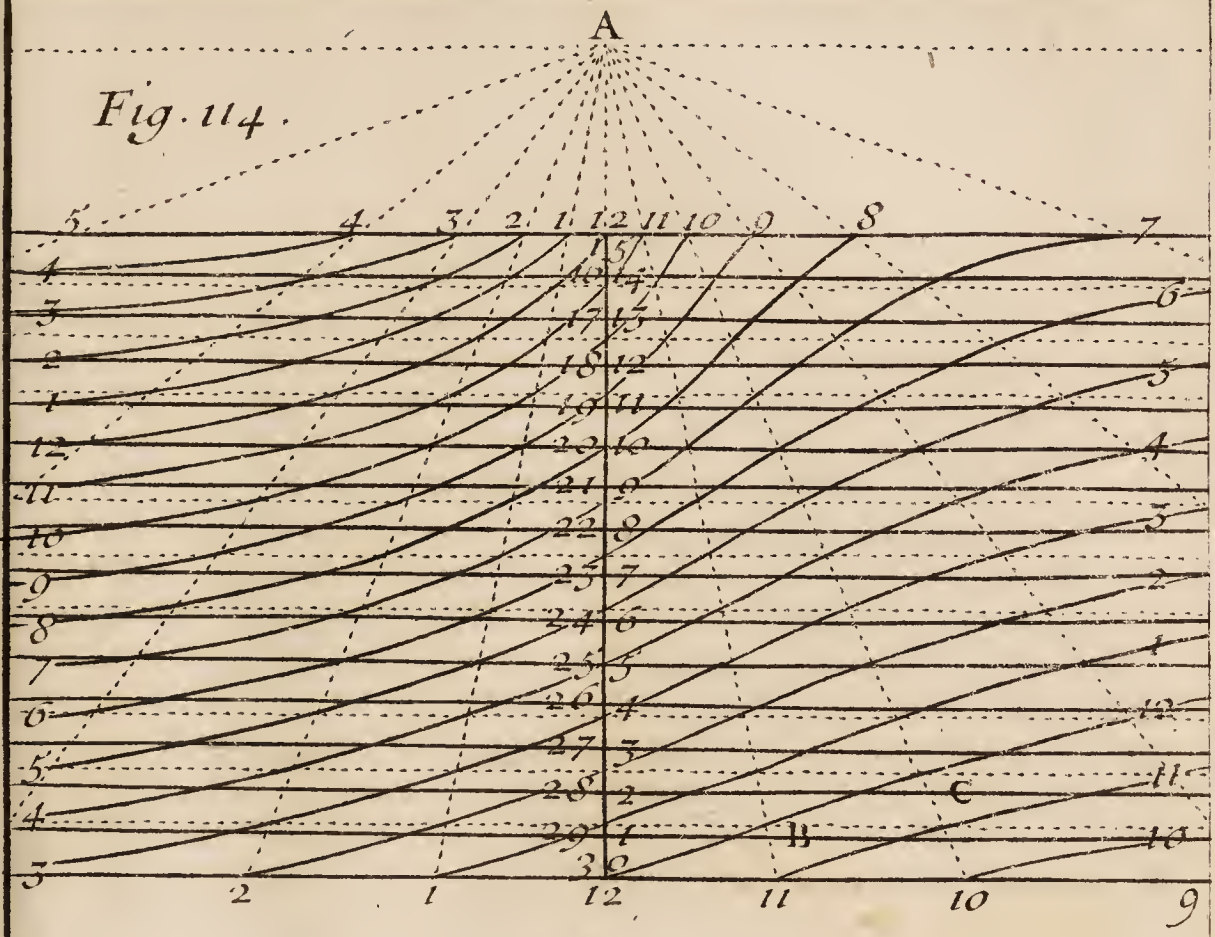
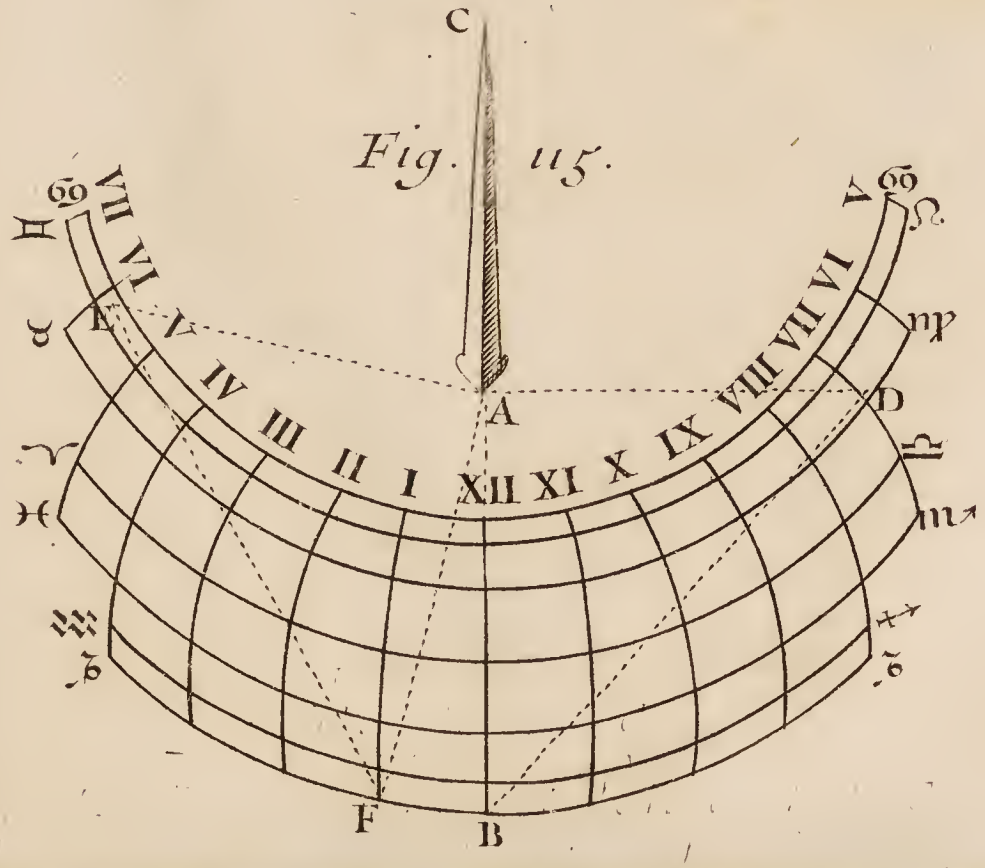


Fig. 115.



Bertey fecit — To. II. Pl. 19.

pag. 69

Figure. 9.

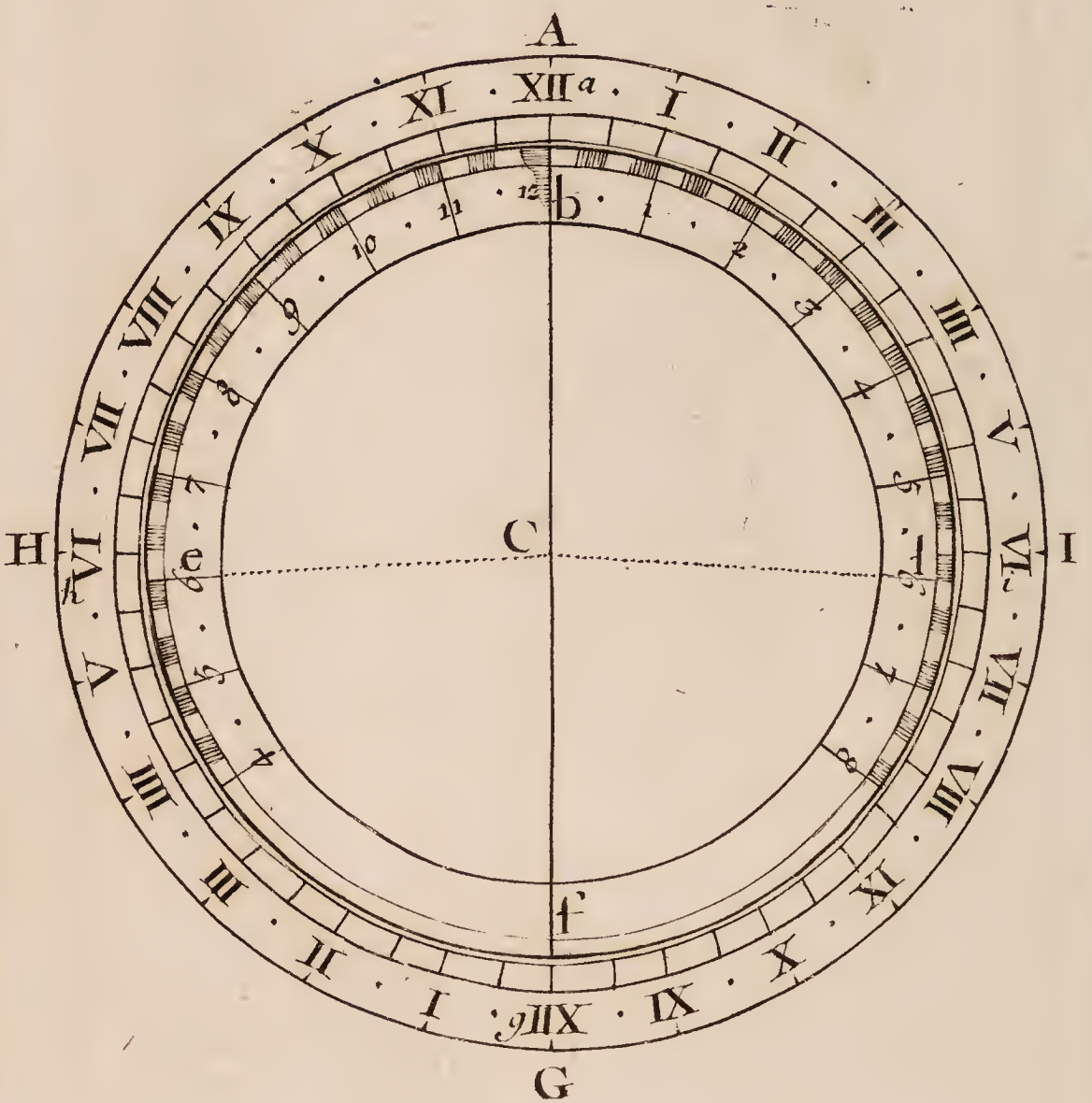


TABLE des Verticaux et des Hauteurs du Soleil en chaque heure du jour pour le commencement de chaque Signe pour la latitude de Paris de 48d 50. seruant a la construction du Cadran Cylindrique fixe. Les Verticaux et les Hauteurs du Soleil pour les demies heures sont marqués par une Etoile entre les Heures. l'Obliquité de l'Ecliptique de 23d 29

Plan. 8. *
Fig. 12.

	XII	*	XI I	*	X II	*	IX III	*	VIII IIII	*	VII V	*	VI	*	V VII	*	IIII VIII	
Verticaux du ☉ en ♋	15d 54	30d 25	43d 5	53d 48	62d 56	70d 49	77d 46	84d 2	89d 41	95d 23	100d 40	105d 58	111d 11	116d 28	121d 52			Le Soleil se leue a 4h 40 m et se couche a 7h 50. 10 20 Le Vertical du Soleil est de 27. 15
Hauteurs du ☉	63 37	62 1	59 4	55 22	51 10	46 38	41 53	37 0	32 4	27 9	22 16	17 28	12 47	8 16	3 57			
Verticaux du ☉ en ♊ et ♌	14 39	28 6	40 10	50 40	59 44	67 41	74 46	81 10	87 9	92 48	98 15	103 30	108 56	114 20	119 51			Le Soleil se leue a 4h 20 m et se couche a 7h 40 m. Le Vertical du Soleil est de 121. 37.
Hauteurs	61 25	60 42	58 55	56 9	52 38	48 36	44 10	39 20	34 39	29 48	24 48	19 54	15 3	10 19	5 44	1 20		
Verticaux du ☉ en ♍ et ♎	12 2	23 34	31 13	43 59	52 44	60 30	67 46	74 21	80 32	86 29	92 4	97 38	103 11					Le Soleil se leue a 5h 6 m et se couche a 8h 53. 40 Le Vertical du Soleil est de 107. 38.
Hauteurs	52 40	52 8	50 38	48 15	45 8	41 26	37 19	32 53	28 12	23 23	18 20	13 33	8 38	3 47				
Verticaux du ☉ en ♈ et ♎	9 55	19 30	28 49	37 29	45 33	53 2	59 59	66 31	72 41	78 36	84 20	90						Le Soleil se leue et se couche a 6h heures. Le Vertical de Soleil
Hauteurs	41 10	40 44	39 29	37 27	34 45	31 29	27 44	23 37	19 13	14 35	9 49	4 56						
Verticaux du ☉ en ♓ et ♏	8 26	16 46	24 40	32 28	39 47	46 42	53 16	59 30	65 27	71 12								Le Soleil se leue a 5h 20 m et se couche a 8h 40 m. Le Vertical du Soleil est de 72. 22.
Hauteurs	29 40	29 17	28 13	26 29	24 7	21 12	17 49	14 2	9 56	5 33	0 58							
Verticaux du ☉ en ♒ et ♐	7 31	14 57	22 12	29 13	36 57	42 27	48 34	54 28										Le Soleil se leue a 5h 20 m et se couche a 8h 40 m. Le Vertical du Soleil est de 58. 22.
Hauteurs	20. 50	20 39	19 42	18 7	15 59	13 19	10 12	6 41	2 49									
Verticaux du ☉ en ♑	7 12	14 20	21 18	28 4	34 36	40 50	46 50	52 35										Le Soleil se leue a 5h 0 m et se couche a 8h 40 m. Le Vertical pour cette heure est de 52. 45.
Hauteurs	17 41	17 22	16 27	14 57	12 52	10 19	7 18	3 53	0 7									

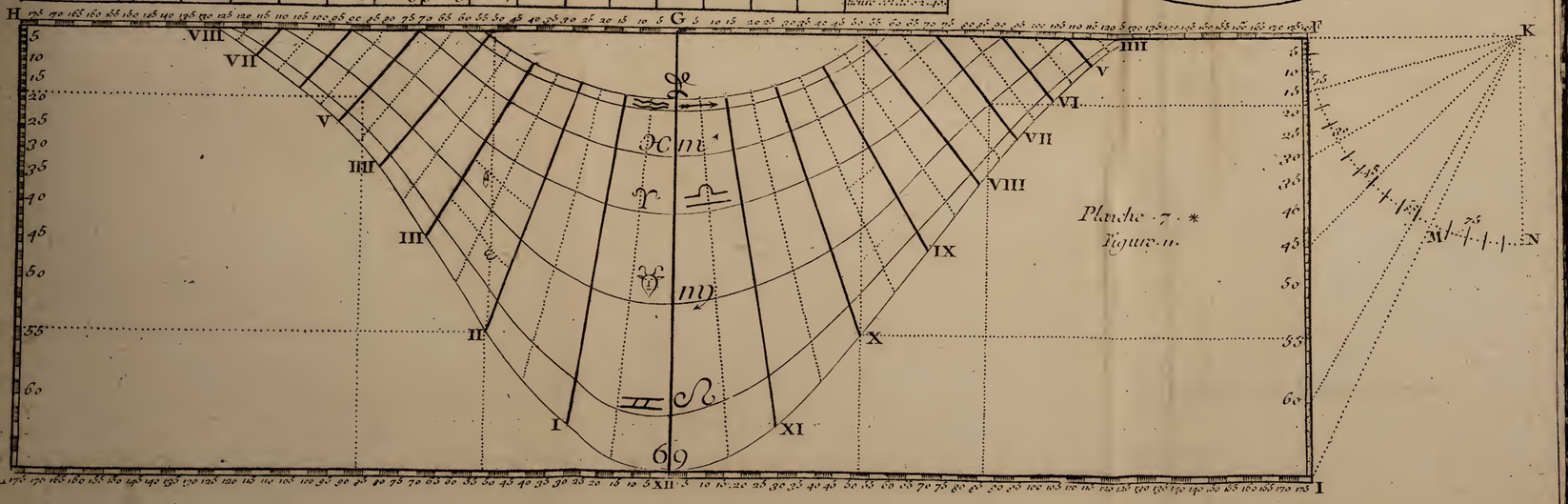


Planche. 6. *
Fig. 10.

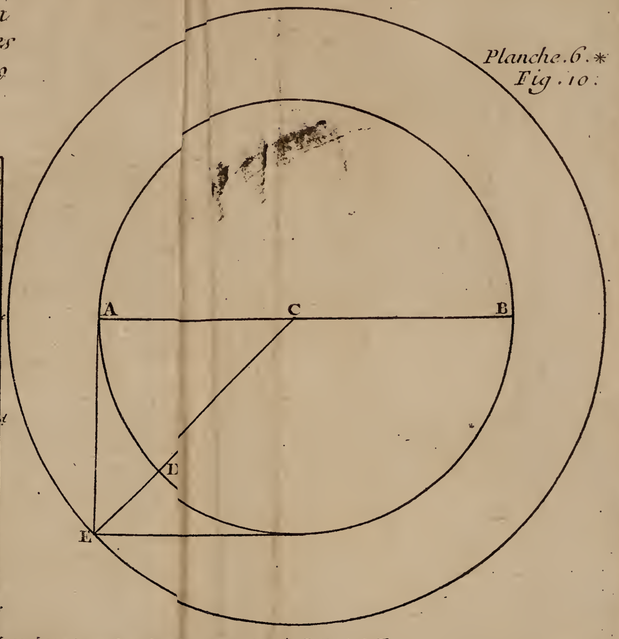
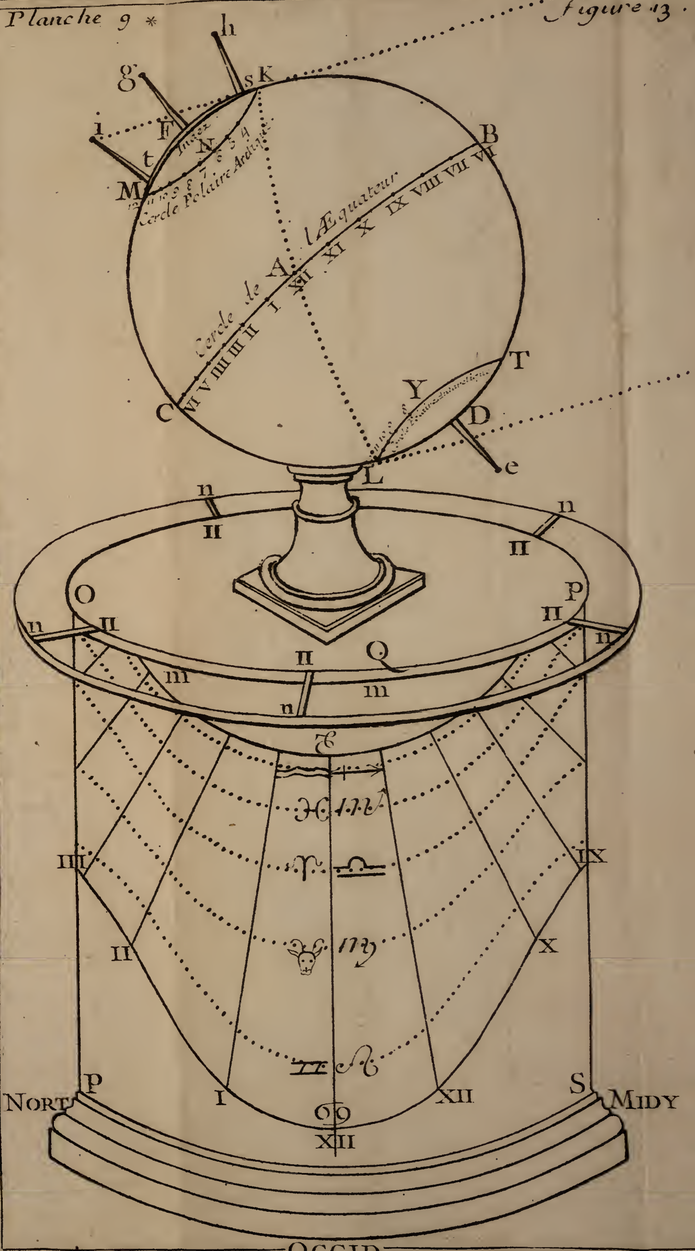
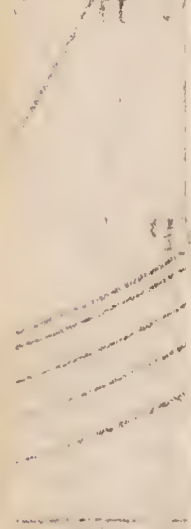


Planche 9 *
Figure 13.



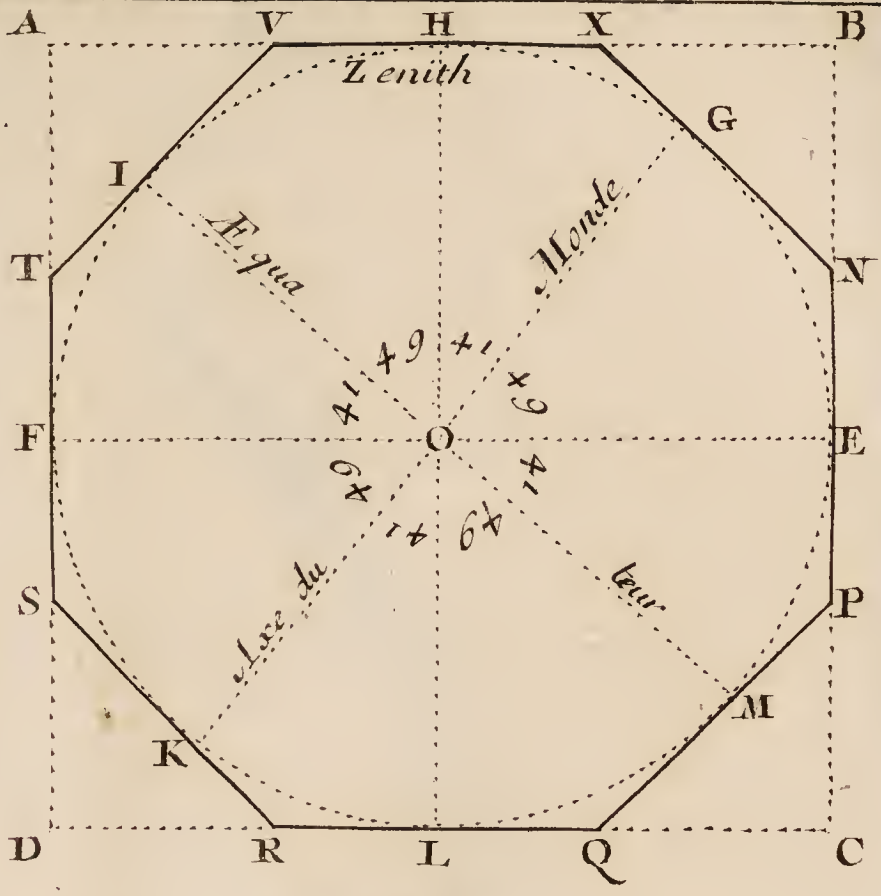
Recreat. Mathem. Gnomonique.

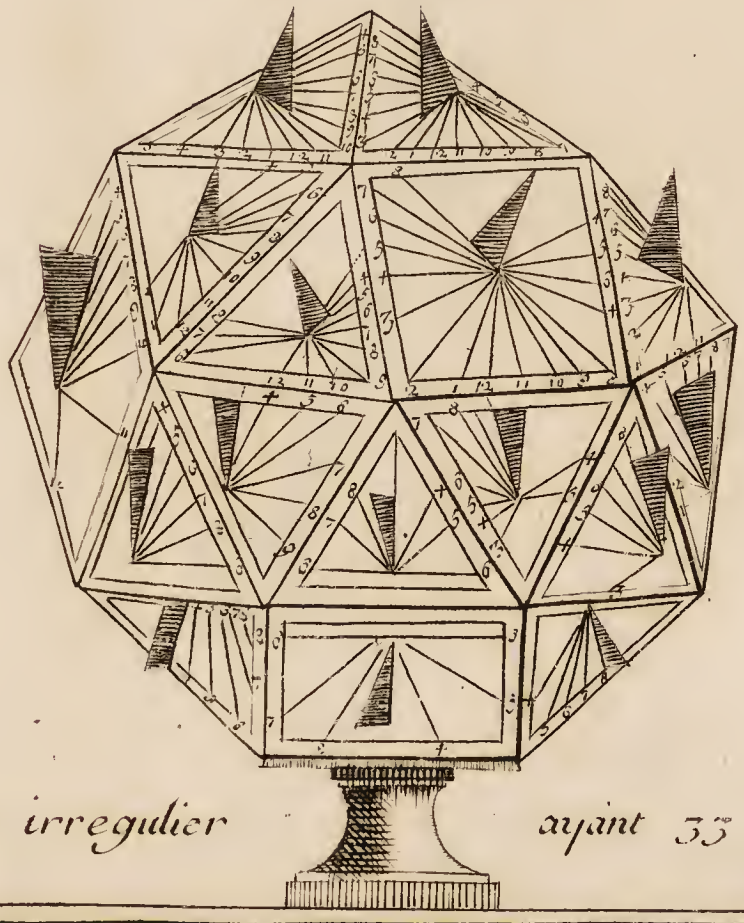
Gravé par F. Baillieul l'Aîné



pag. 91.

Fig. 14





Corps irregulier ayant 33. faces

Cheratier, Sculp. To. II. Pl. 22.

CADRAN UNIVERSEL

Fig. 15.

De Berey fils fecit

Tom. II. Pl. 23

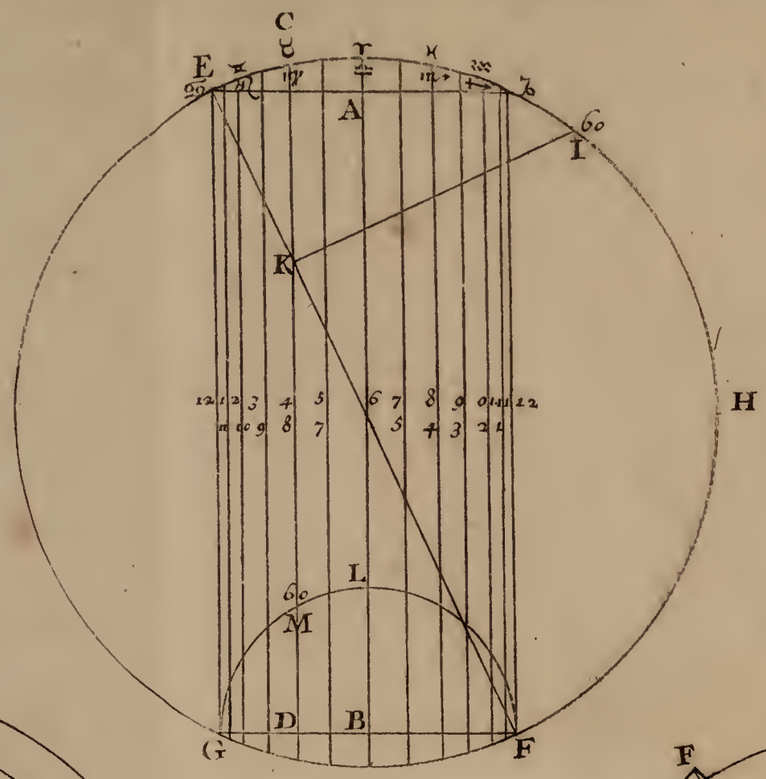


Figure 16

Figure 17

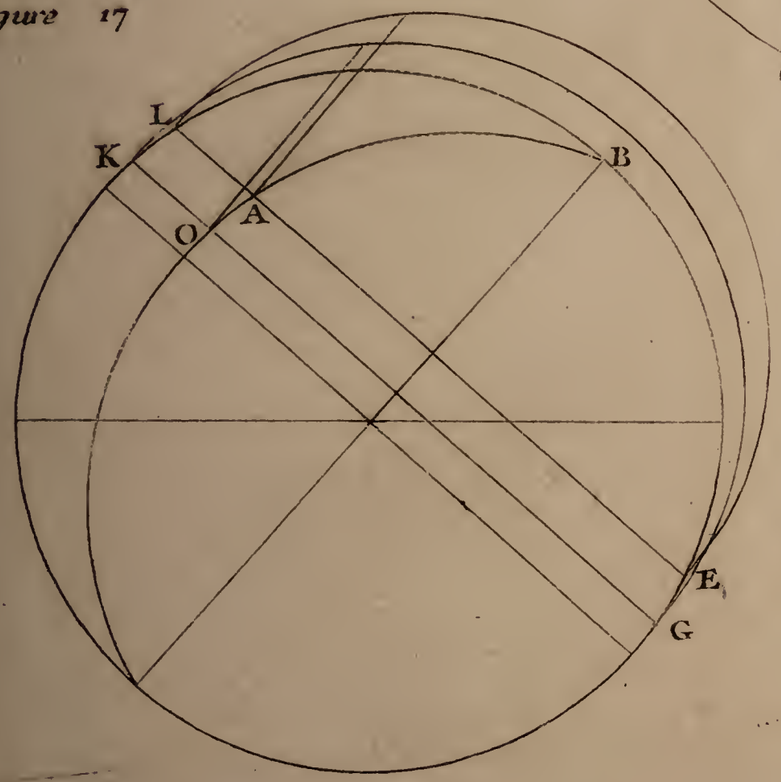
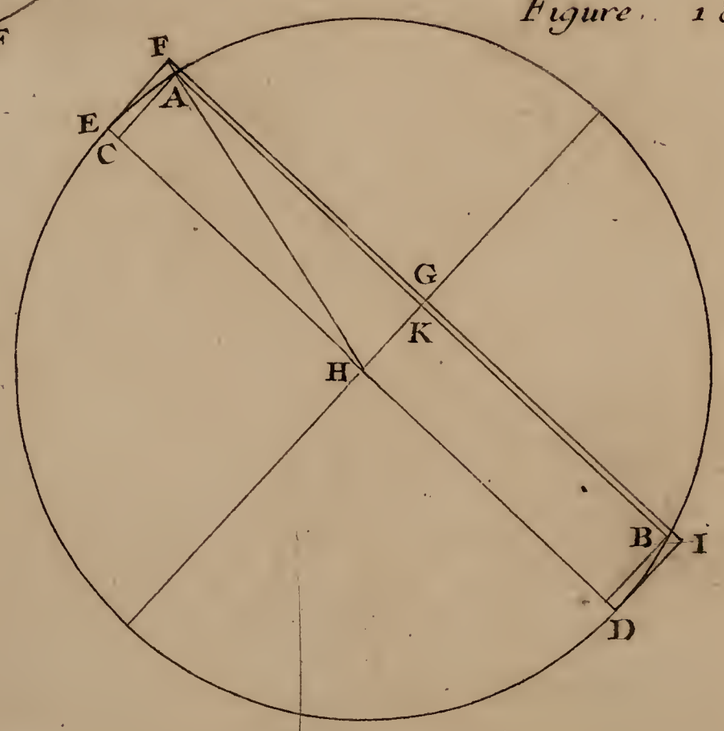
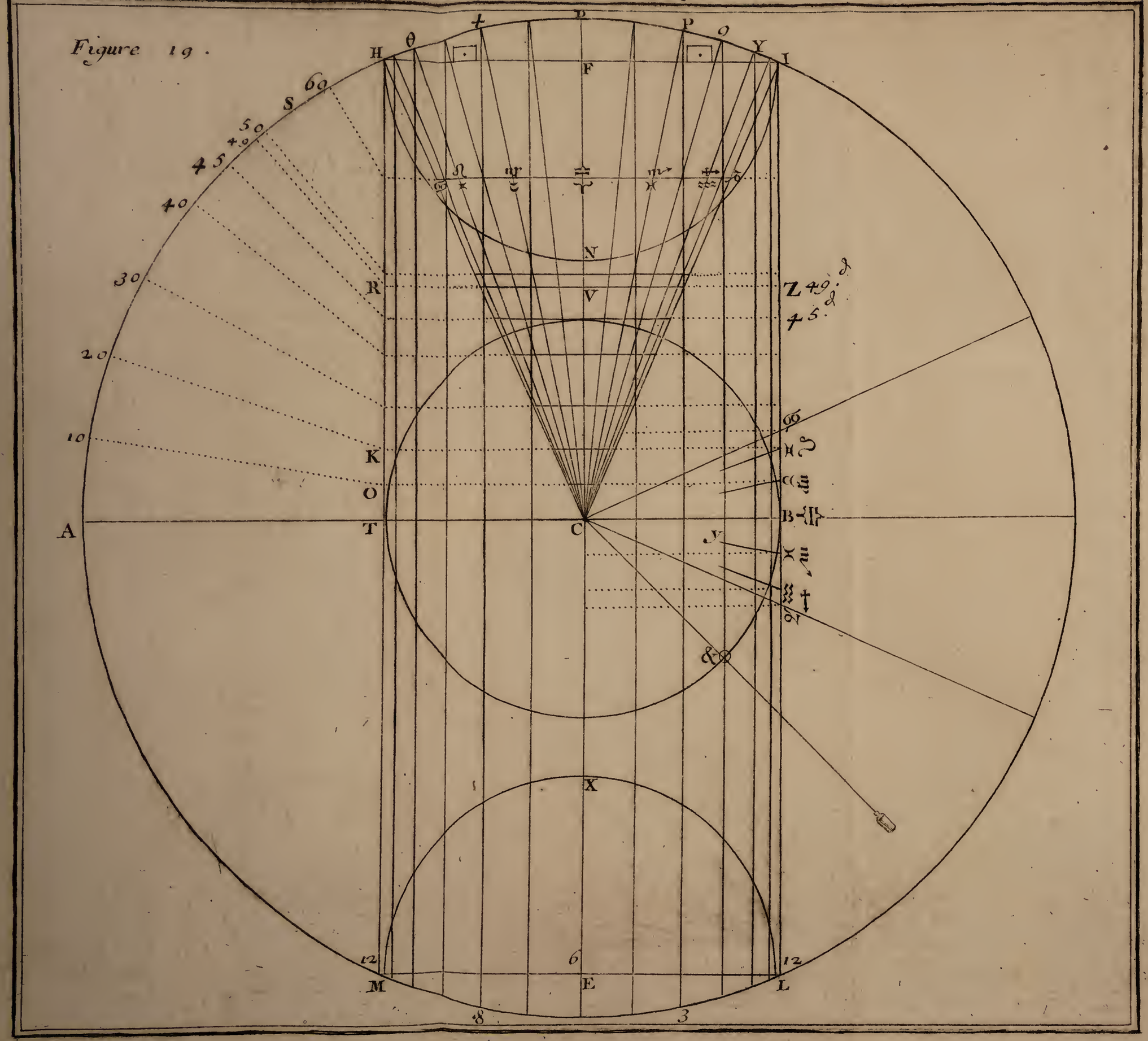


Figure 18



II. Pl. 24.

Figure 19.



F

To II. Pl. 25

Figure . 24.

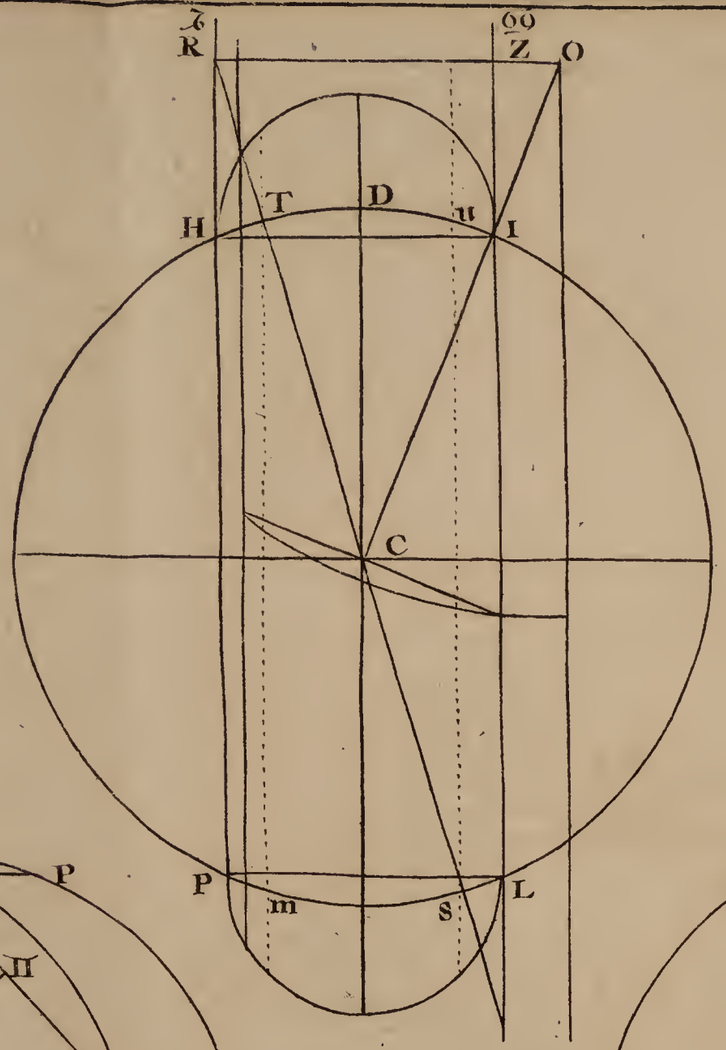


Figure . 23.

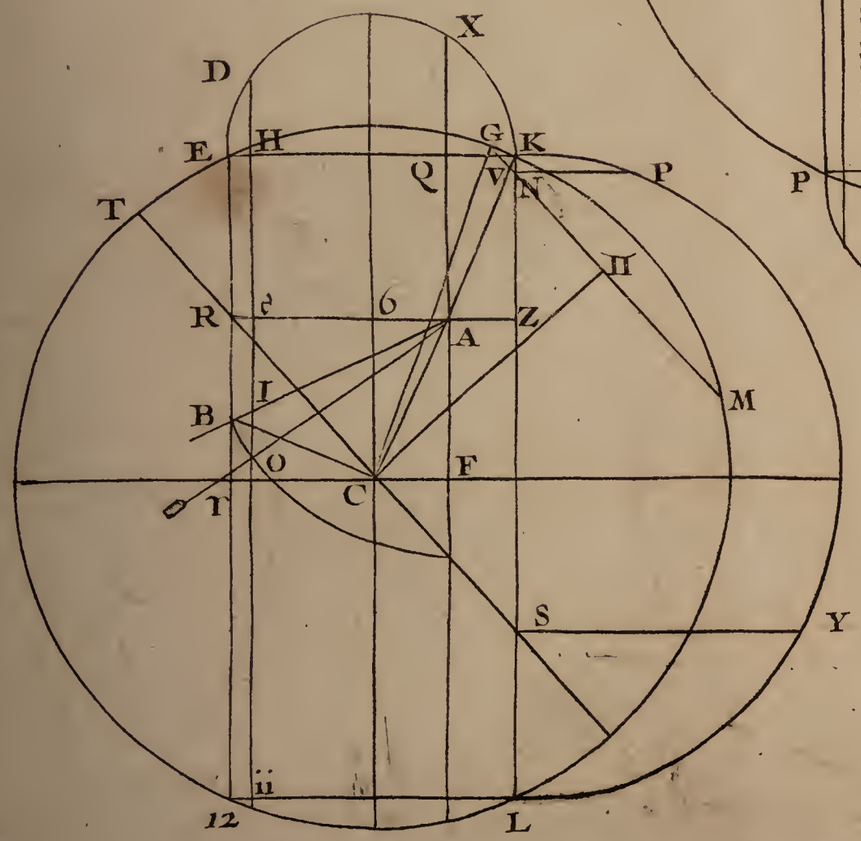
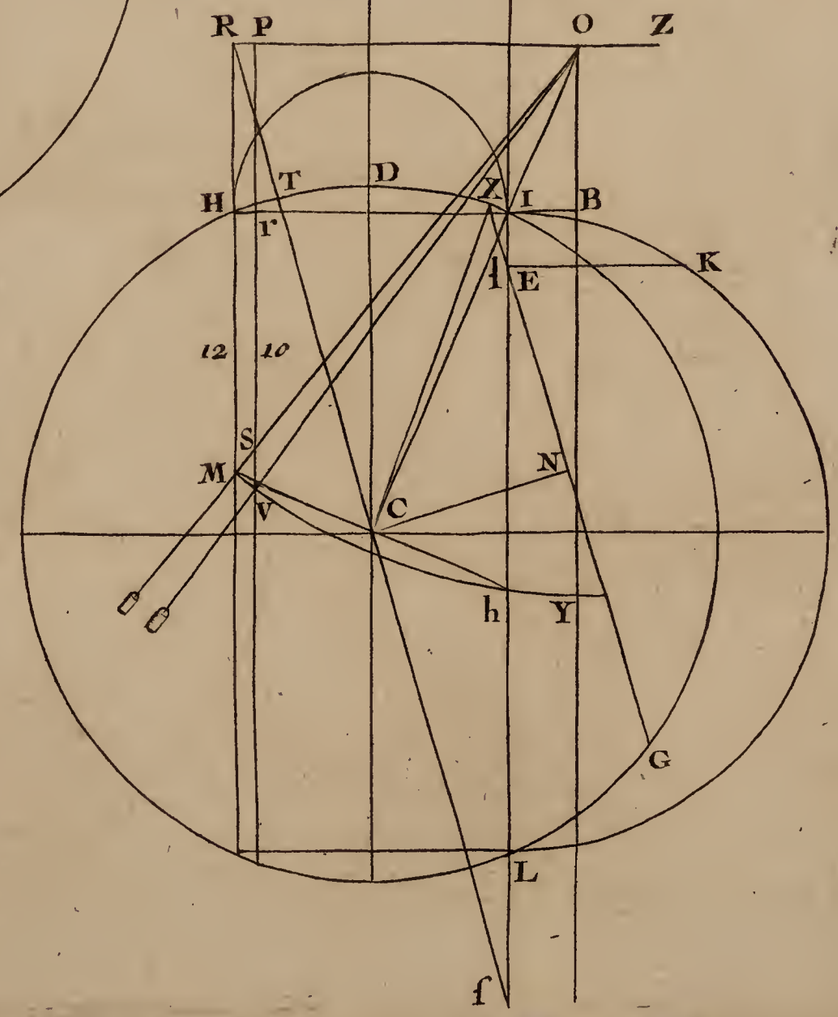


Figure 25.



To. II. Pl. 26

G

Figure. 20.

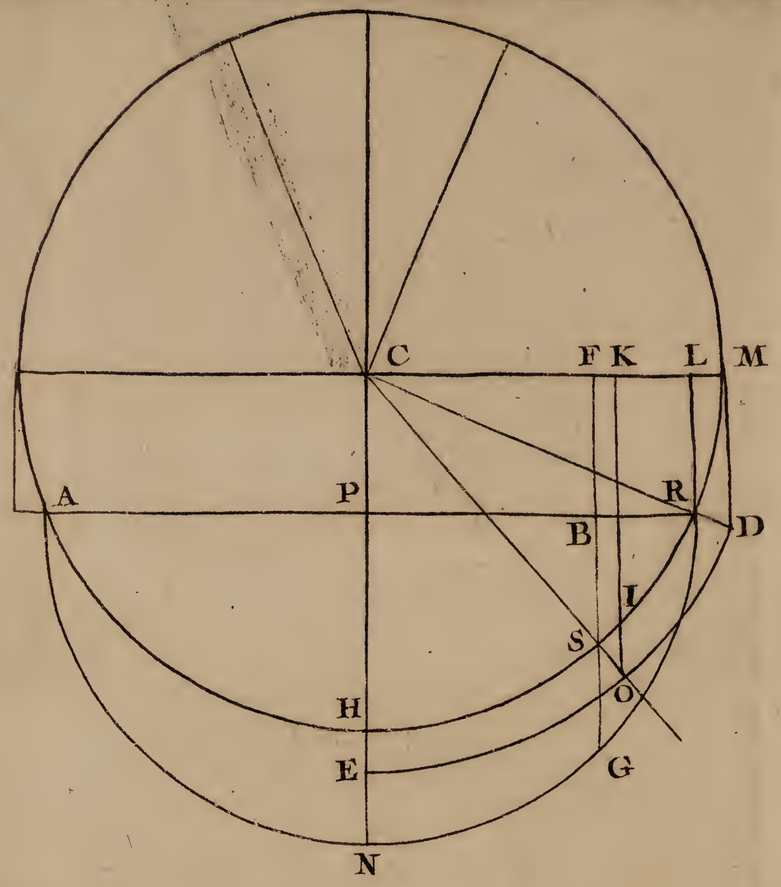


Figure. 21.

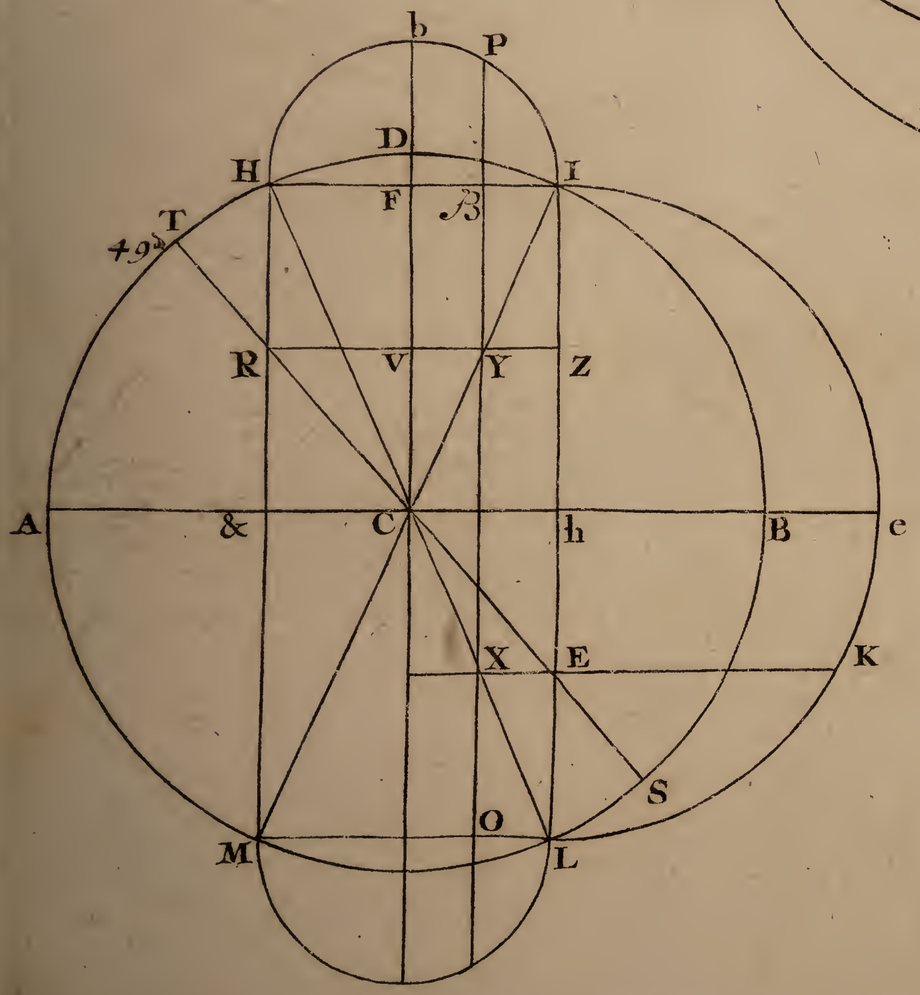
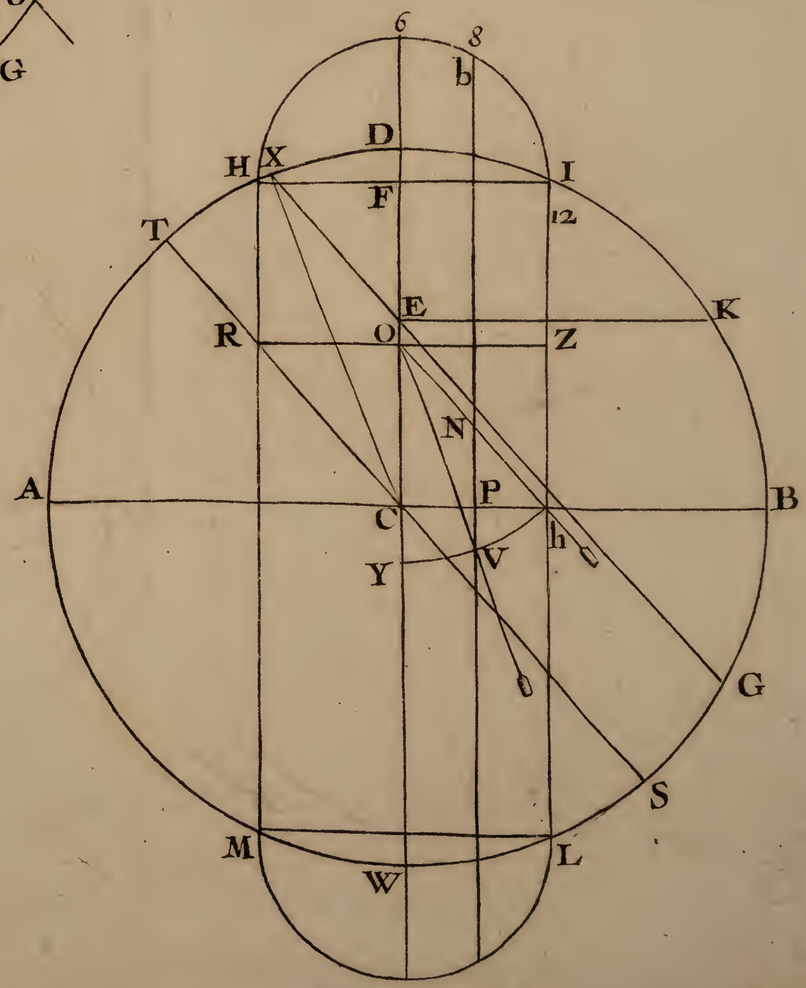


Figure. 22.



To. II Pl. 27.

Figure 26.

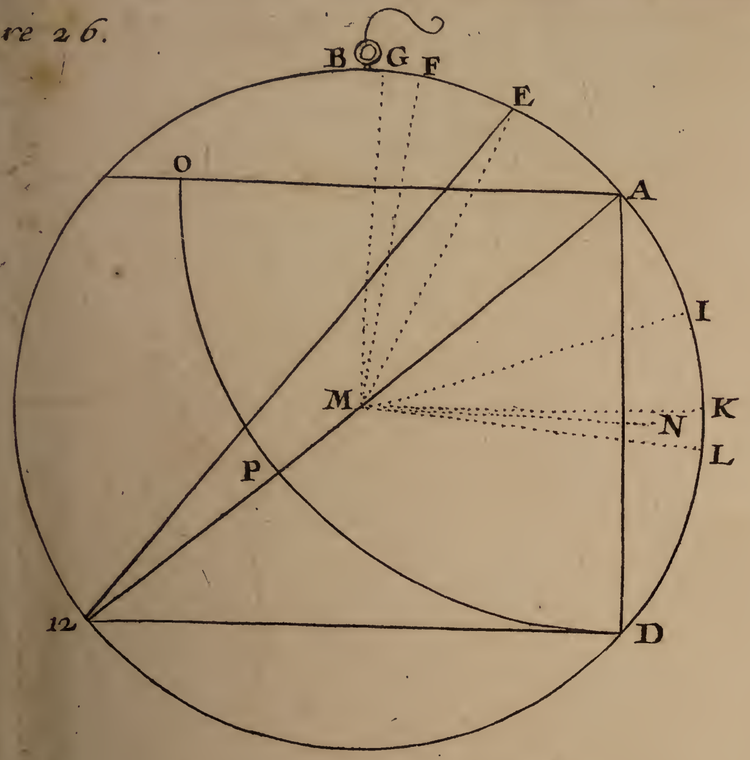


Figure 27.

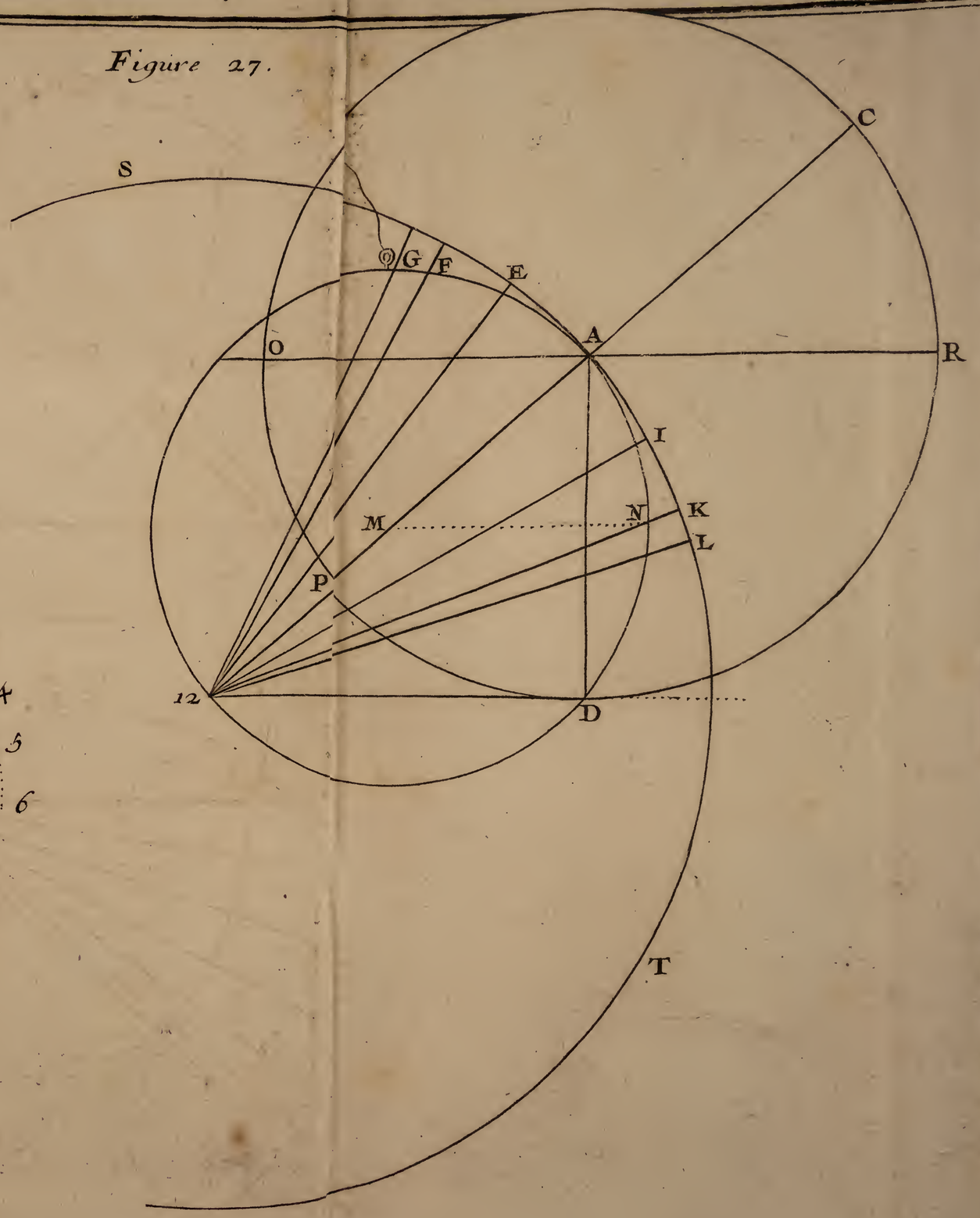
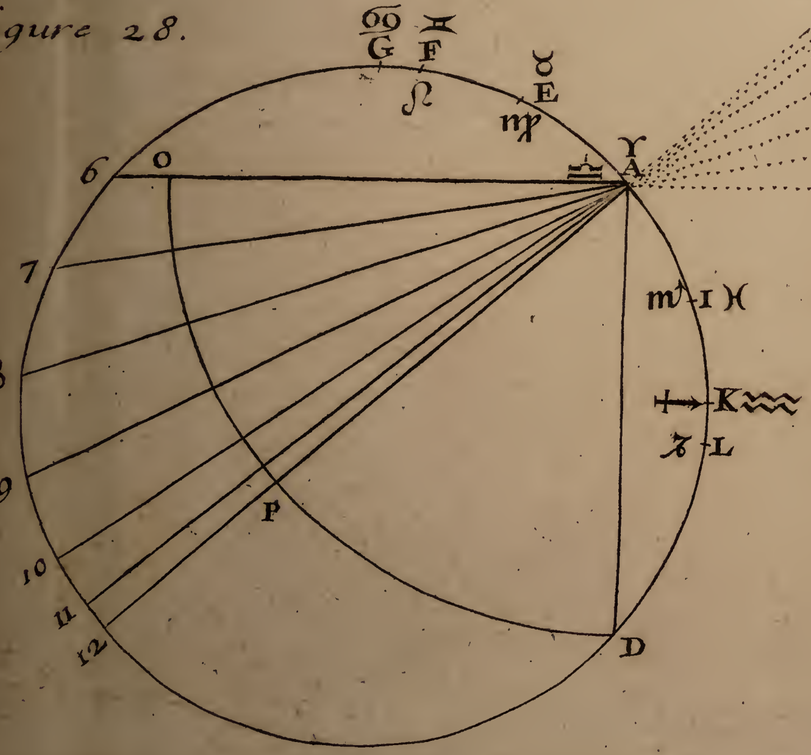
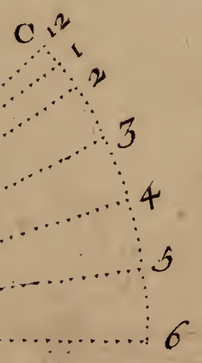


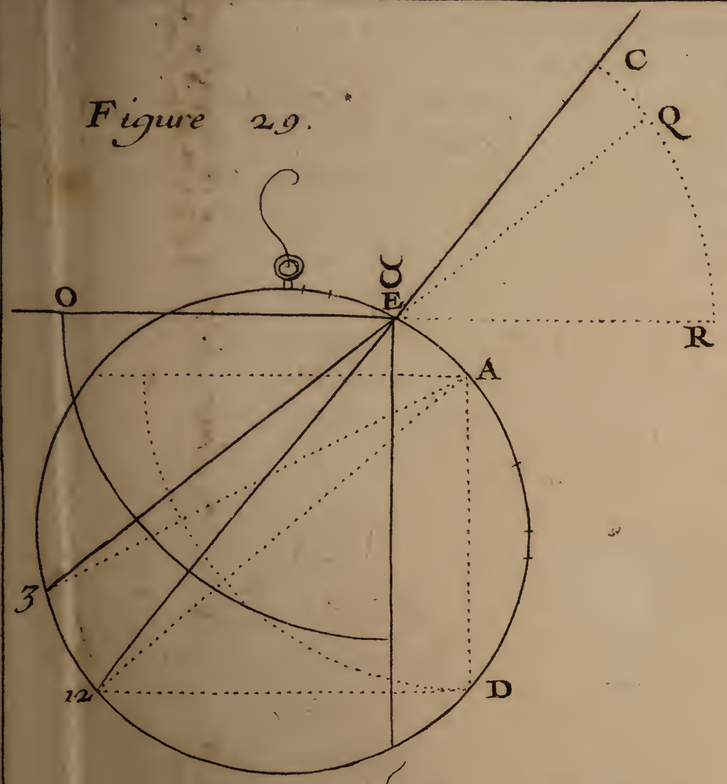
Figure 28.





H

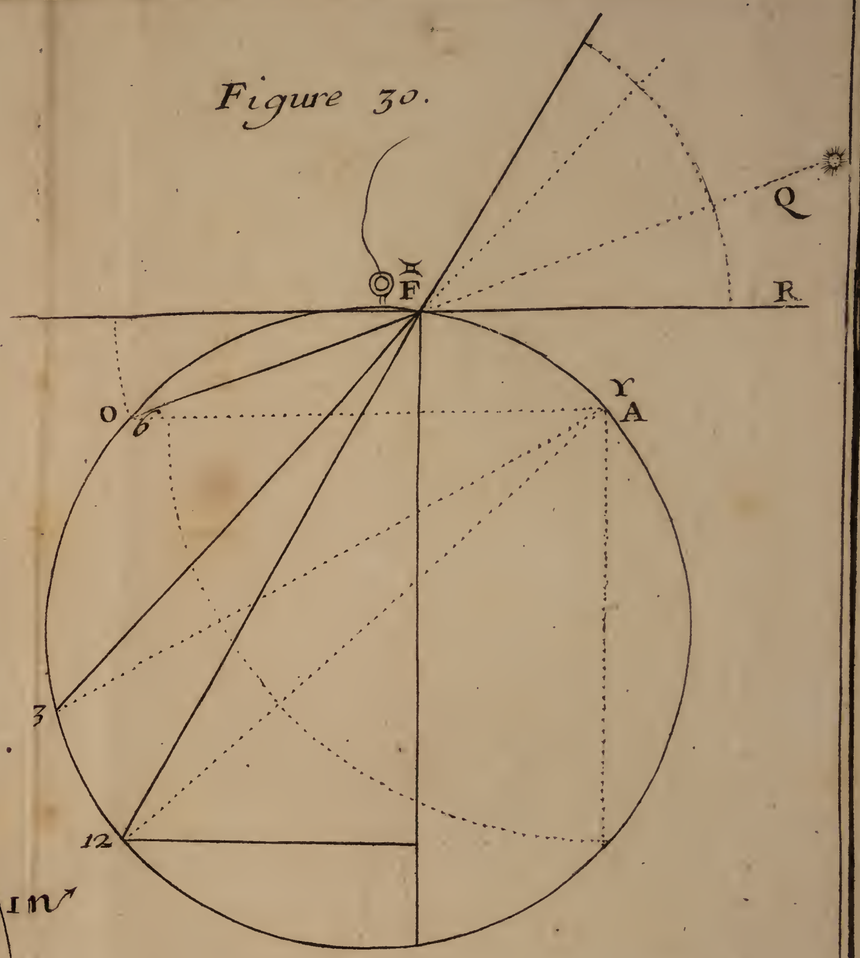
Figure 29.



On voit dans la Figure 29.
L'erreur de ceux qui veulent que les mêmes heures Equinoctiales Seruent Egalement dans les differentes declinaisons.

Soit icy le Soleil en Taurus, le rayon Solaire passant par E *et tombant sur le point de* 3. *heures marqué dans l'Equinoxe, il doit être* 3. *heures le Soleil étant en* ♉ ; *Mais je trouue en mesurant l'arc* OE3 *ou Son oppose'* QER *environ* 40^{d}. *et la veritable hauteur du* ☼ *en Taurus à* 3. *hs. étant de* 37^{d}. 14. *il y a donc environ* 3^{d}. *d'erreur.*

Figure 30.



On uoit dans la figure 30. qu'il s'en faut 5^{d} *et plus que la même ligne Equinoctiale de* 6. *heures ne serue: le Soleil étant en Gemini*

Figure 31.

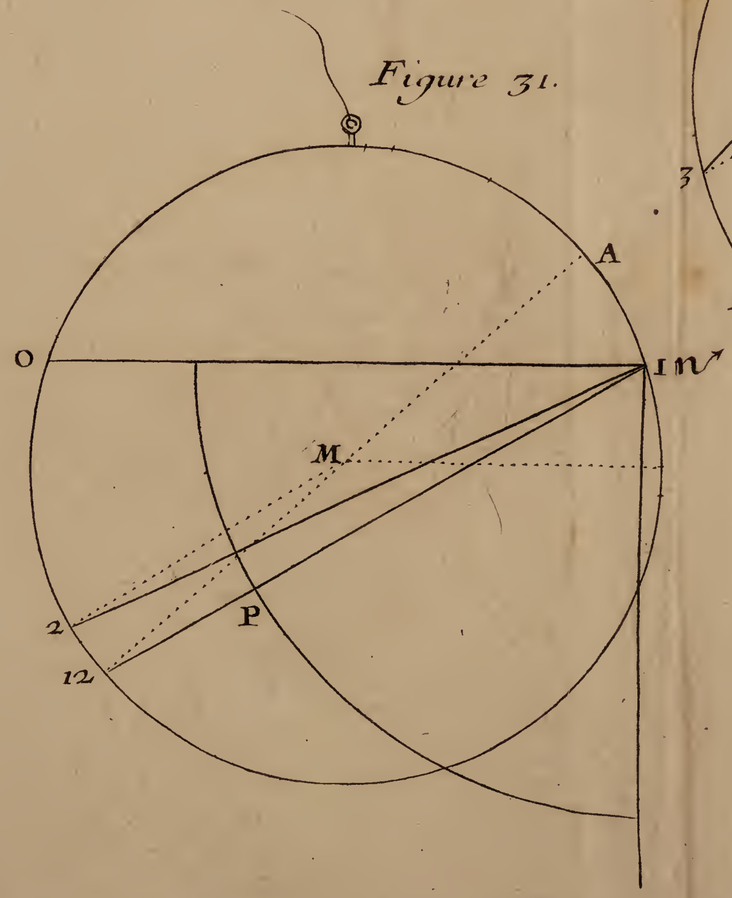
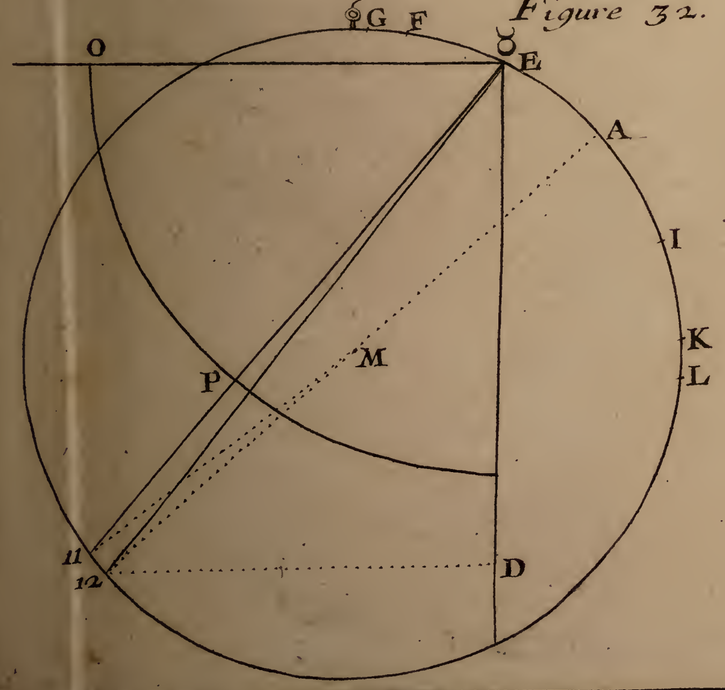
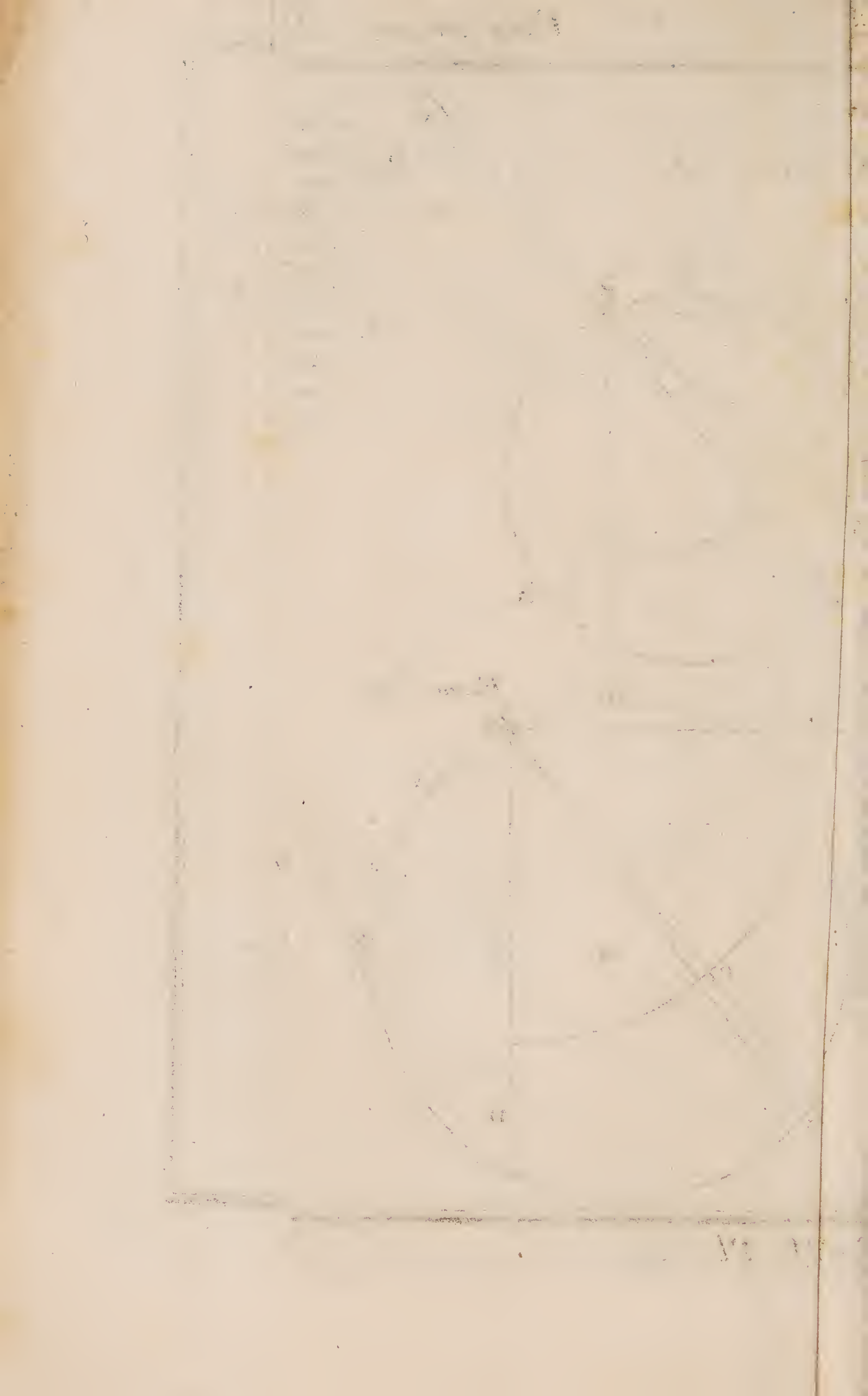


Figure 32.





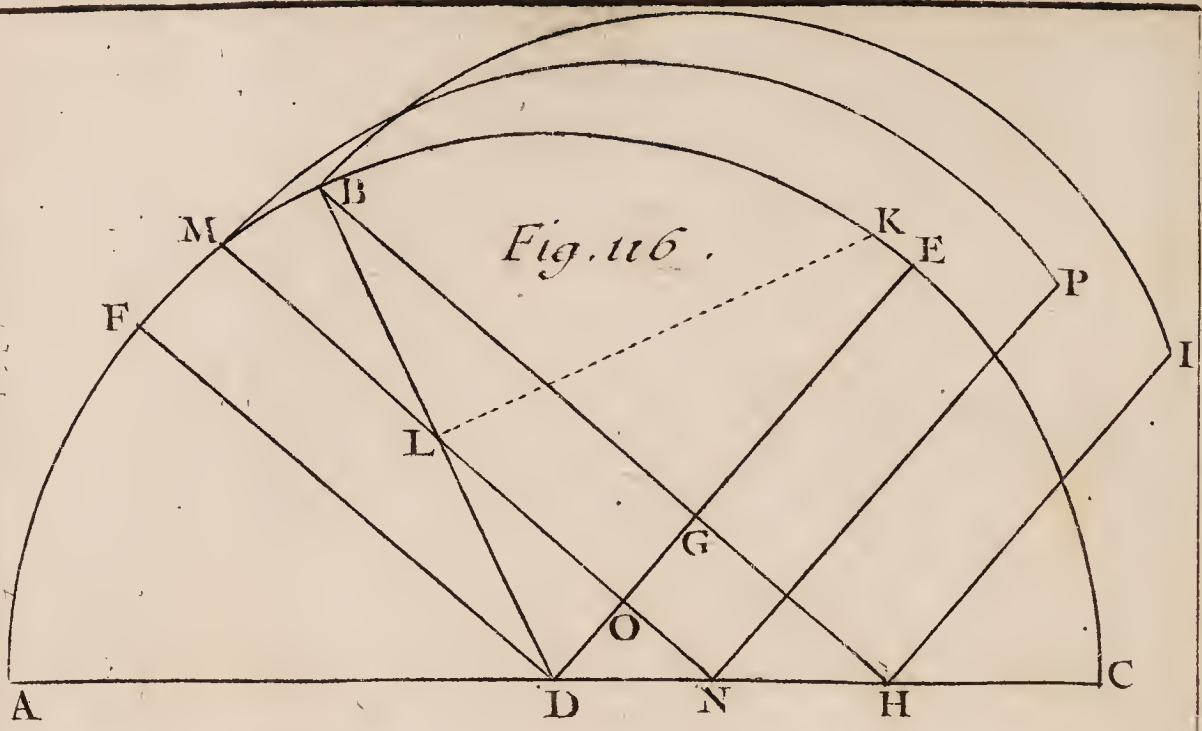


Fig. 116.
M
B
K
E
P
F
I
L
G
O
A
D
N
H
C

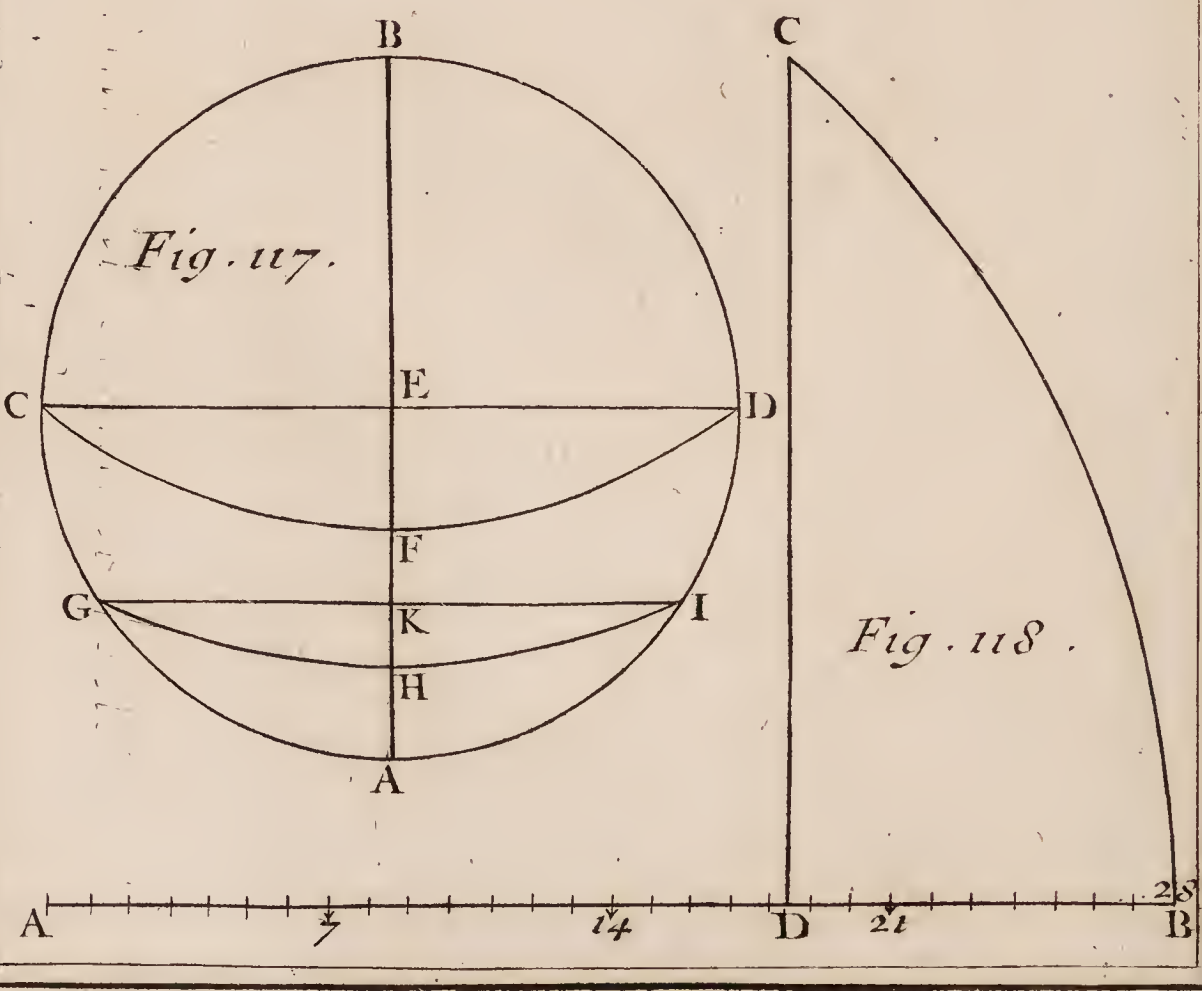


Fig. 117.
B
C
E
C
D
F
G
K
I
H
A
Fig. 118.
A
7
14
D
21
28
B

To. II. Pl. 30.

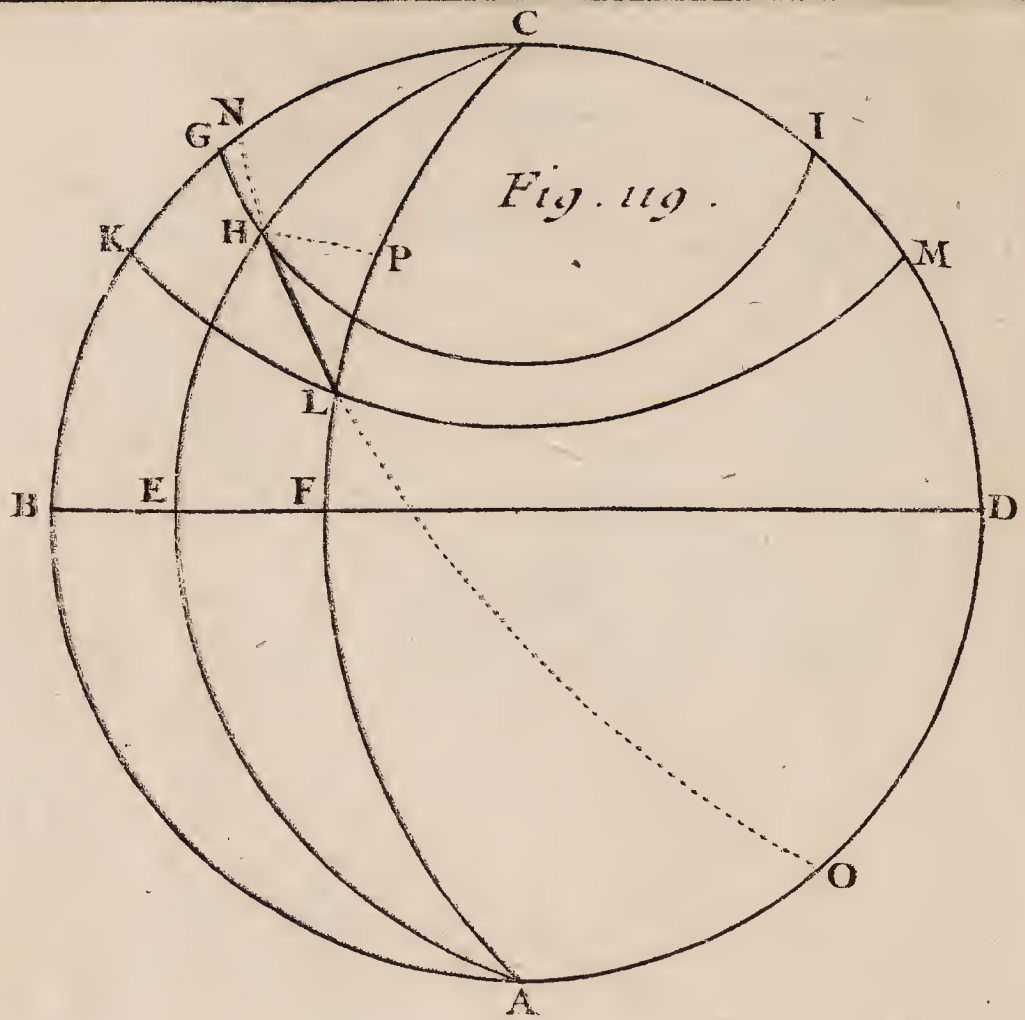


Fig. 119.

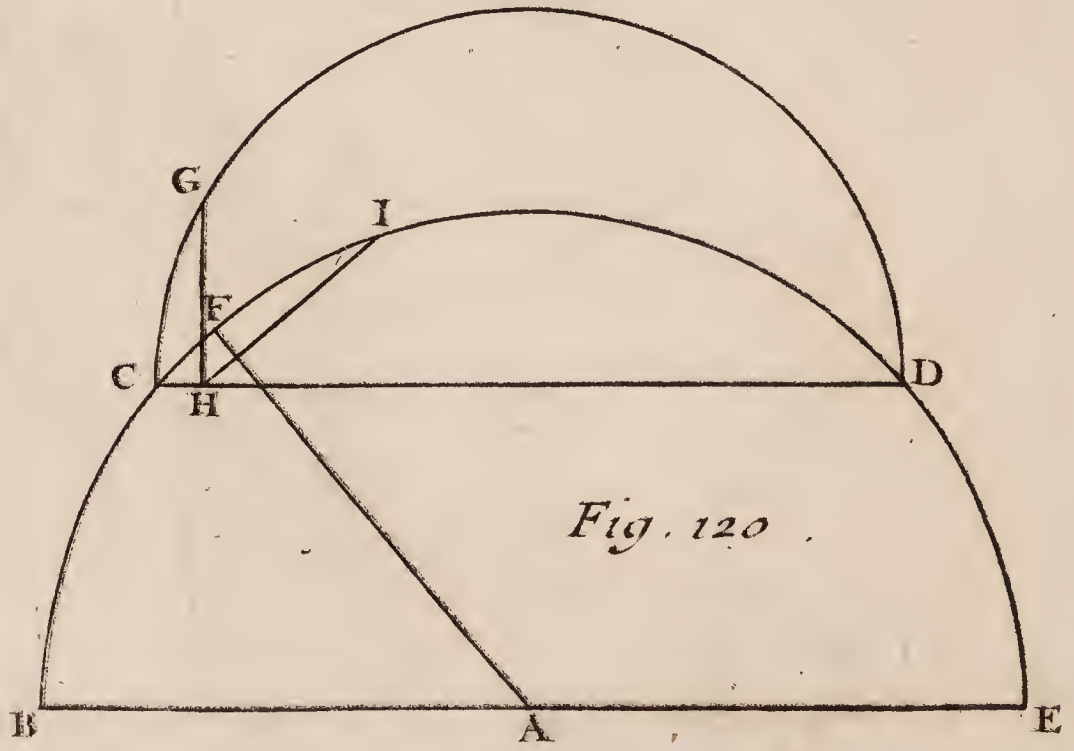


Fig. 120.

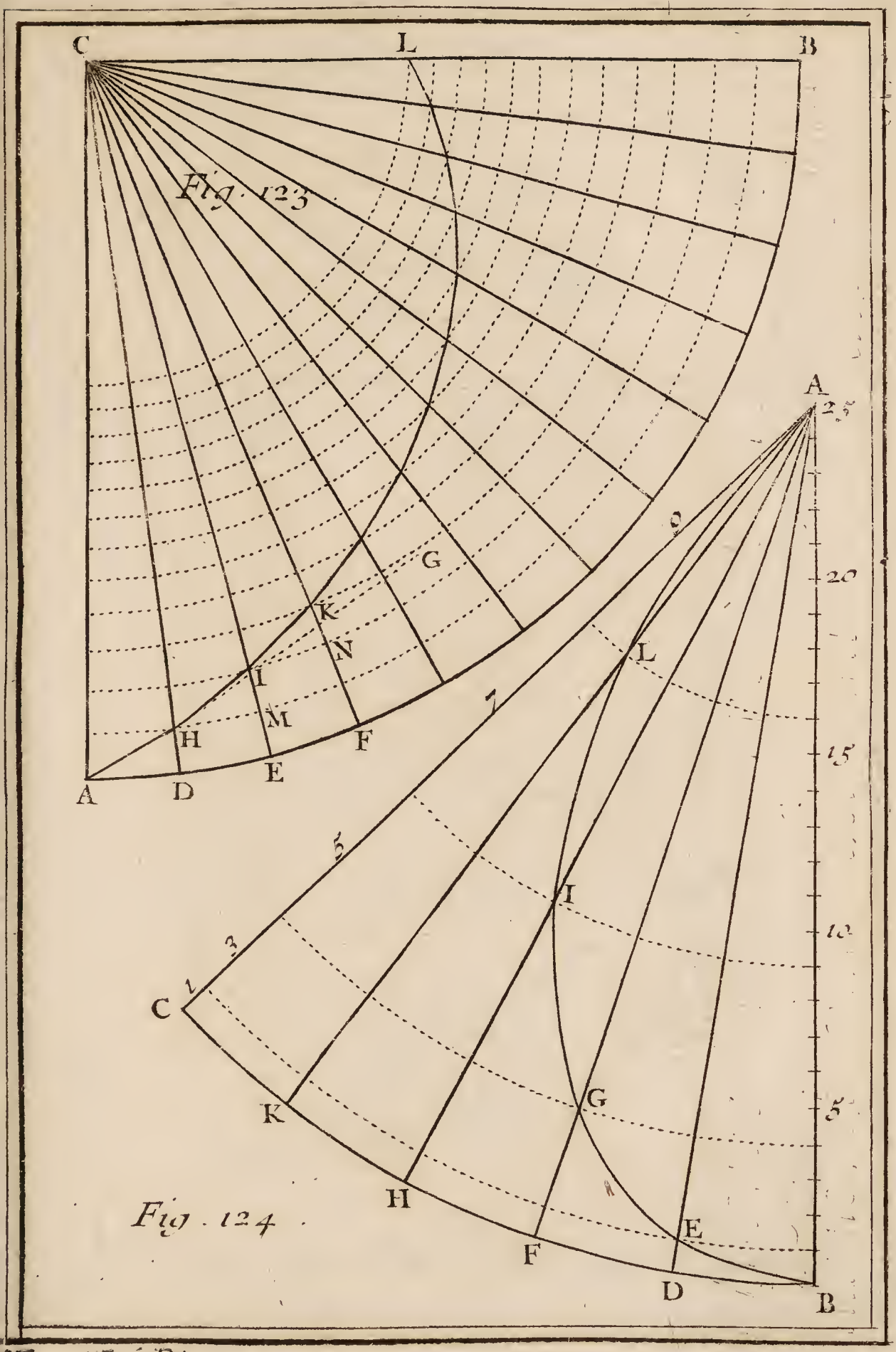


Fig. 123.

Fig. 124.

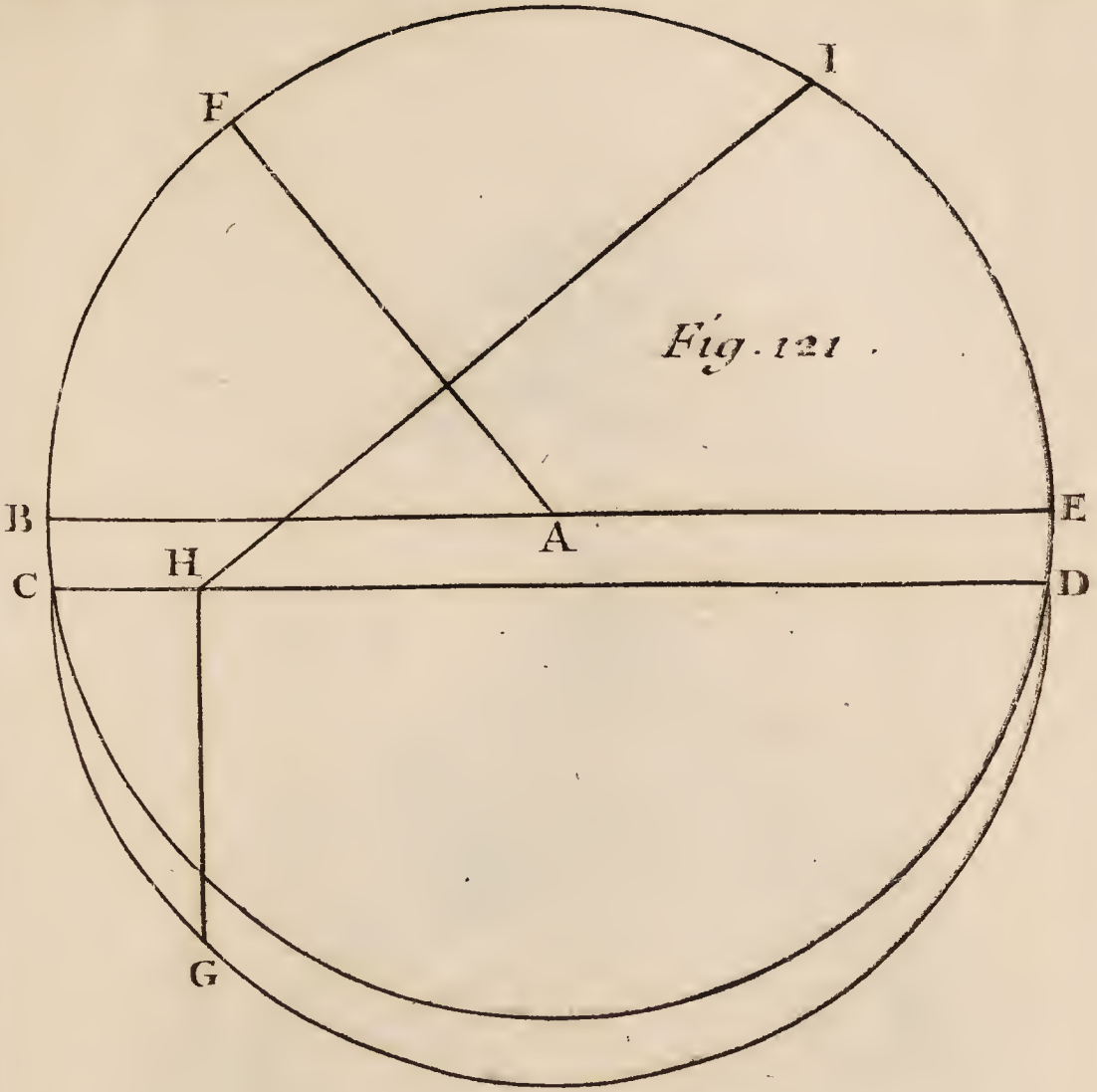


Fig. 121.

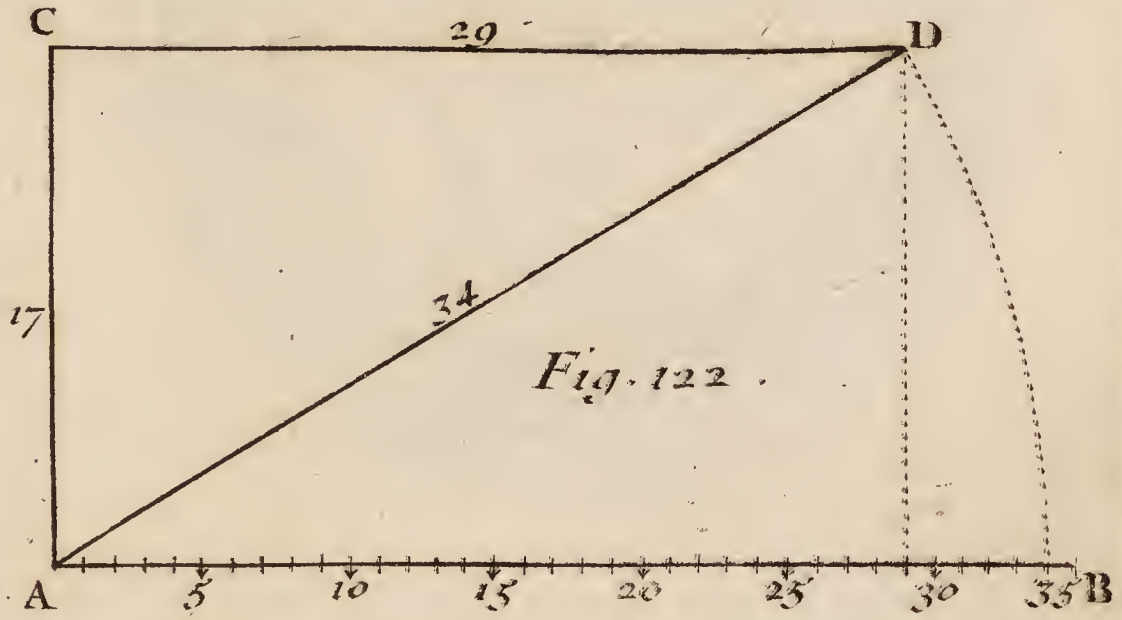


Fig. 122.

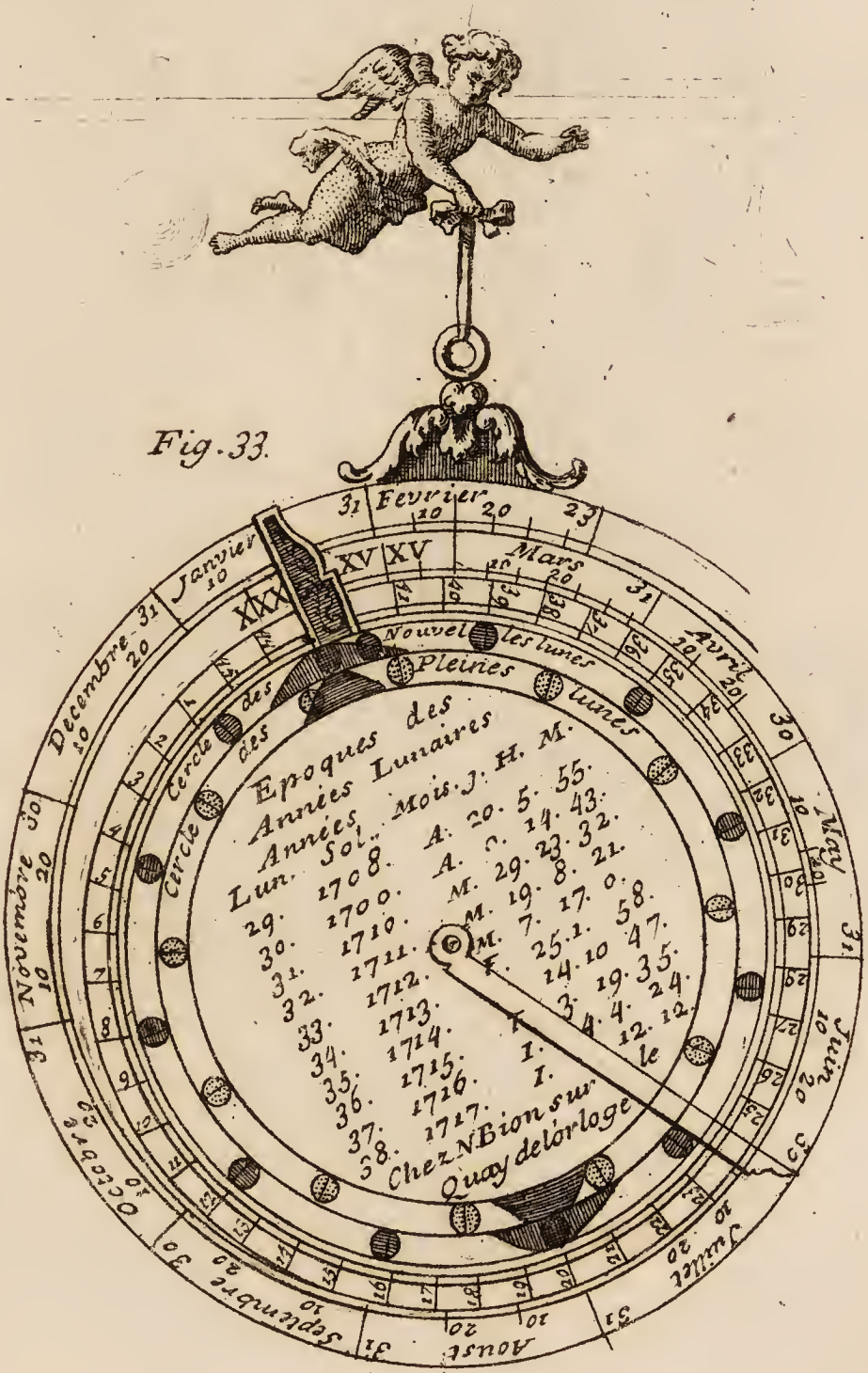
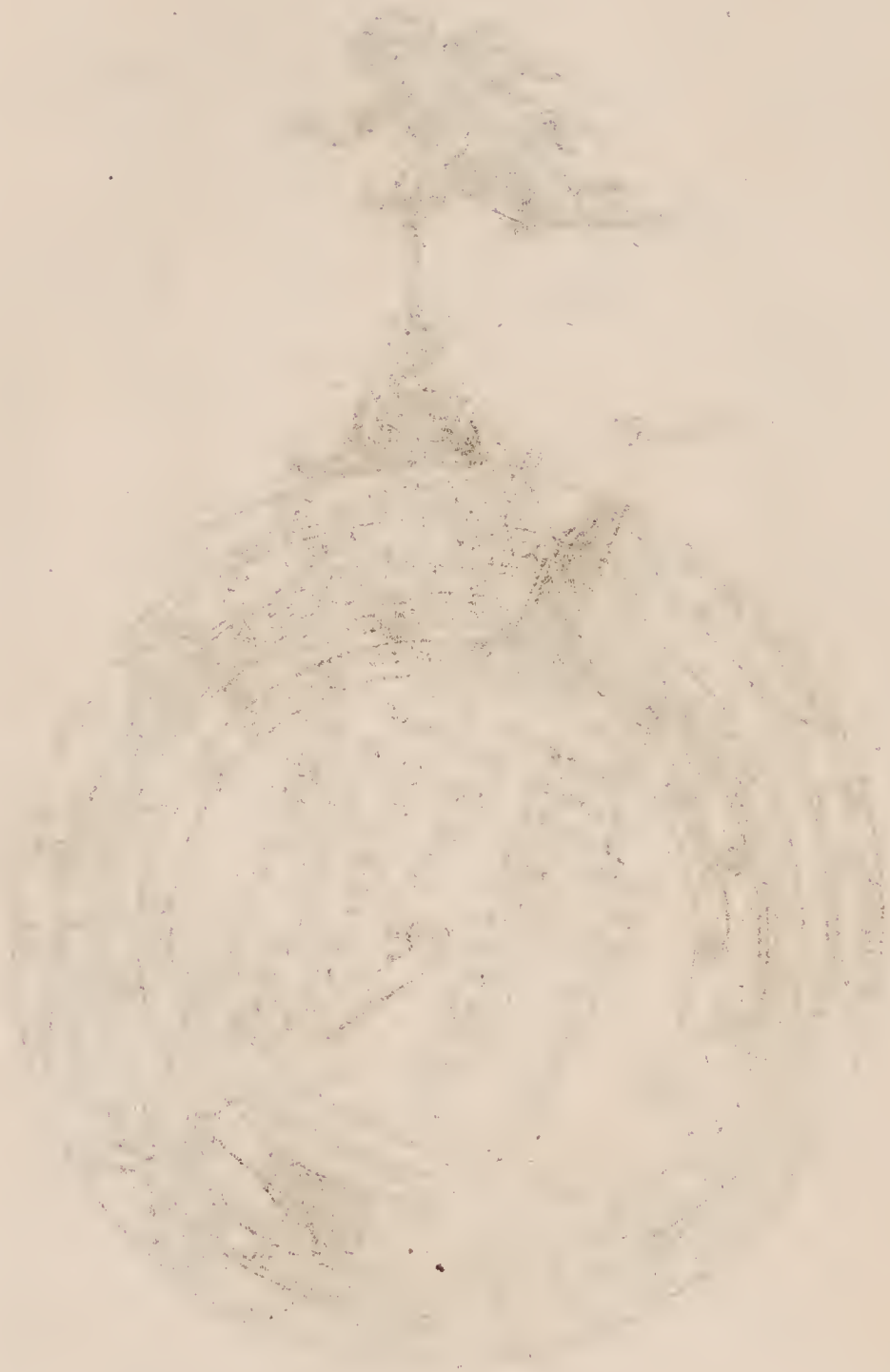


Fig. 33.

To. II. Pl. 34.

De Berey fils fecit



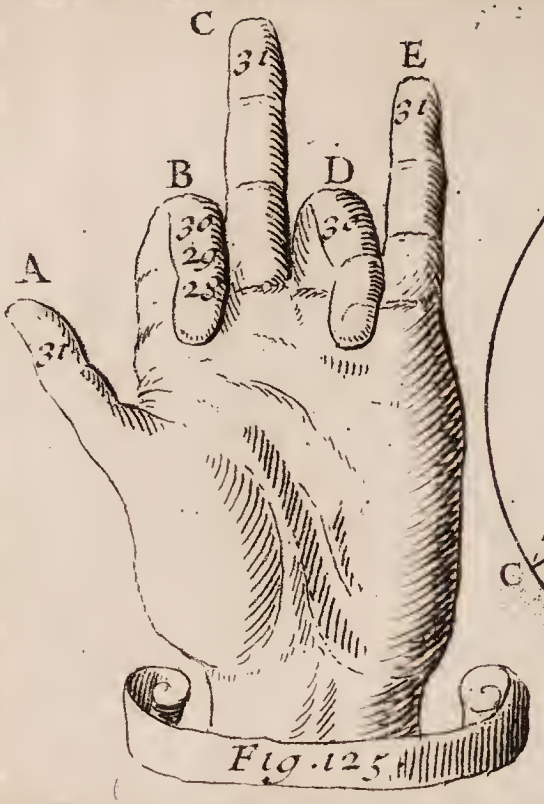
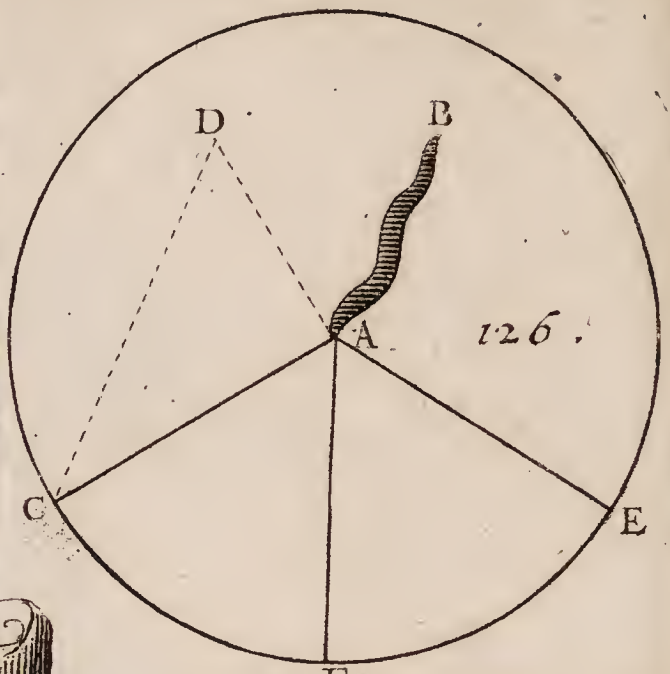
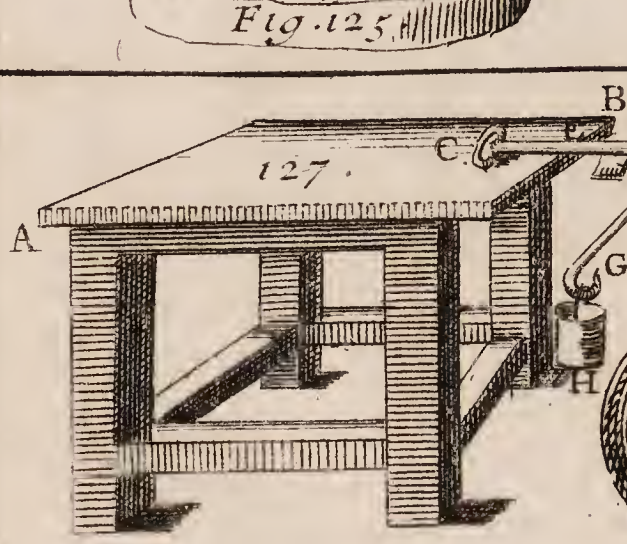


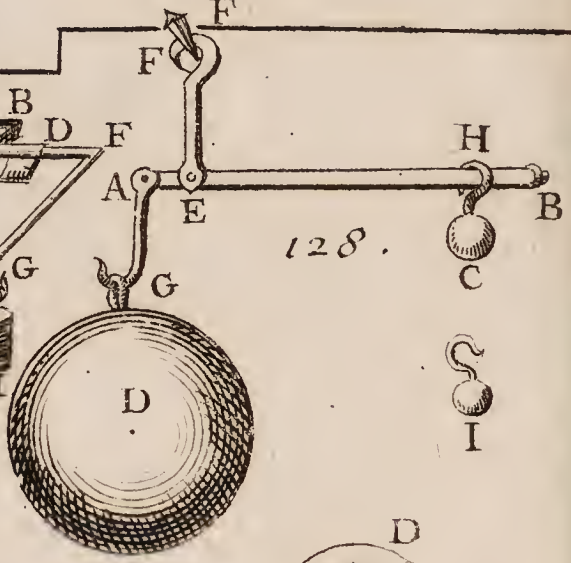
Fig. 125.



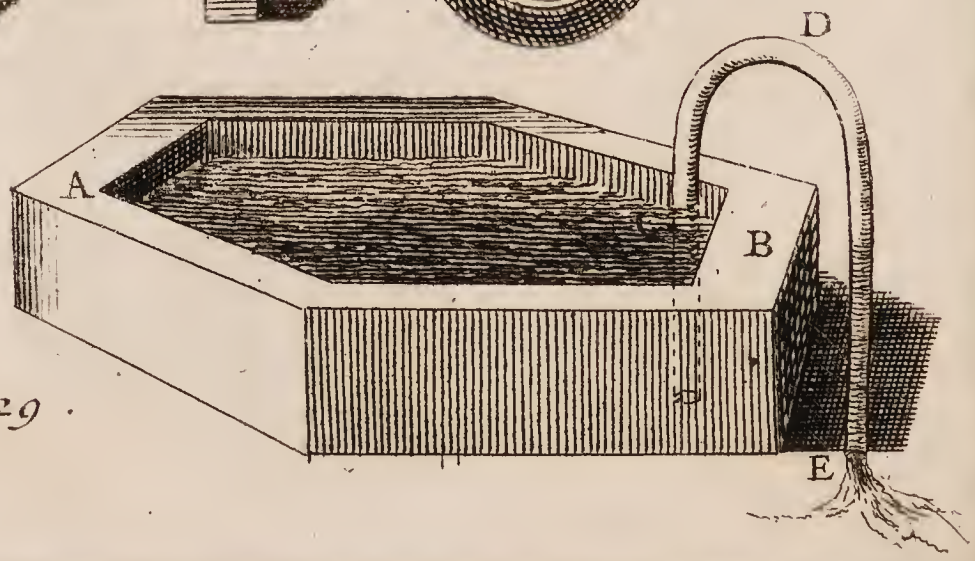
126.



127.



128.



129.

Berey. fecit. To. II. Pl. 35

Figure. 33. Pag. 279

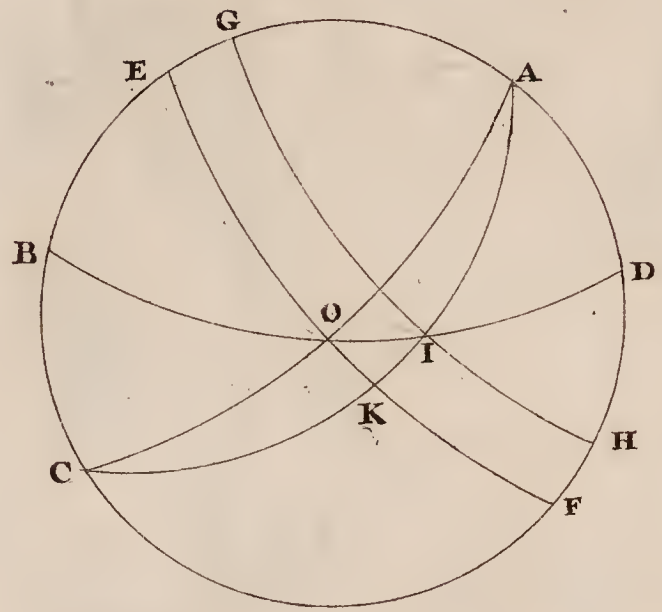


Figure. 36.

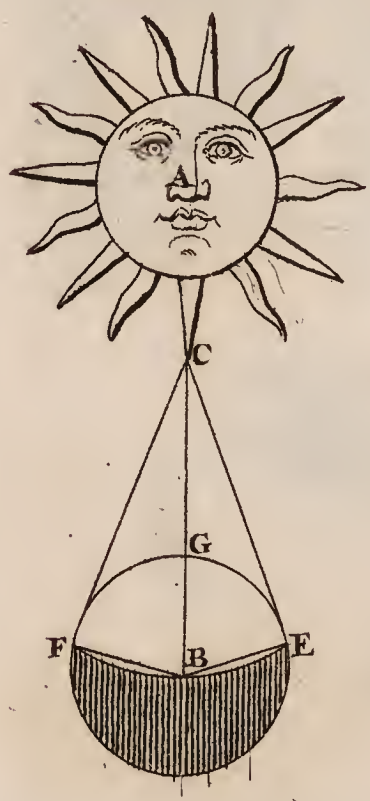


Figure. 37

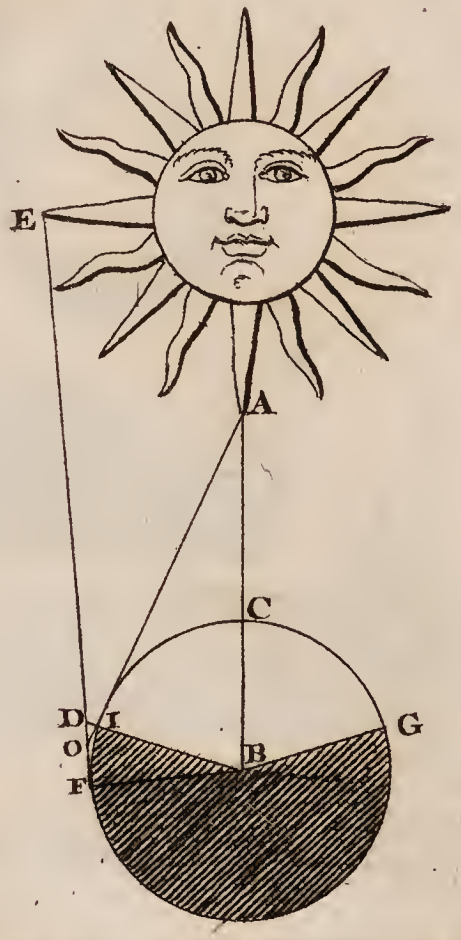


Figure . 38.

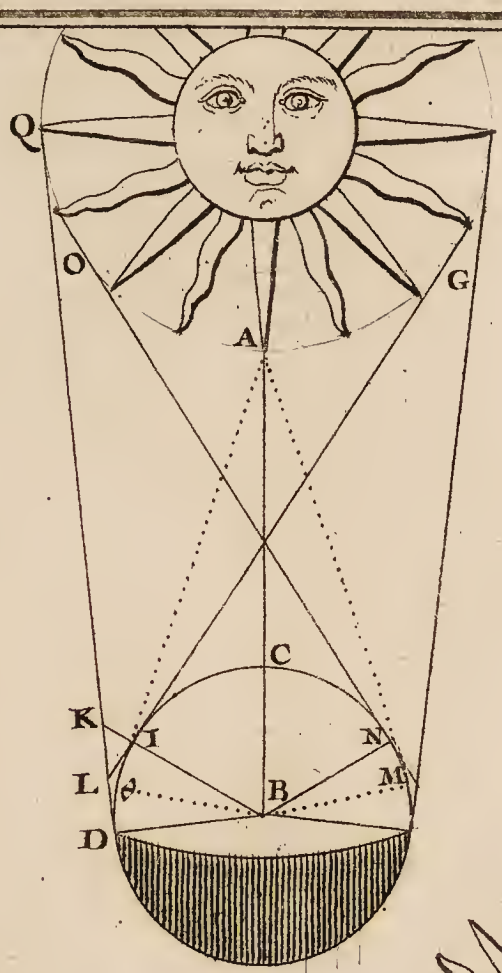


Figure . 39

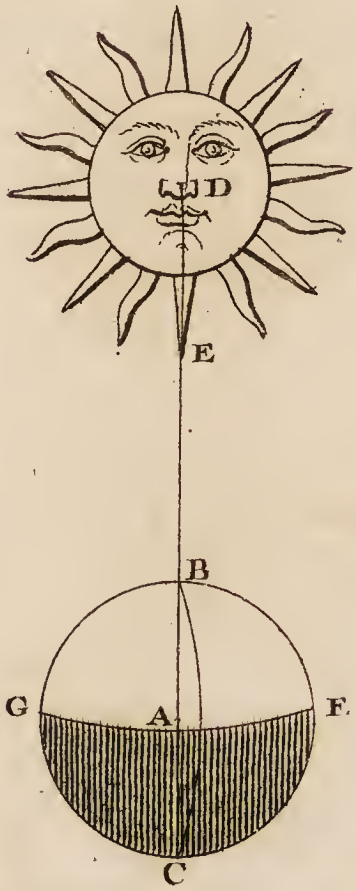


Figure . 40.

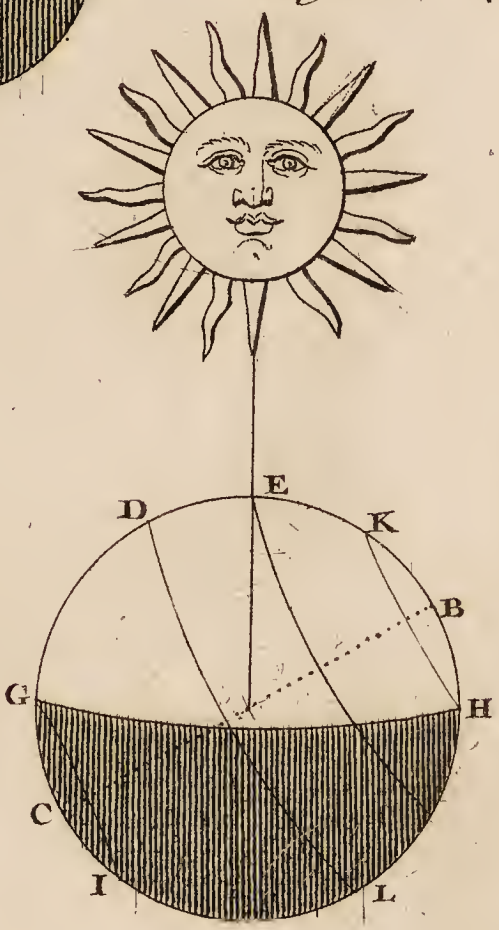


Figure . 41.

Pag . 289

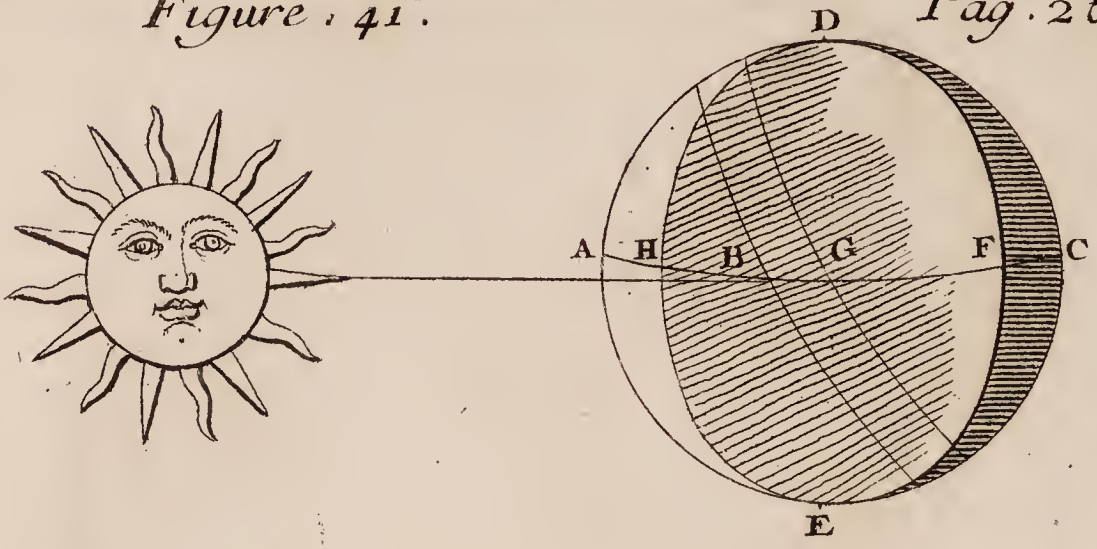


Figure . 42.

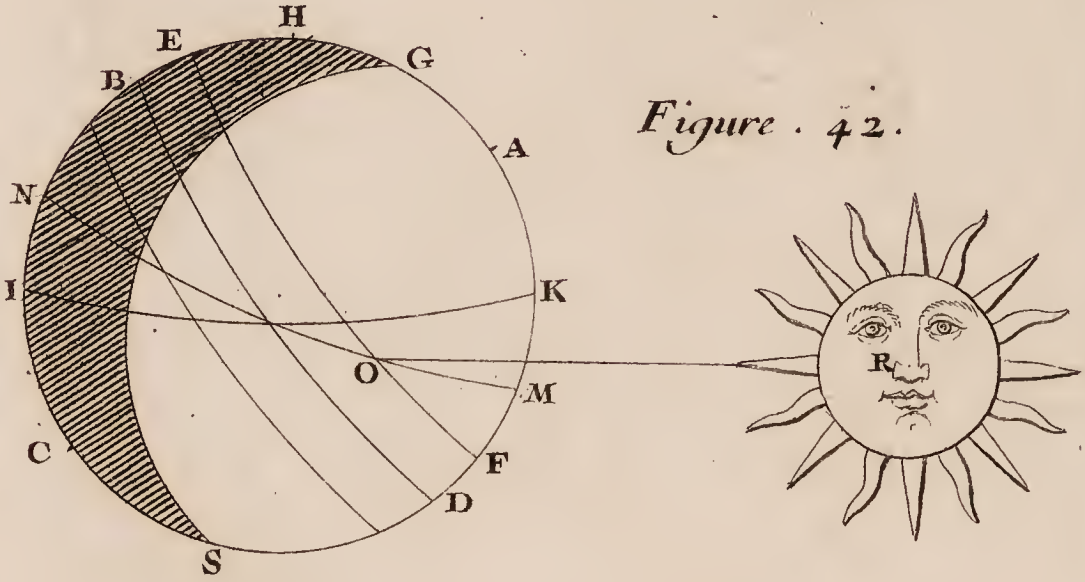


Figure . 43.

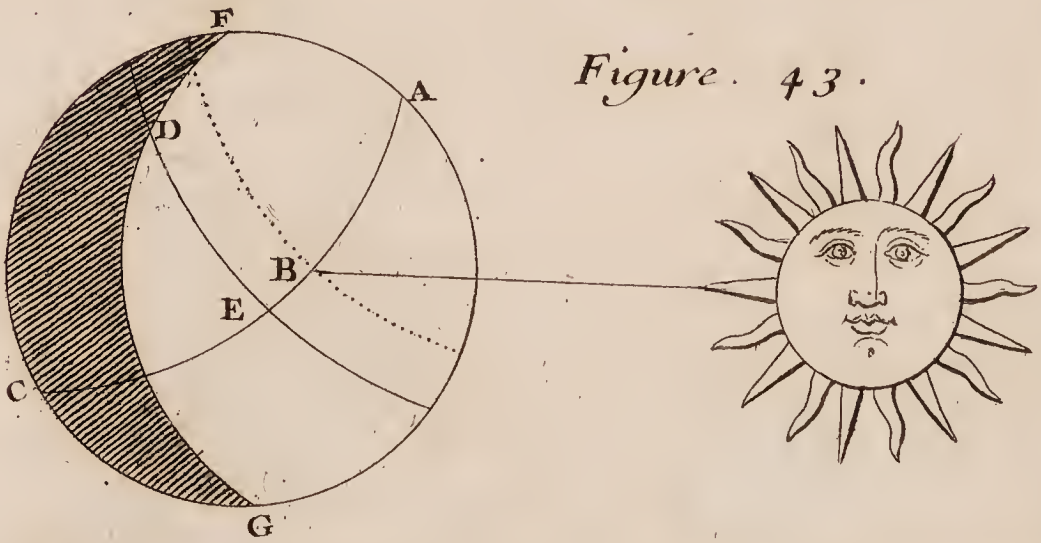


Figure. 44.

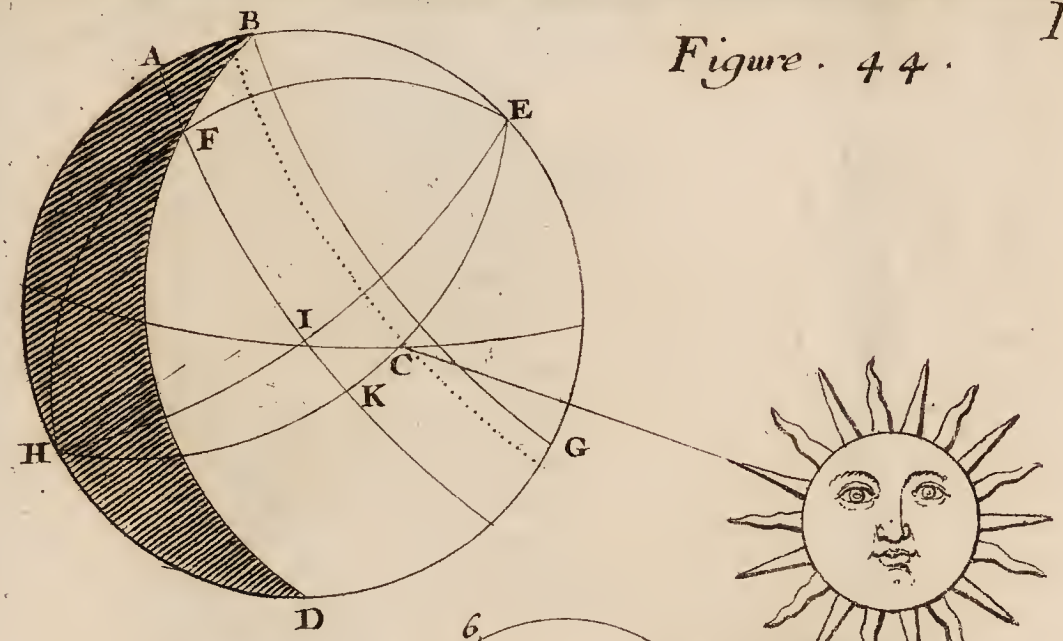


Figure. 45.

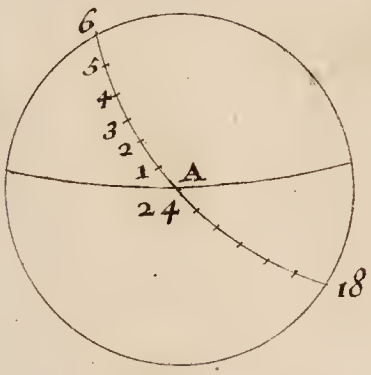
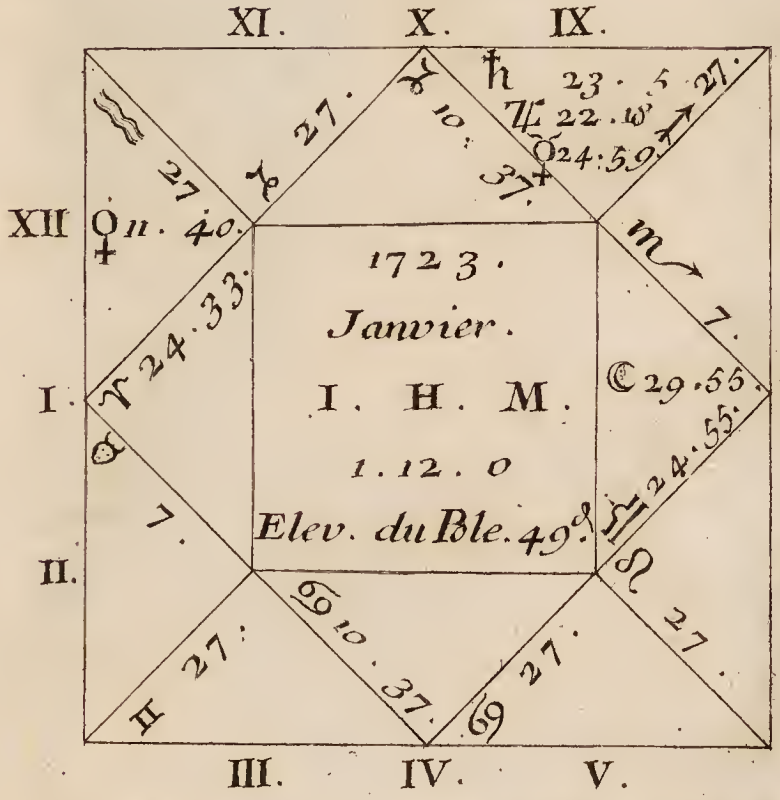


Figure 46.



noms des taches de la Lune

Fig. 34

1. Grimaldus
2. Galileus
3. Aristarchus
4. Keplerus
5. Gassendus
6. Schickardus
7. Harpalus
8. Heraclides
9. Lansbergius
10. Reinoldus
11. Copernicus
12. Helicon
13. Capuanus
14. Bullialdus
15. Eratosthenes
16. Timocharis
17. Plato
18. Archimedes
19. Insula sinus Medii
20. Pitatus
21. Tycho
22. Eudoxus
23. Aristoteles
24. Manilius
25. Menelaus
26. Hermes
27. Possidonius
28. Dionysius
29. Plinius
30. Catharina Cyrillus Theophilus
31. Fracastorius
32. Promontorium
33. Messala
34. Promontorium Semilii
35. Proclus
36. Cleomedes
37. Snellius et Furnerius
38. Petavius
39. Langrenus
40. Tarunlius
A. Mare Humorum
B. Mare Nubium
C. Mare Inbrium
D. Mare Nectaris
E. Mare Tranquilitatis
F. Mare Serenetatis
G. Mare Fœcunditatis
H. Mare Crisium

De Berey fils fecit

Tom. II Pl 40

Fig. 47.

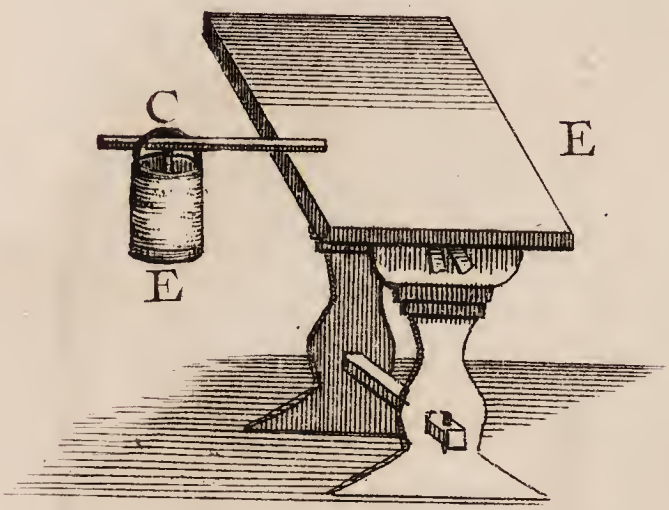


Fig. 50.

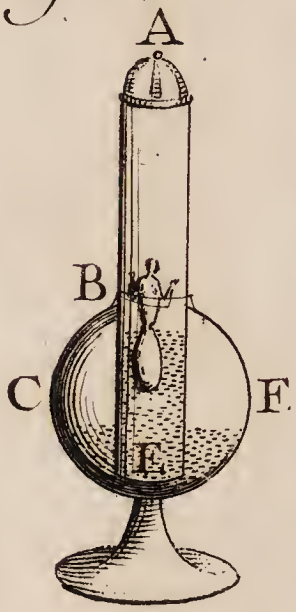
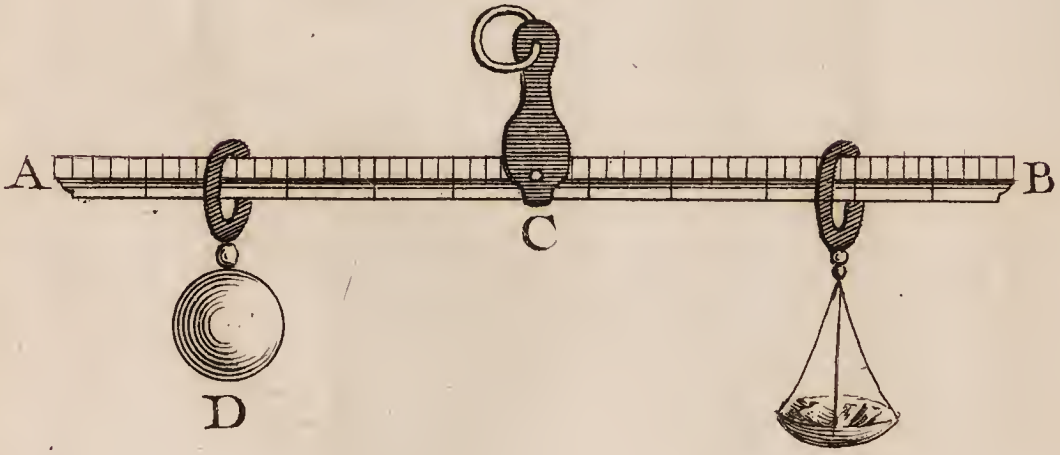


Fig. 48.



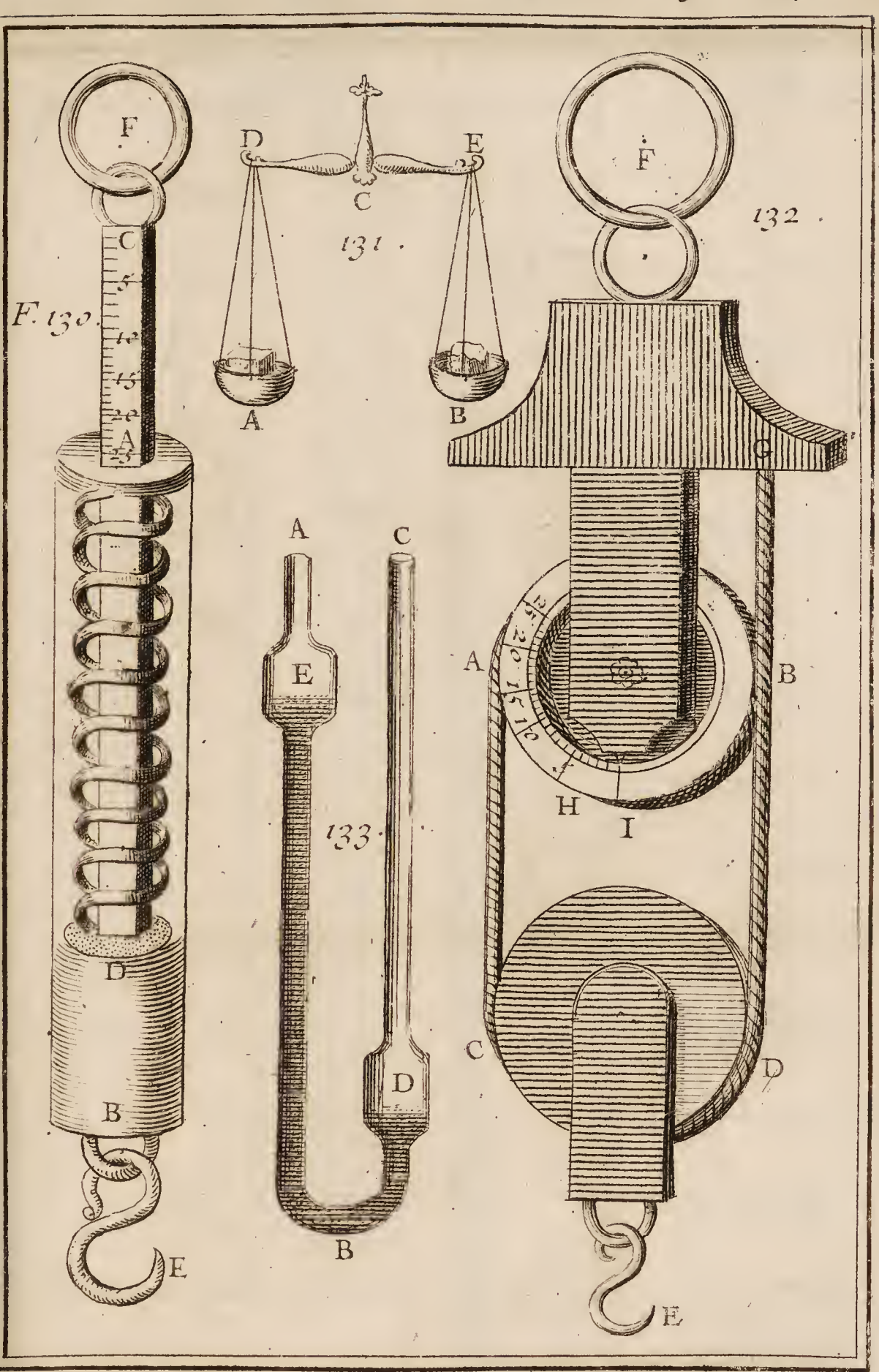
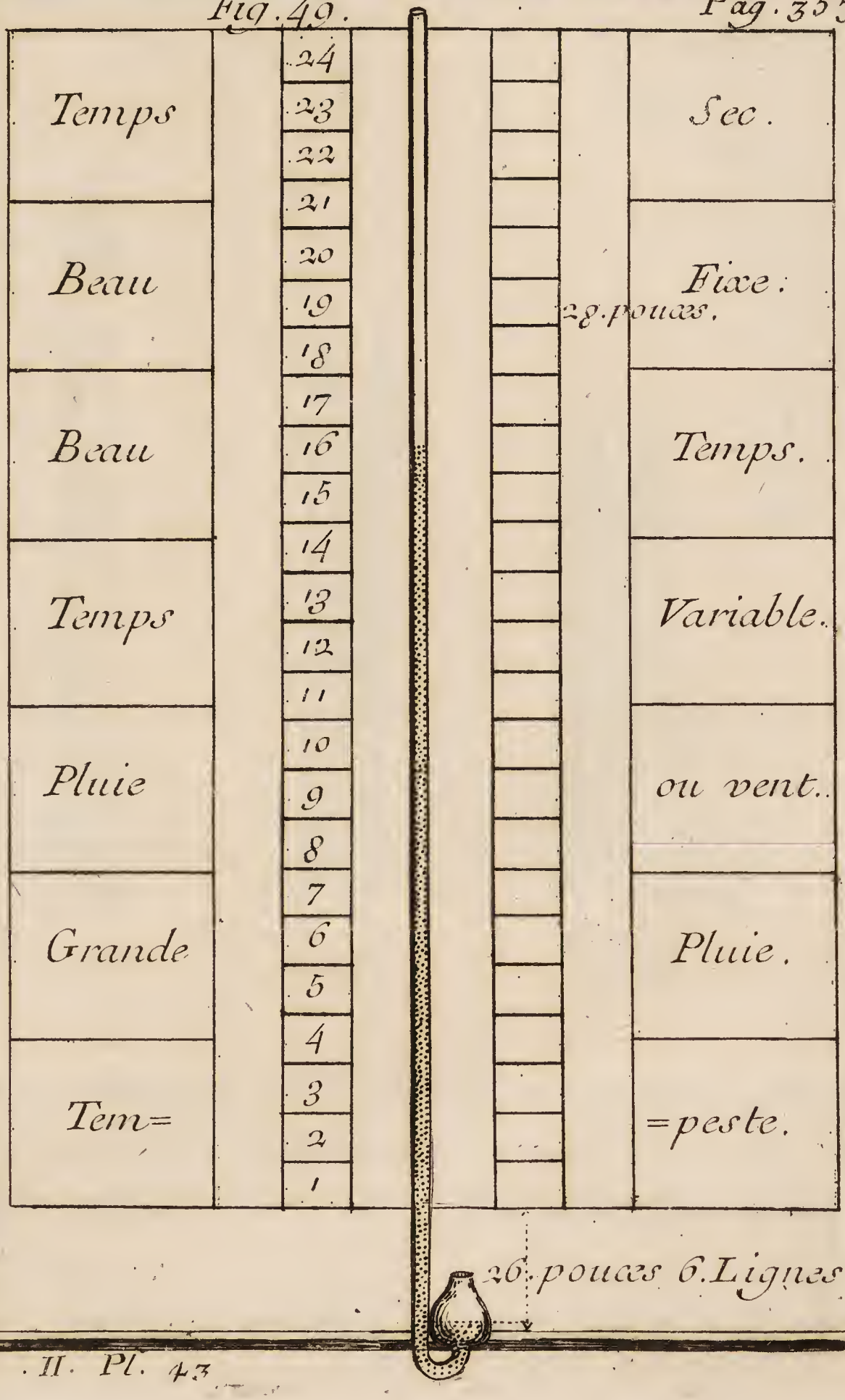

F
C
A
B
D
E
F. 130.
131.
132.
133.
G
H
I

Fig. 49. Pag. 353



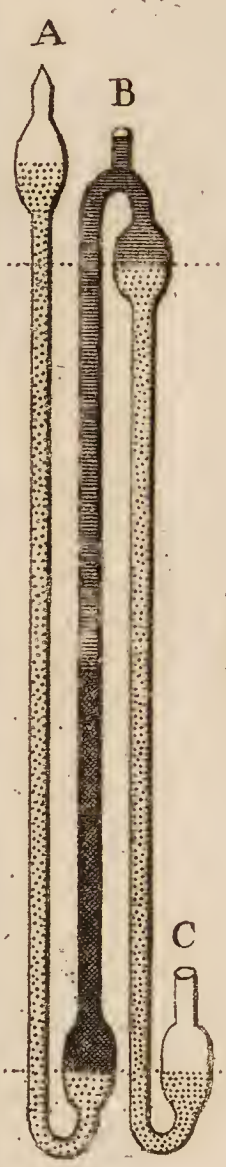


Fig 51.

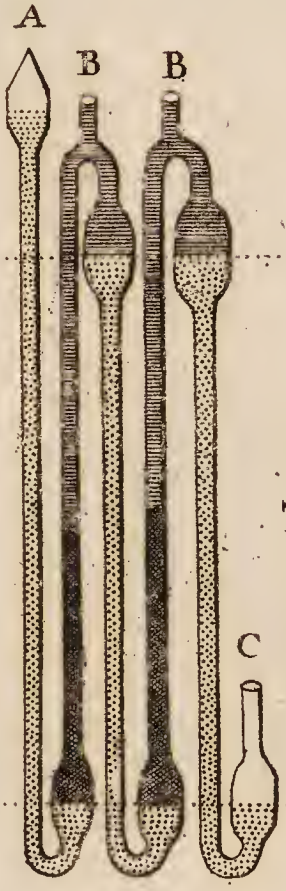


Fig 52.

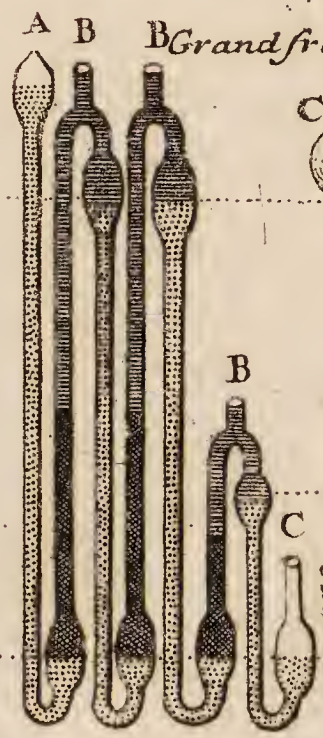


Fig 53.

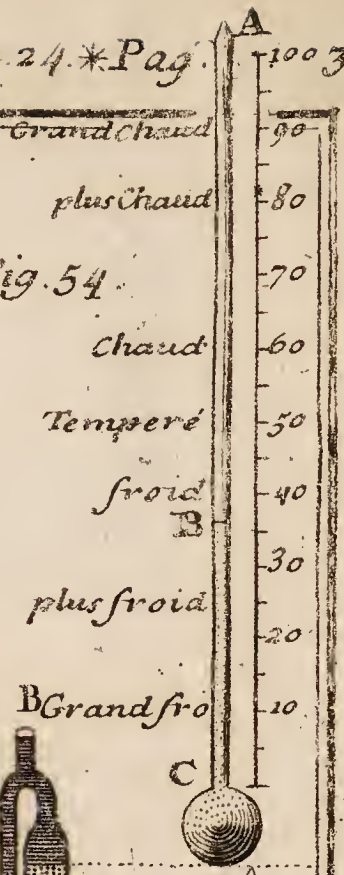


Fig 54.

Les petits points qui sont dans les Tuyaux Represente le mercure, les doubles Hachures Represente l'huille de tartre coloreé, et les simples Lignes Represente l'huille de Karabé ou de Petrole.

De Berey fils fecit

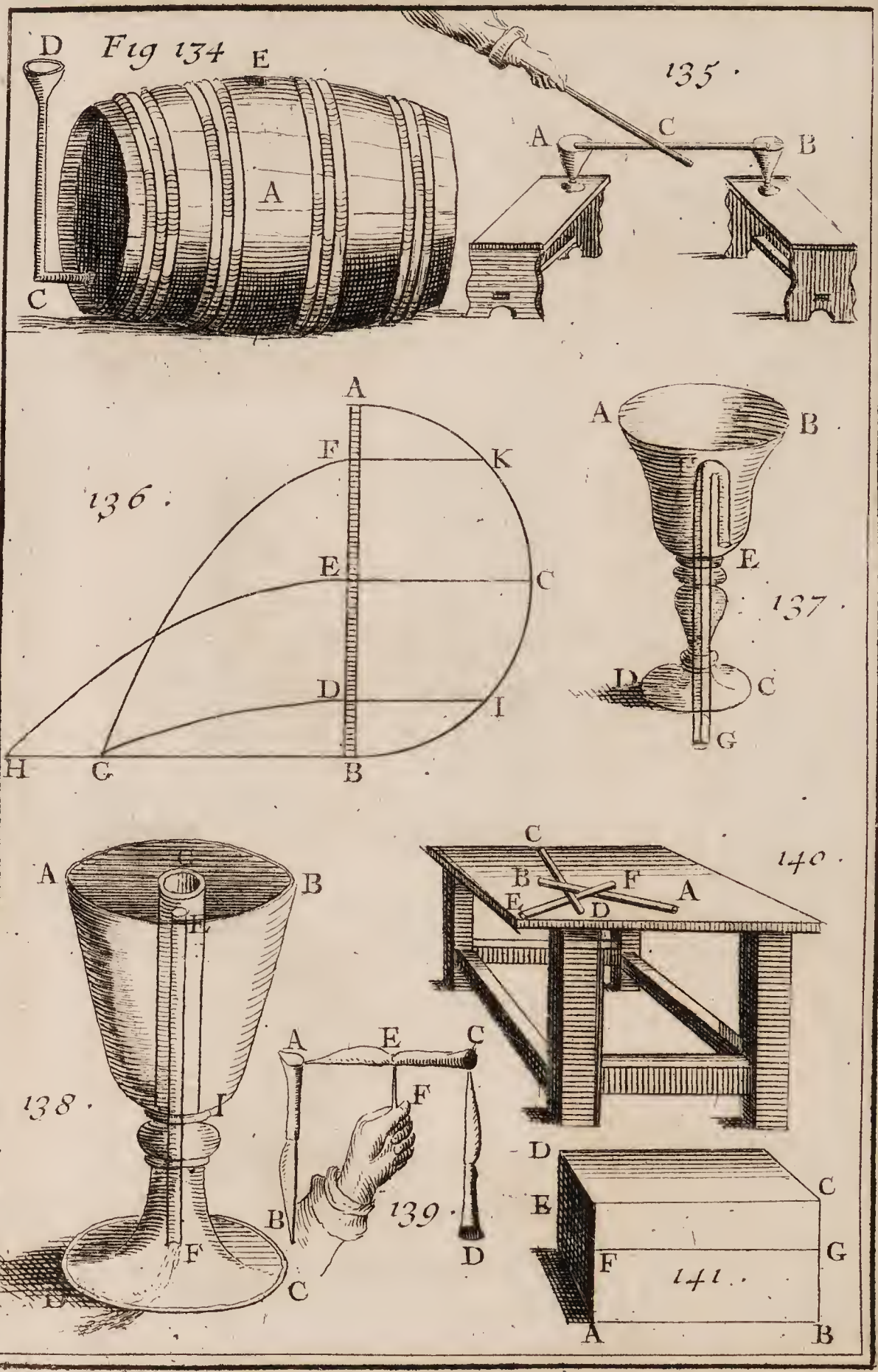
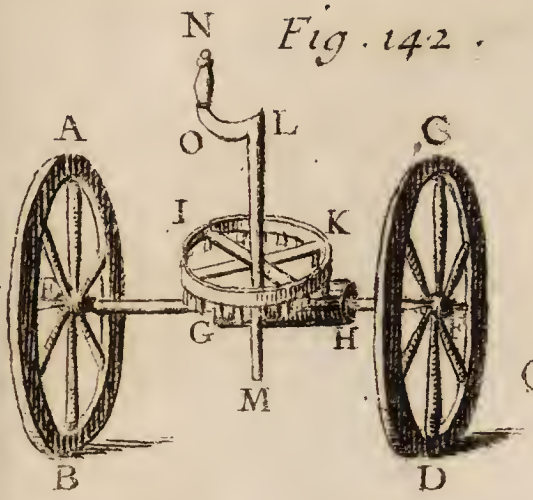
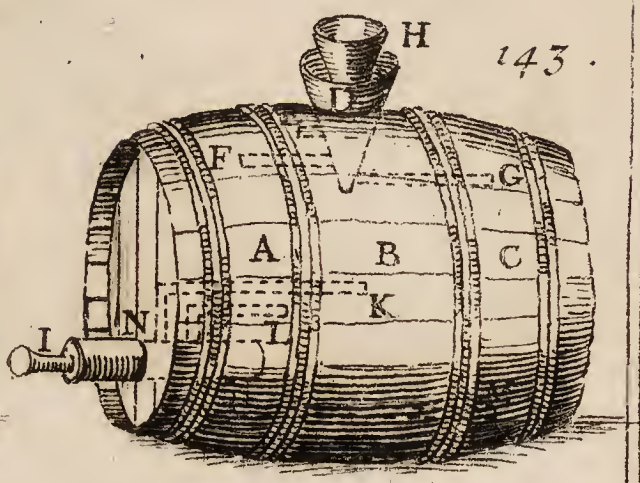


Fig 134
D
E
A
C
135.
A
C
B
136.
A
F
K
E
C
D
I
H
G
B
A
B
E
137.
D
C
G
A
B
E
F
138.
I
F
D
C
A
E
C
F
B
139.
D
140.
C
B
F
A
E
D
D
C
E
G
F
141.
A
B

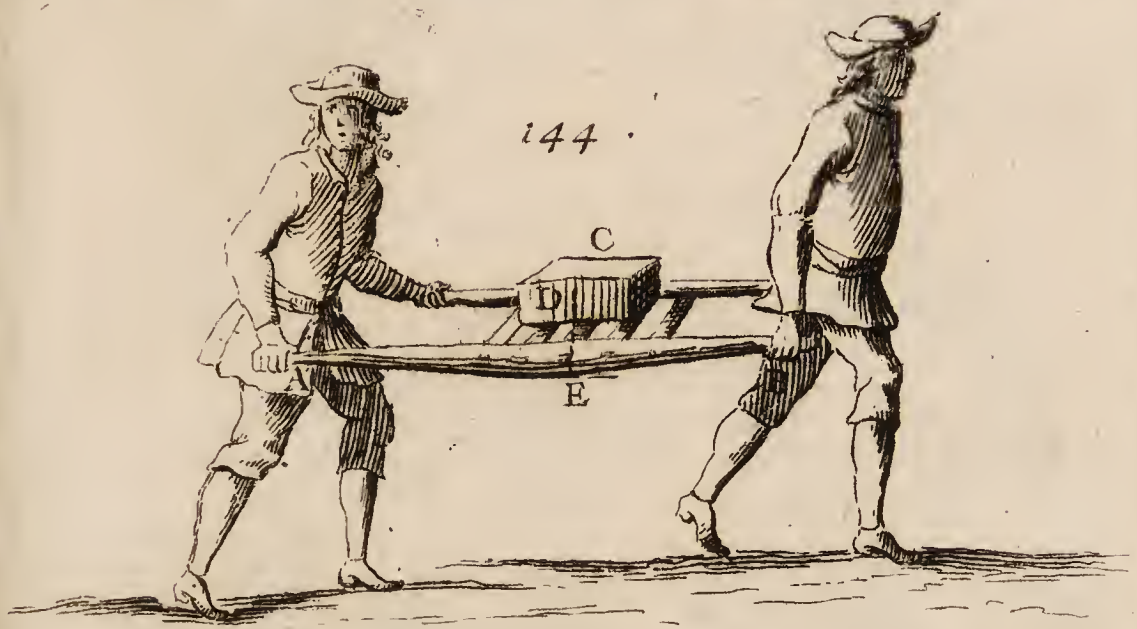
Fig. 142.



143.



144.



145.

Berey fecit — To. II. Pl. 46

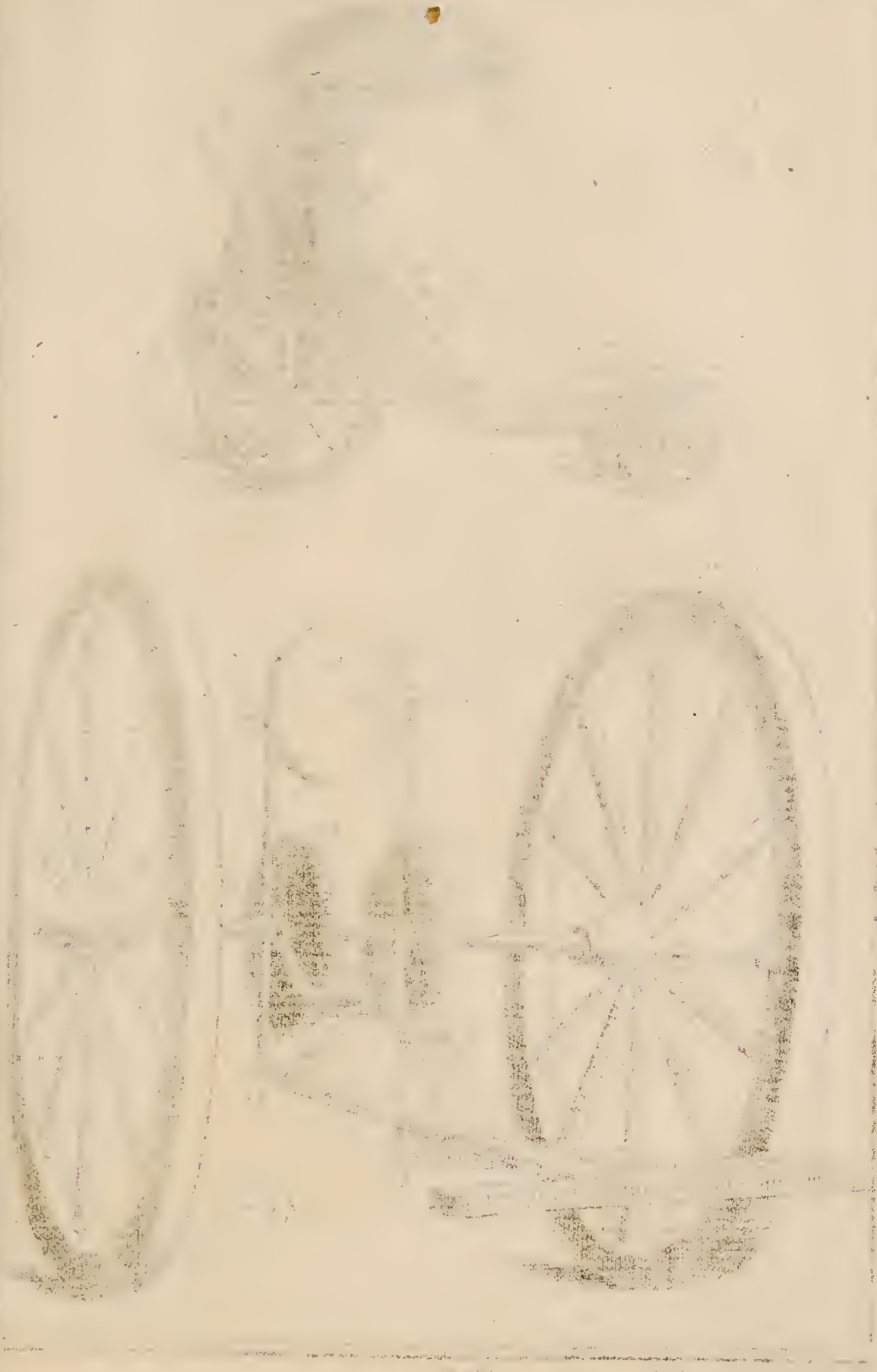
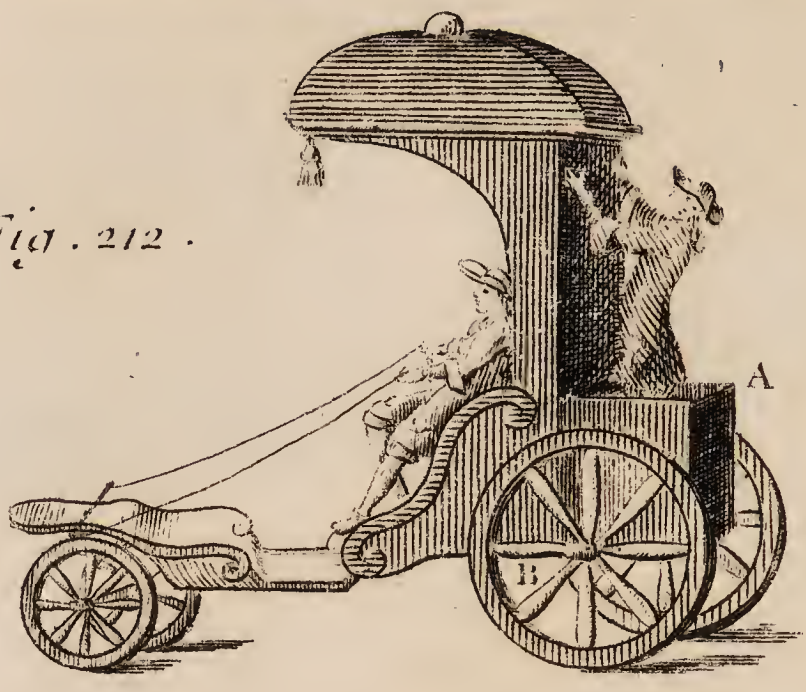
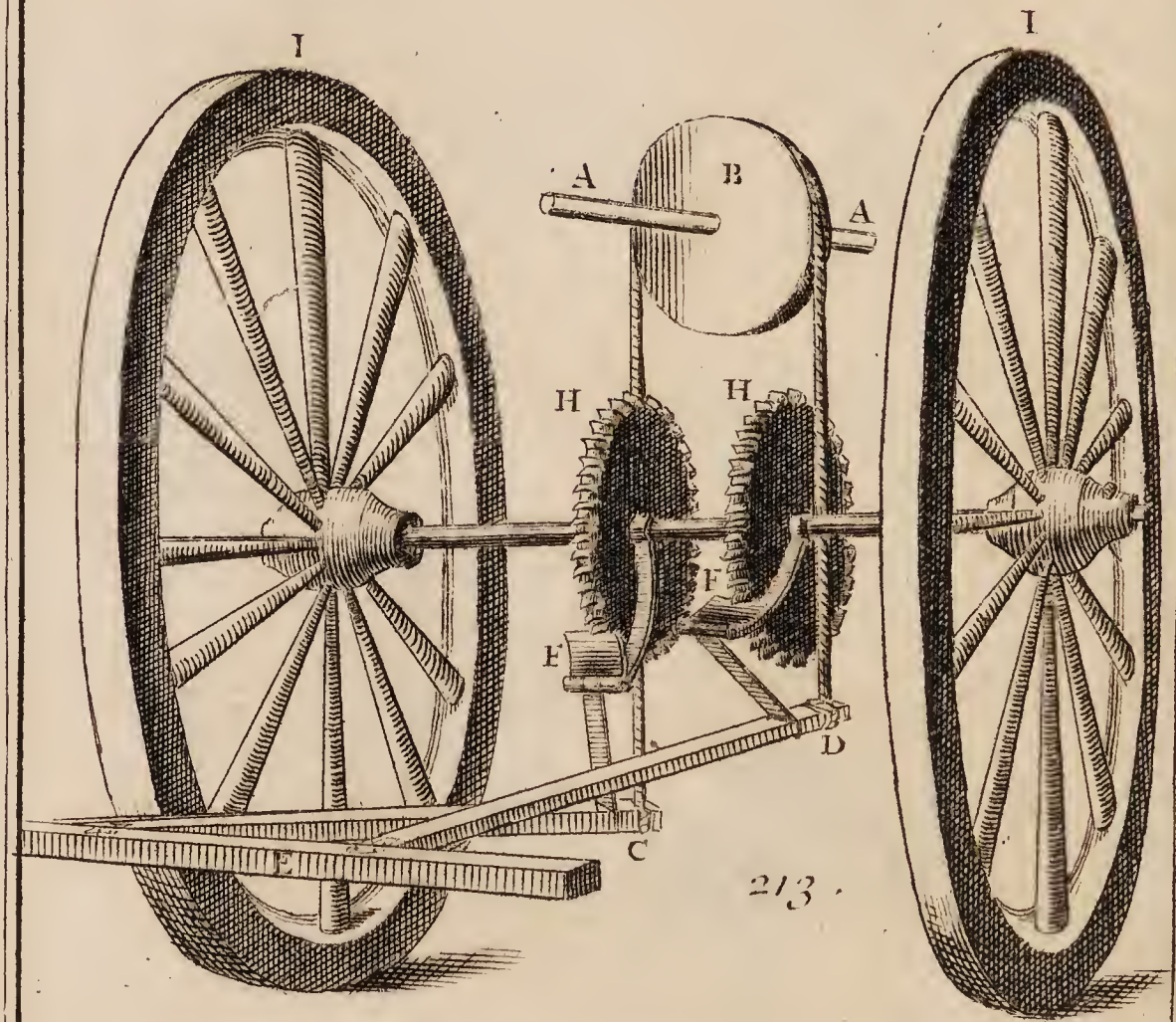


Fig. 212.





213.

Berey fecit — To. II. Pl. 47

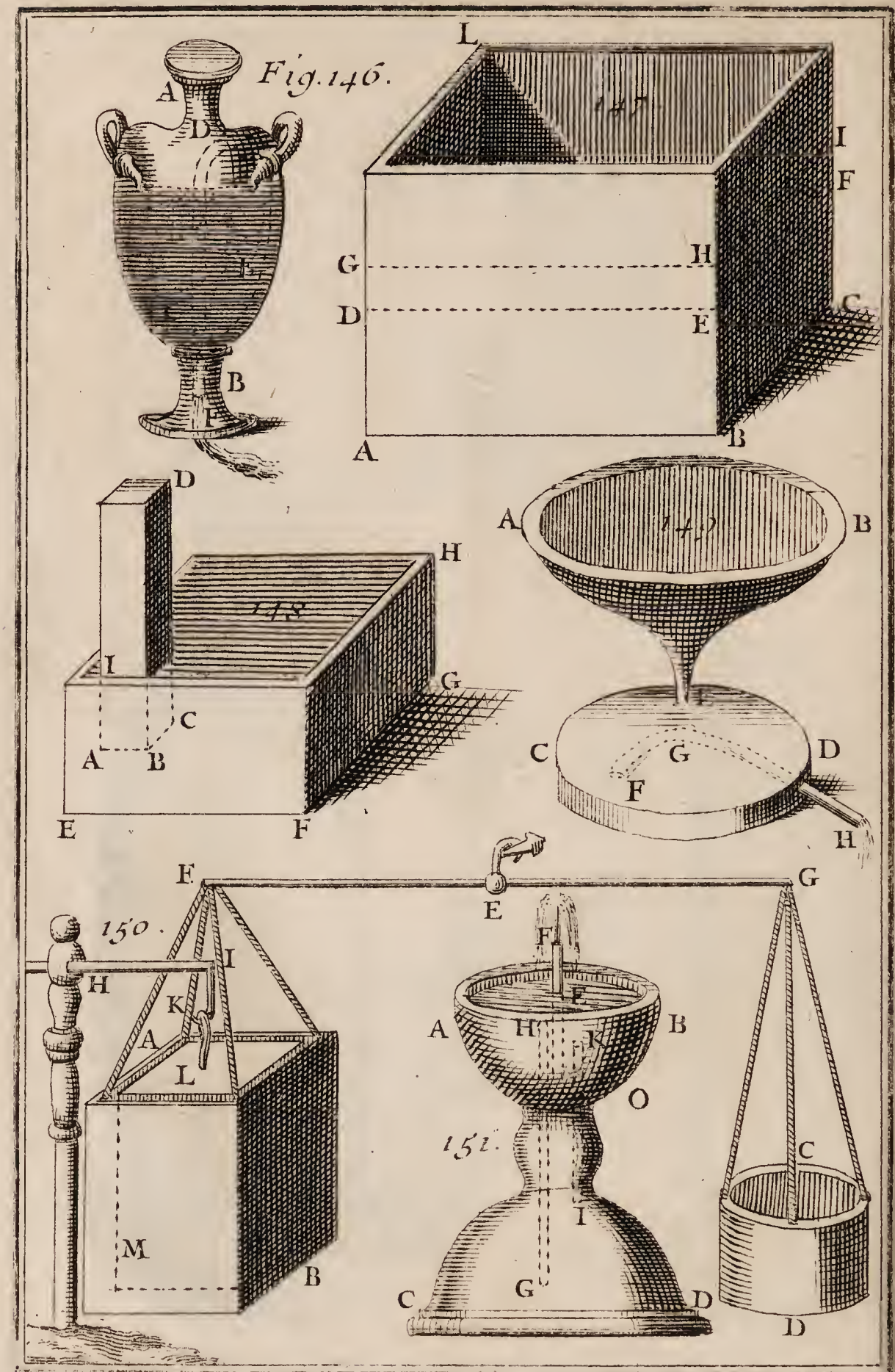
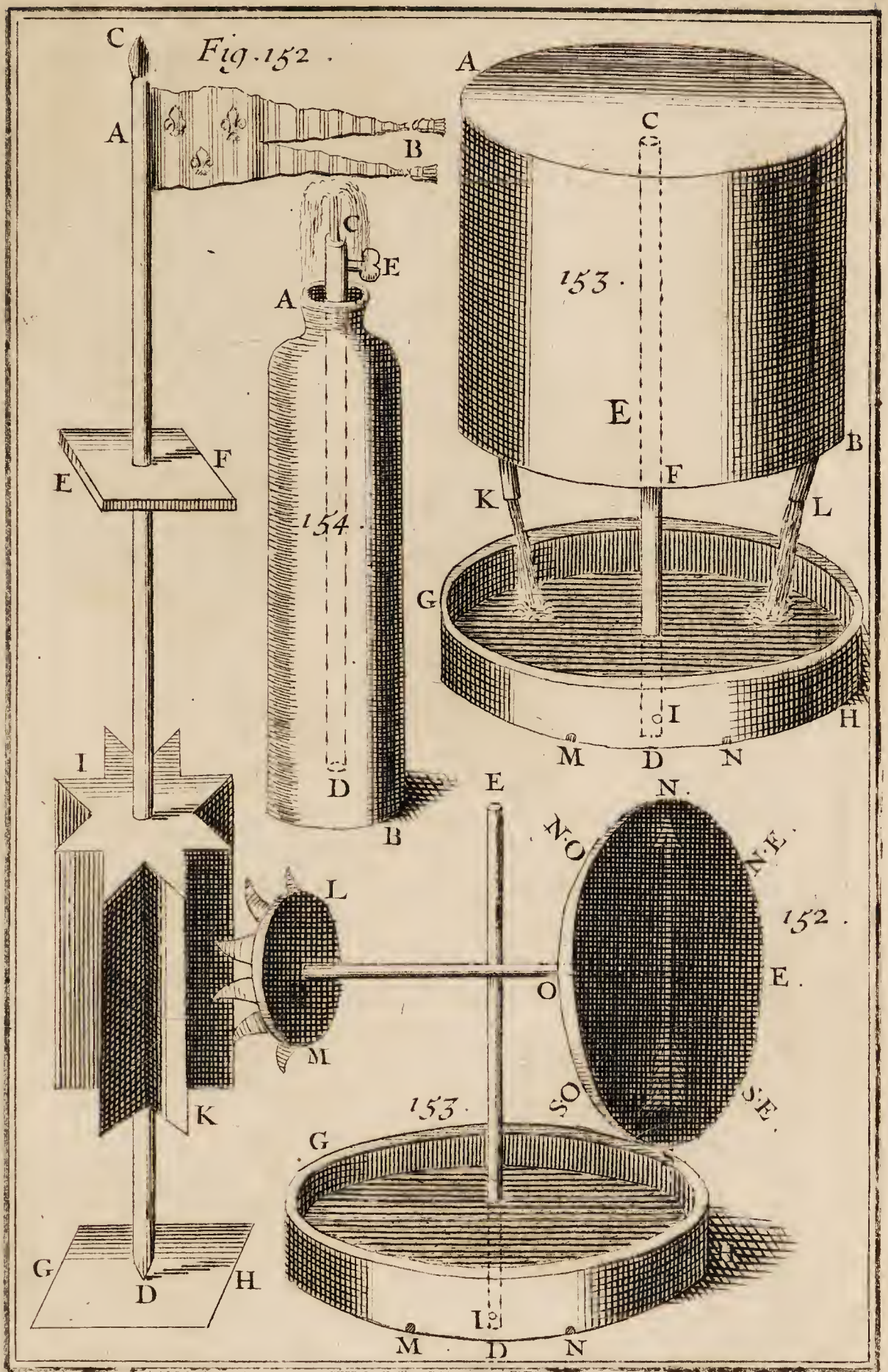
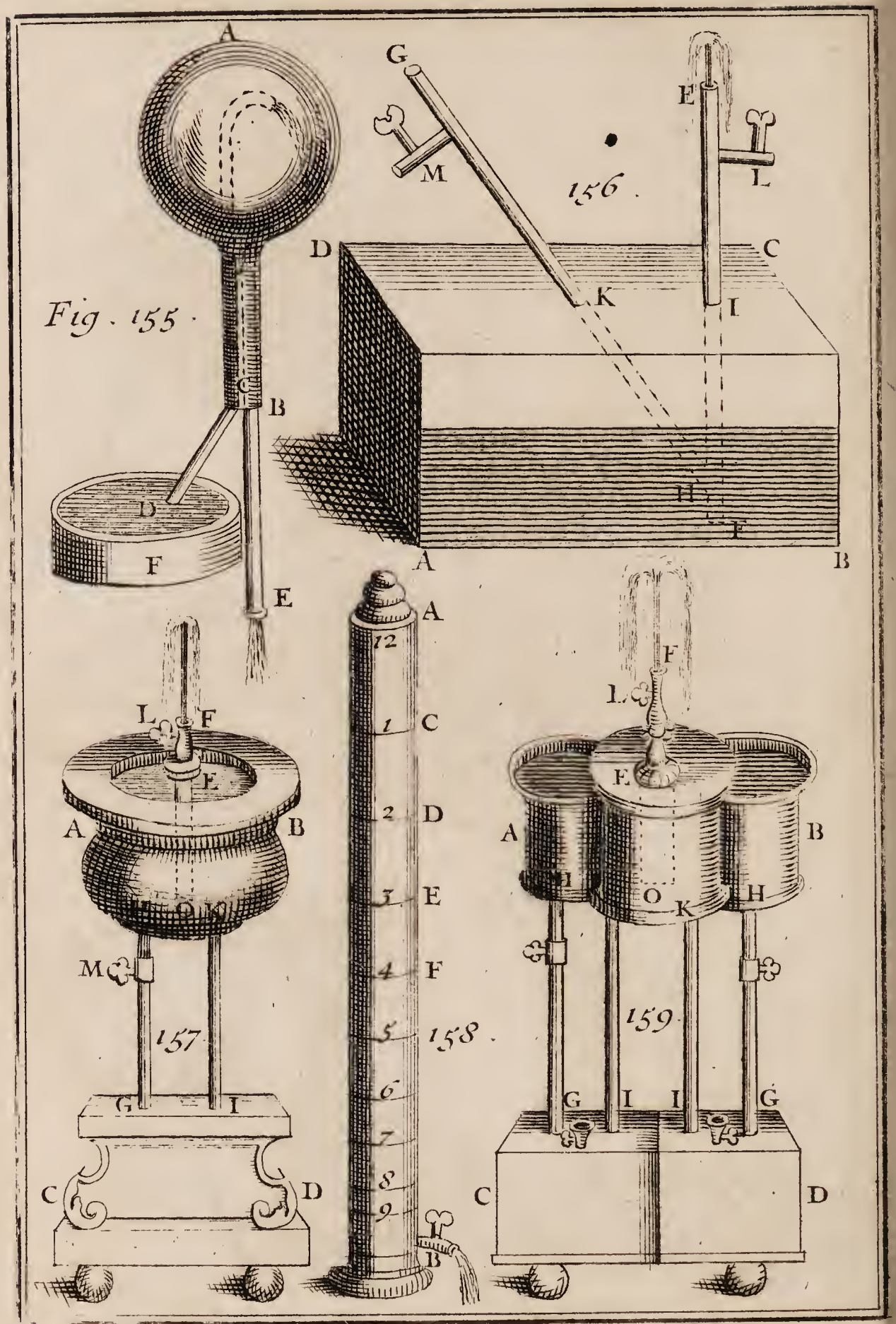


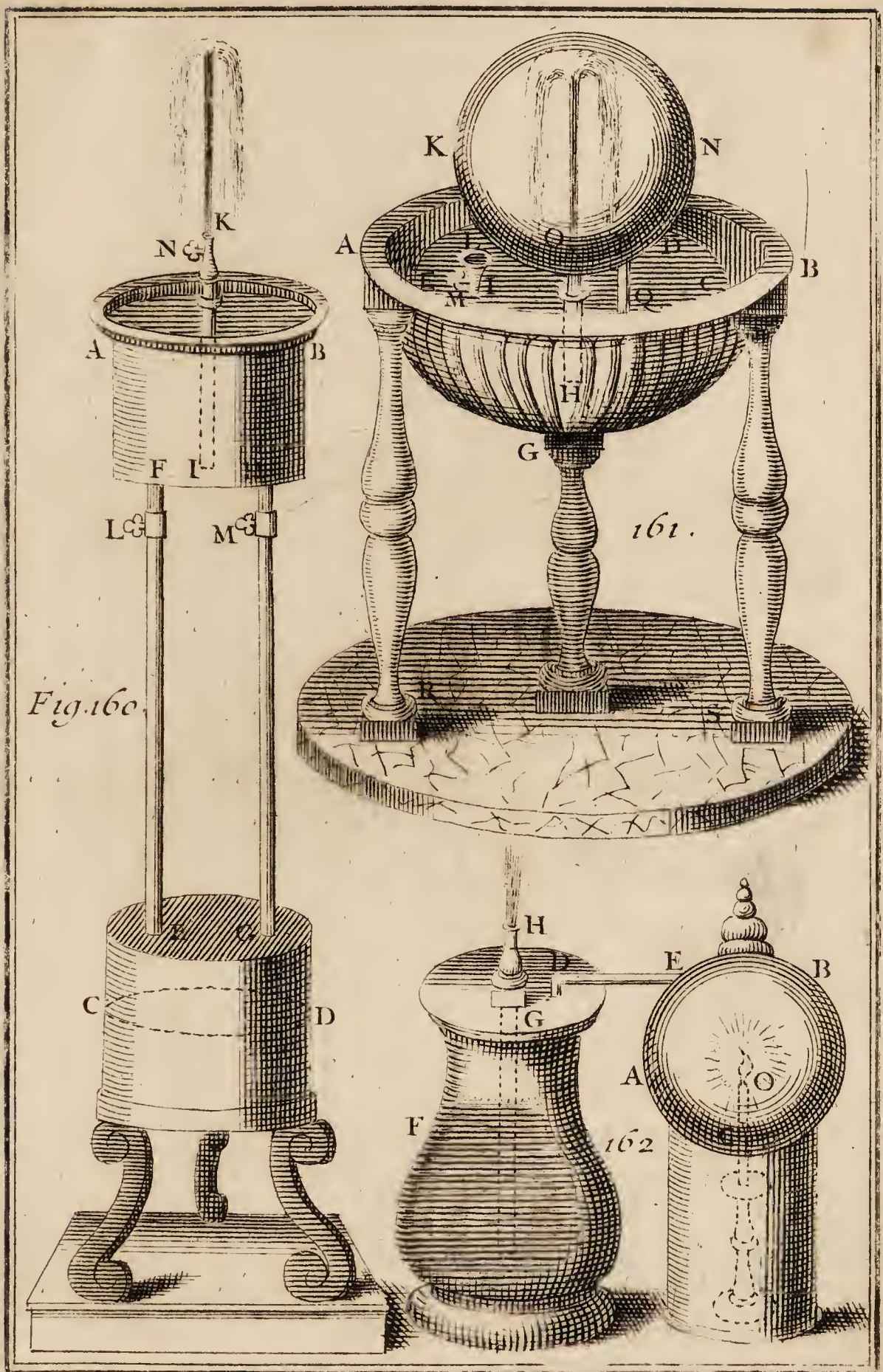
Fig. 146.
A
D
B
F
L
147
I
F
G
H
D
E
C
A
B
D
148
H
I
G
C
A
B
E
F
A
149
B
C
G
D
F
H
E
F
G
150.
I
H
K
A
L
M
B
E
F
A
H
K
B
O
151.
I
C
G
D
C
D

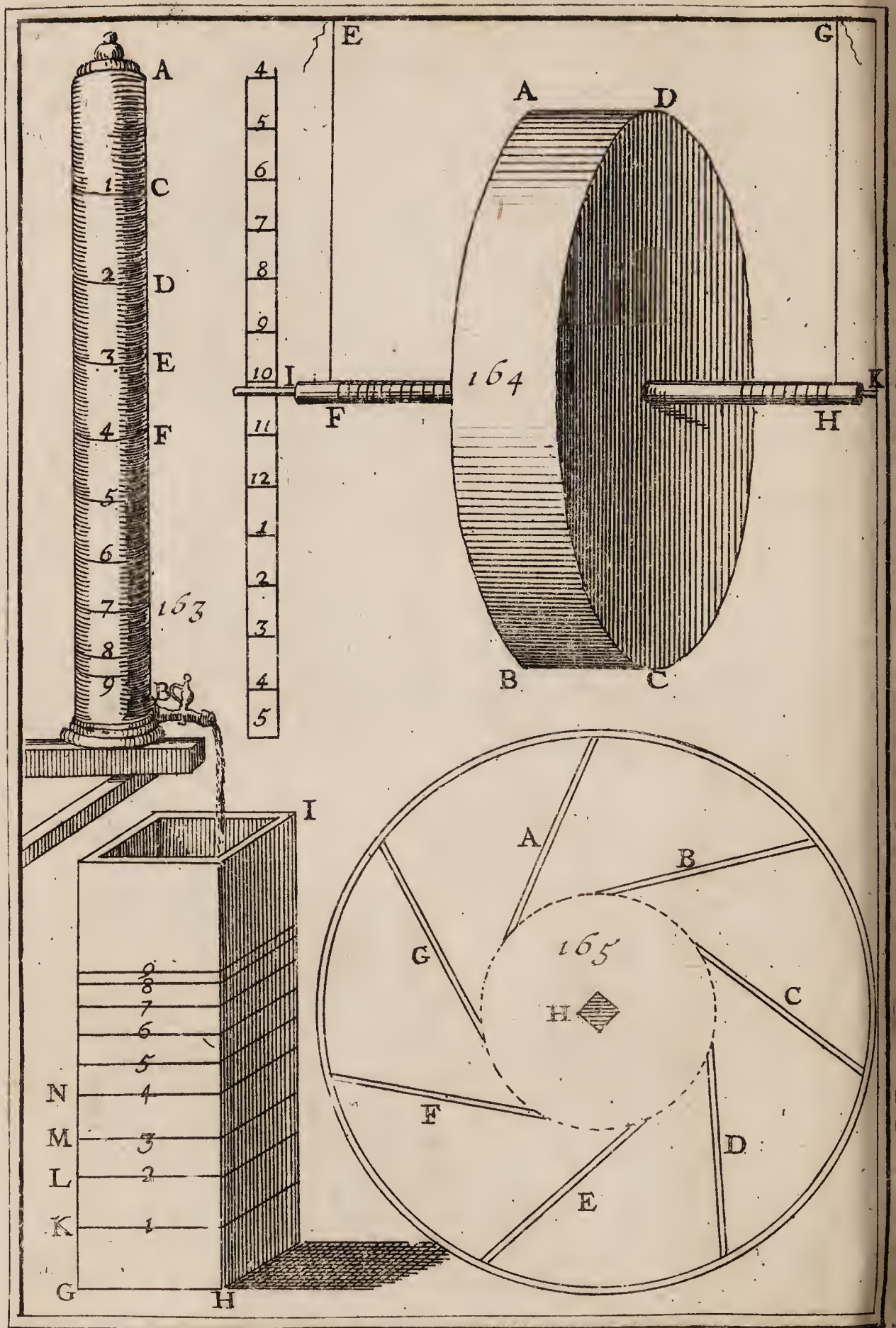


Bergy, fecit.

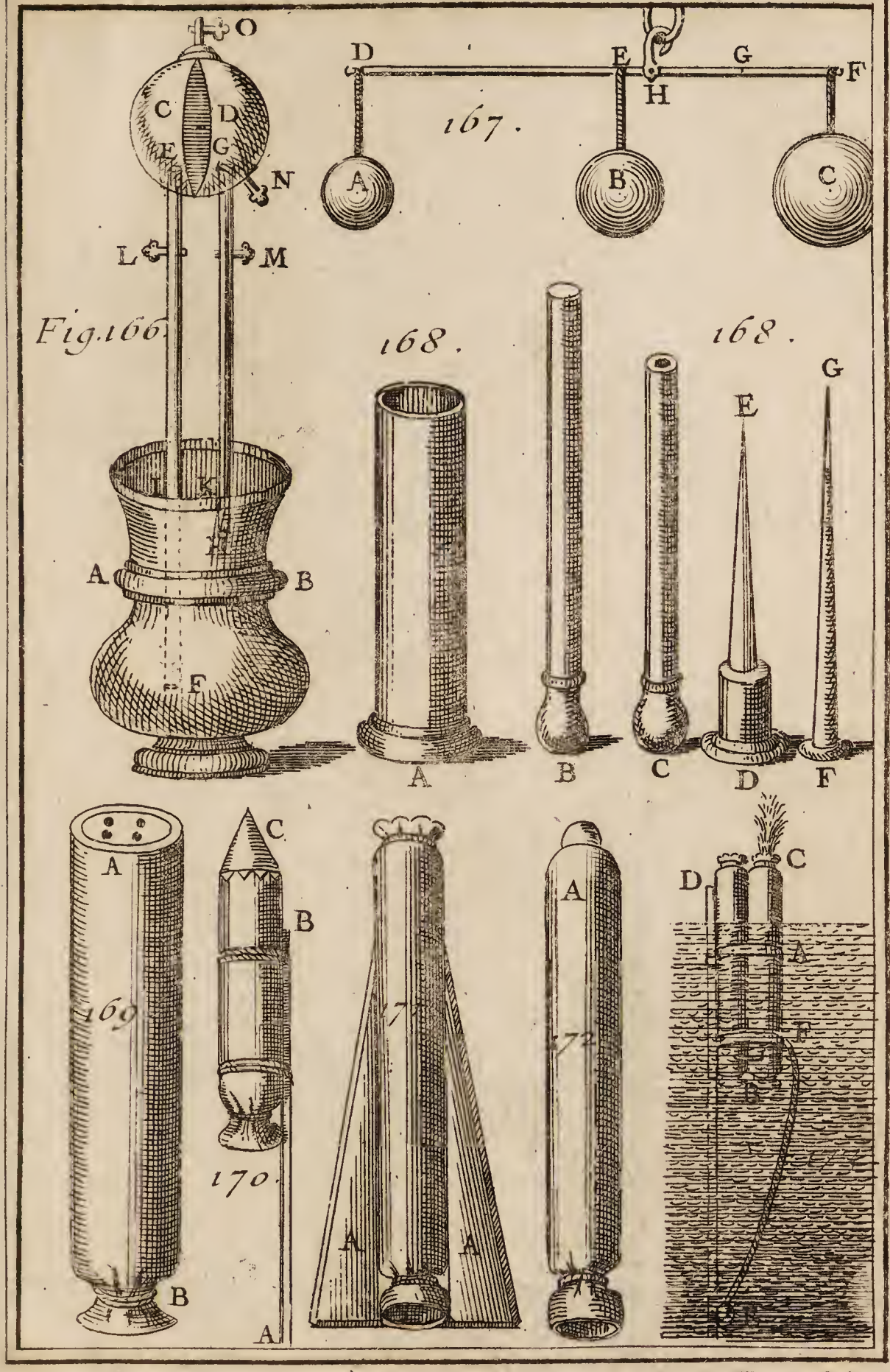

A
B
C
D
E
F
Fig. 155.
G
M
156.
E
L
D
C
K
I
H
F
A
B
L
F
E
A
B
O
K
M
157
G
I
C
D
A
12
1
C
2
D
3
E
4
F
5
158.
6
7
8
9
B
F
L
E
A
B
O
K
H
159
G
I
I
G
C
D

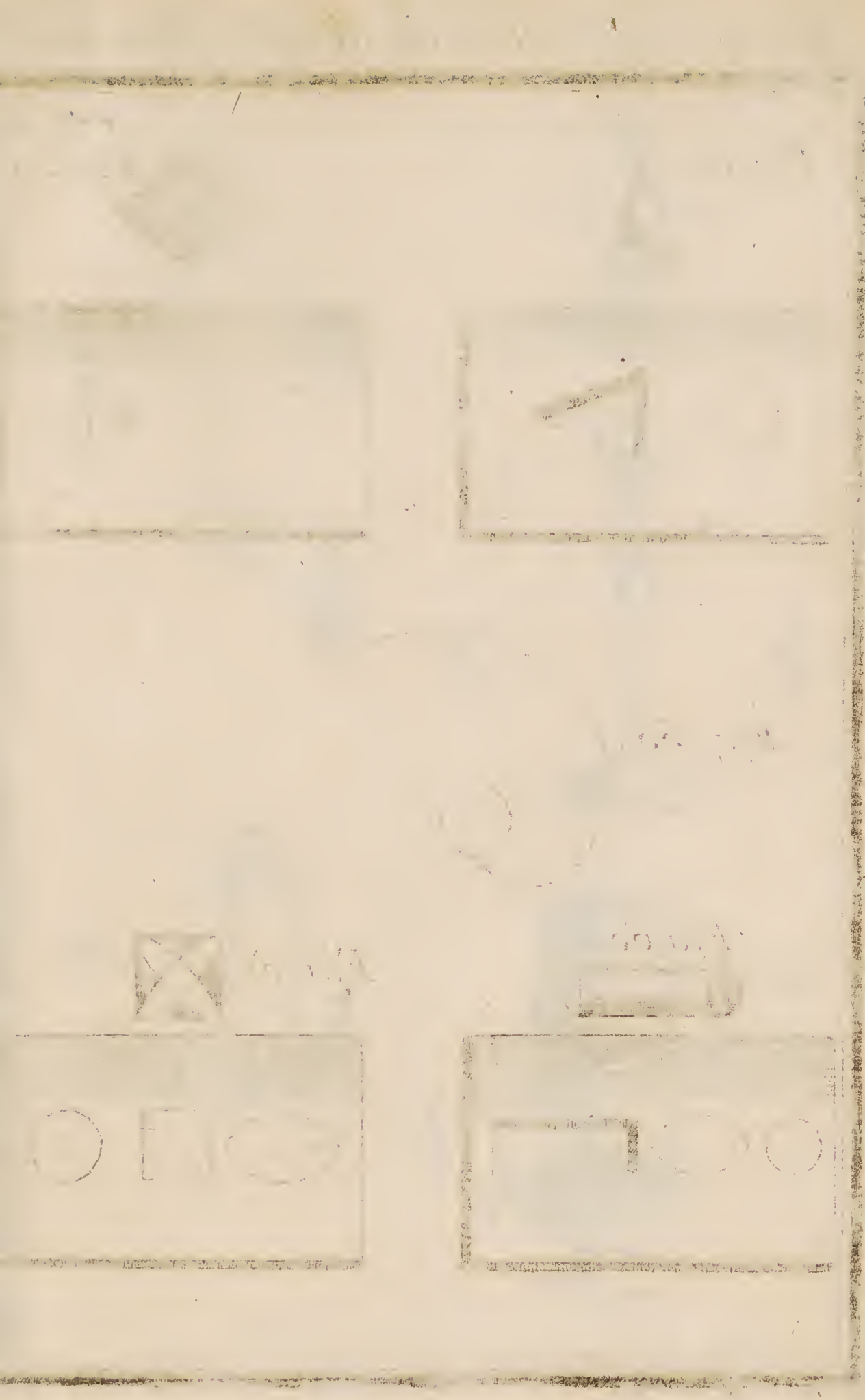
To. II. Pl. 50.


K
N
A
B
F
I
L
M
Fig. 160.
K
N
A
B
O
D
E
M
I
C
Q
H
G
161.
R
H
E
B
C
D
G
A
O
F
162



To. II. Pl. 52.



Berey. fecit

To. II. P. 54